

Processo de Semiose na Solução de um Problema de Modelagem Matemática

Semiosis Process in the Solution of Mathematical Modelling Problem

Karina Alessandra Pessoa da SILVA
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR

Suzana Lovos TRINDADE
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR

Correspondência do autor:
karinasilva@utfpr.edu.br

RESUMO

Neste artigo buscamos analisar como o processo de semiose auxilia na obtenção de solução para um problema de modelagem matemática. Para isso, nos pautamos na modelagem matemática como uma alternativa pedagógica em que, a partir de uma situação da realidade, são realizados procedimentos matemáticos para obter uma solução para um problema e na semiose como um processo de geração de signos interpretantes que revelam o conhecimento daqueles que produzem os signos. A partir desses entendimentos e considerando uma análise qualitativa subsidiada no processo de triangulação, focamos nossa atenção no processo de semiose configurado nos signos escritos, falados e gesticulados de um grupo de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular localizada no estado do Paraná, no ano de 2022. Sob um ponto de vista semiótico, evidenciamos que a semiose, enquanto um processo ilimitado, auxiliou os alunos na definição dos objetos físicos que iriam utilizar na produção dos bolos, na deliberação dos procedimentos para a produção do bolo em que hipóteses e esquemas foram produzidos e na consideração da abordagem matemática sob avaliação e requerimento da professora. Esse auxílio permitiu inferir sobre os conhecimentos matemáticos que os alunos lançaram mão diante de um problema de modelagem que precisavam solucionar.

Palavras-chave: Educação Matemática, Conhecimentos matemáticos, 8º ano do Ensino Fundamental.

ABSTRACT

In this paper we seek to analyze how the semiosis process helps in obtaining a solution to a mathematical modelling problem. To achieve this, we rely on mathematical modelling as a pedagogical alternative in which mathematical procedures are carried out from a reality situation to obtain a solution to a problem and on semiosis as a process of generating interpretive signs that reveal the knowledge of those who produce the signs. Based on these understandings and considering a qualitative analysis supported by the triangulation process, we focused our attention on the process of semiosis configured in the written, spoken and gestured signs of a group of students in the 8th year of Elementary School at a private school located in the state of Paraná, in the year 2022. From a semiotic point of view, we showed that semiosis, as an unlimited process, helped students in defining the physical objects that they would use in the production of cakes, in deliberating the procedures for producing the cake in which hypotheses and schemes were produced and in consideration of the mathematical approach under the teacher's evaluation and request. This assistance made it possible to infer the mathematical knowledge that the students used when faced with a modelling problem that



they needed to solve.

Keywords: Mathematics Education, Mathematical knowledge, 8th year of Elementary School.



INTRODUÇÃO

No âmbito da Educação Matemática, existem abordagens metodológicas que articulam o desenvolvimento de conteúdos matemáticos à inclusão de problemas oriundos da realidade. Esses problemas propiciam maior interação entre os alunos e o aumento de seus interesses. Dentre essas abordagens, temos desenvolvido pesquisas no âmbito da modelagem matemática.

De acordo com Barbosa (2003), a modelagem matemática pode ser considerada como um ambiente de aprendizagem no qual os estudantes são convidados a indagar e investigar situações originadas de outras áreas do conhecimento. Tais situações estimulam e desafiam os alunos, além de abordar conteúdos já estudados ou não.

Com isso, como assinala Burak (2020, p. 16), os alunos passam a compreender razões pelas quais fazem o uso de determinadas operações em diferentes contextos, desenvolvem habilidades como “conjeturar, estabelecer relações, tomar decisões, fundamentar seus argumentos”, entre outras.

No contexto do Ensino Fundamental, no Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca que procedimentos matemáticos desenvolvidos por meio da modelagem, por exemplo, “são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação)” (BRASIL, 2018, p. 266).

No desenvolvimento de atividades de modelagem, os alunos lançam mão do uso de diferentes representações, como tabelas, gráficos e expressões algébricas, em busca de uma solução para o problema que está em investigação. Neste sentido, é recorrente articulações em que se lança um olhar para diferentes formas de representar via uso de signos.

Para Peirce (2005, p. 61), representar é “estar em lugar de, estar numa relação com um

outro que, para certos propósitos, é considerado por alguma mente como se fosse esse outro”. Estudos sobre a função do signo e seu modo de representar o objeto se estruturam na semiótica.

A semiótica é a ciência que estuda os modos de constituição dos signos. Por meio de signos escritos, falados e gesticulados que se remetem aos objetos é possível inferir sobre os conhecimentos da pessoa (intérprete) que os produziu. Esses conhecimentos podem ser de diferentes naturezas, sendo, portanto, necessário estar atento ao que se tem a intenção de investigar, quando o âmbito é a sala de aula.

Na semiótica peirceana, que corresponde à doutrina formal dos signos, a geração de novos signos pode permitir uma atualização da mente sobre o que se pretende conhecer.

A geração de novos signos compreende o que se designa por semiose. A semiose pode ser considerada uma ação que faz com que o signo tenha um efeito cognitivo sobre o intérprete de modo que esse gere novos signos (NÖTH, 2008) e estructure ou re-estrua os conhecimentos.

Criar um ambiente que permita a constituição de processos de semiose é o que almejamos em aulas em que a modelagem matemática se estrutura enquanto uma alternativa pedagógica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

Em pesquisa realizada por Almeida e Silva (2017), evidenciou-se que, em uma atividade de modelagem matemática desenvolvida em aulas de Cálculo Diferencial e Integral, as instabilidades dos alunos quanto ao fenômeno em estudo e à matemática que dele emergiu geraram novas instabilidades que foram sendo superadas pela semiose. As autoras concluíram que “atividades de modelagem matemática desencadeiam semiose e, semiose realiza construção de conhecimento” (ALMEIDA; SILVA, 2017, p. 218).

Com vistas a entender os conhecimentos revelados por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, quando desenvolvem uma atividade de modelagem, nos debruçamos em investigar a questão: Como o processo de semiose auxilia na obtenção de solução para um



problema de modelagem matemática por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental? Subsidiadas em uma abordagem qualitativa, realizamos uma investigação com uma turma de 8º ano de uma escola da rede particular do estado do Paraná, no desenvolvimento de uma atividade de modelagem sobre a produção de bolos no pote.

A fundamentação teórica se pauta na modelagem matemática e na semiótica como apresentamos nos dois tópicos subsequentes deste artigo. Em seguida, abarcamos o contexto da pesquisa e os aspectos metodológicos. A descrição e a análise do desenvolvimento da atividade são apresentadas em tópico específico. Findamos o artigo com as considerações.

MODELAGEM MATEMÁTICA

Segundo Carreira (2010, p. 1), “considerar as conexões da Matemática com a realidade que nos envolve, numa direção que nos aproxima das aplicações da Matemática ou da atividade de construir e explorar modelos matemáticos” é essencial na experiência dos alunos com a matemática. Essa ação permite clarificar ou mesmo estender o entendimento e a capacidade de se converter os modelos matemáticos “em situações concretas de aprendizagem da Matemática” (CARREIRA, 2010, p. 1).

Neste contexto, entendemos, assim como Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 29), que, por meio da modelagem, há a “possibilidade de ensinar e aprender Matemática e perceber suas aplicações para a resolução de problemas com que o aluno se depara fora da escola”. Isso porque a modelagem matemática é “uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 29).

Percebendo relações da modelagem matemática com a realidade, concordamos que “a modelagem matemática é um processo que liga o mundo real e a matemática nos dois

sentidos: da realidade para a matemática e no sentido contrário, da matemática para a realidade” (BORROMEIO FERRI, 2018, p. 19).

Com isso, atividades de modelagem matemática, segundo Borromeo Ferri (2018), têm por objetivo que os alunos busquem conexões da matemática com a vida real.

Uma atividade de modelagem matemática, para Almeida, Silva e Vertuan (2012), tem como ponto de partida uma situação inicial, momento em que o aluno busca compreender a atividade e a busca pela situação final, realizando ações investigativas, sejam elas implícitas ou explícitas.

Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17) afirmam que há elementos que se destacam em uma atividade de modelagem matemática,

[...] o início é uma situação-problema; os procedimentos de resolução não são predefinidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução.

A transição da situação inicial para a situação final requer procedimentos que configuram uma atividade de modelagem matemática e que perpassa pela dedução de um modelo matemático.

O modelo matemático tem como objetivo “representar, explicar e ‘tornar presentes’ situações (que podem não ser matemáticas) que queremos analisar usando matemática” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13).

De acordo com Niss e Blum (2020, p. 6), “sempre que a matemática é utilizada fora da própria matemática, um chamado modelo matemático está necessariamente envolvido, seja explicitamente ou – muito frequentemente – implicitamente”.

Neste sentido, quaisquer estruturas matemáticas que descrevem o fenômeno em estudo e que estejam subsidiadas em técnicas e procedimentos matemáticos, como tabelas, gráficos, expressões algébricas, escritas aritméticas podem ser consideradas um modelo



matemático. Esse modelo matemático emerge do desenvolvimento da atividade de modelagem.

Em alguns casos, “um modelo pode ser tanto um protótipo de alguma parte da realidade ou o resultado de um processo de matematização após a experimentação sobre um protótipo” (CARREIRA; BAIÓIA, 2018, p. 204).

No desenvolvimento de uma atividade de modelagem em que alunos desenvolveram um protótipo, Baioa e Carreira (2019, p. 11) evidenciaram que o uso de materiais e equipamentos

incentivou o trabalho prático (‘mãos na massa’), a aprendizagem cooperativa, a discussão e pesquisa, o questionamento e a elaboração de conjecturas, a produção de justificações, a elaboração de relatórios, a atividade de resolução de problemas.

De forma geral, nessas atividades, os alunos usam “artefatos cotidianos, materiais escolares e conhecimento da situação (mesmo não sendo especialista em tal conhecimento)” (CARREIRA; BAIÓIA, 2018, p. 213) com o objetivo de apresentar uma solução para o problema.

Assim, entendemos que desenvolver uma atividade de modelagem em sala de aula requer do aluno uma ação investigativa, pois o coloca em contato com situações não rotineiras à sala de aula.

As ações cognitivas são subsidiadas por orientações do professor em sala de aula, bem como da troca de ideias empreendidas em grupo que se fazem presentes por meio da geração de signos, em um processo chamado semiose.

PROCESSO DE SEMIOSE

A nossa condição de relacionamento com o mundo é mediada por uma rede múltipla de linguagens. De modo geral, nos comunicamos por meio de leituras e produções de textos, nos

comunicamos e nos orientamos por meio de imagens, gráficos, sinais, luminosidade, objetos, sons, gestos, expressões etc.

Segundo Netto (2007, p. 213), a comunicação consiste em “uma produção de signos para serem interpretados”.

O signo somente existe se puder representar, substituir algo diferente dele, pois o signo não é o objeto. Um objeto é “uma coisa singular existente e conhecida ou que se acredita tenha anteriormente existido ou que se espera venha a existir” (PEIRCE, 2005, p. 48).

Dessa forma, os signos são meios utilizados por uma pessoa (intérprete) para representar um objeto, criando em sua mente um novo signo. Neste contexto, Fidalgo e Gradim (2005, p. 147) consideram que o signo é “algo que ao ser conhecido por nós, faz com que conheçamos algo mais”.

À medida que conhecemos mais ou temos a intenção de conhecer mais sobre algo, novos signos são produzidos e interpretados, configurando um processo de geração de signos (geração de interpretantes). Isso consiste no fato de que cada signo, na mente do intérprete, gera um interpretante que, por sua vez, funciona como *representámen* de um novo signo, em um processo de geração de interpretantes num ciclo *ad infinitum*.

Na perspectiva da semiótica peirceana, “o processo pelo qual o signo tem um efeito cognitivo sobre o intérprete” (NÖTH; SANTAELLA, 2017, p. 39), de modo a produzir novos signos compreende a semiose.

Entendemos, assim como Machado e Romanini (2010, p. 93), que “a semiose se manifesta como ato de conhecimento do mundo”, iniciando-se a partir de uma percepção e atravessando os processos de representação. Trata-se, portanto, de uma “atualização da mente” (DRIGO, 2007, p. 85) ou, como assevera Peirce (2005), o conceito de semiose, compreende uma atividade eminentemente evolutiva do signo.

A geração de um novo signo pode estar atrelada à identificação de um desconforto ou



uma instabilidade, cuja superação é mediada pela semiose. Segundo Thibaud (1975), a semiose constitui, na mente do intérprete, o modo como cresce o conhecimento com relação ao objeto, aliado a experiências colaterais para com o objeto que se deseja como fim. A experiência colateral refere-se “à intimidade prévia com aquilo que o signo denota” (PEIRCE, 1989, p. 61).

Além de ser um processo de geração, a semiose também se constitui em “um processo no qual o signo determina seu interpretante de tal maneira, levando adiante o jeito como o próprio signo tem sido, ou simplesmente poderia ser, determinado por seu objeto” (COLAPIETRO, 2004, p. 21). Isso se configura como um processo de determinação triadicamente mediado pelo signo.

Neste contexto, a ideia de Peirce (1998, p. 13) para o signo é de “algo que serve para produzir conhecimento sobre alguma outra coisa, para a qual o signo está (*stands for*) ou representa”. Essa outra coisa é chamada de objeto do signo.

Em se considerando o signo como meio de produção de conhecimento, podemos asseverar que, por meio da semiose, é possível inferir sobre como ocorre a cognição, como o intérprete revela o conhecimento sobre o objeto em estudo.

Porém, “a cognição é parte de uma cadeia infinita de semiose ilimitada, de acordo com a qual ela é determinada por uma cognição prévia na mente do intérprete” (NÖTH, 2008, p. 129). A semiose ilimitada “implica a tradução de qualquer pensamento em pensamentos subsequentes, formando uma cadeia ou *train of thought*” (FIDALGO; GRADIM, 2005, p. 150).

Considerando o fato de que só temos acesso aos interpretantes a partir dos signos explicitados por meio das falas, das expressões faciais, dos gestos e das escritas, entendemos que a comunicação pode ser abarcada como um ramo dos estudos semióticos, especificamente, uma forma de interação social entre indivíduos. O que podemos conjecturar é que:

[...] a comunicação e a construção de

significado estão sempre entrelaçadas e mediadas por signos perceptíveis que os emissores usam ou produzem e que os receptores interpretam por meio de sequências alternadas de troca de mensagens (SÁENZ-LUDLOW; KADUNZ, 2016, p. 2).

Seguindo as assertivas de Bordenave e Pereira (2012, p. 207) de que “as pessoas se comunicam com respeito a alguma coisa e o fazem em um contexto situacional determinado”, é que nos atentamos para o processo de semiose na obtenção de solução para um problema de modelagem matemática por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental.

METODOLOGIA

No primeiro semestre letivo do ano de 2022, a turma do 8º ano, formada por 19 alunos, de uma escola particular localizada no norte do Paraná, desenvolveu atividades de modelagem matemática.

A atividade intitulada “Bolo de pote” sob a qual lançamos nosso olhar foi a terceira desenvolvida pela turma e faz parte do produto educacional oriundo da dissertação de mestrado da segunda autora (TRINDADE, 2023), sob orientação da primeira. Essa atividade foi implementada nas aulas regulares de Matemática entre os dias 26/05 e 07/06, em cinco aulas de 50 minutos cada.

A sugestão da temática surgiu com a alta na venda dos “Bentô Cake”, que é um bolo personalizado e vendido em embalagens de isopor, como se fosse um lanche, e tem em média de 8 a 10 cm de diâmetro.

Para o desenvolvimento da atividade, foi solicitada autorização da escola e assinatura de um termo livre e esclarecido pelos responsáveis pelos alunos, que são referenciados no corpo do texto por nomes fictícios para manter o anonimato. Para a professora usamos a letra P.

Os alunos foram organizados em quatro grupos, com 4 ou 5 integrantes a fim de investigar quantos bolos de pote conseguiriam



fazer com uma receita.

Considerando trazer reflexões para a questão de pesquisa – Como o processo de semiose auxilia na obtenção de solução para um problema de modelagem matemática por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental? – foram produzidos dados por meio de registros escritos dos grupos, fotografias, áudios e vídeos coletados durante seu desenvolvimento com o telefone celular de um dos integrantes de cada grupo.

Todos os grupos enviaram para a professora as gravações que produziram, todavia, somente o áudio de um dos grupos – G2 – ficou com boa qualidade, os outros apresentaram muitos ruídos. Os áudios do G2, formado por Ana, Gael, Hugo e Luci foram transcritos na íntegra de modo que evidências de semiose pudessem ser analisadas.

Por ventura, a designação Aluno é utilizada para algum participante da turma que tenha feito alguma intervenção relevante.

A análise qualitativa de cunho interpretativo foi baseada no processo de triangulação, considerando três elementos primordiais: objeto, sujeito e fenômeno. Segundo Tuzzo e Braga (2016, p. 152), “a partir dos vértices objeto, sujeito e fenômeno, com importância fundante ao metafenômeno”, resultados são evidenciados.

Em nossa pesquisa, os sujeitos são os alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, os signos que eles produzem no desenvolvimento da atividade de modelagem correspondem ao objeto investigado e o processo de semiose consiste no fenômeno em estudo. O metafenômeno é configurado a partir do diálogo estabelecido entre os dados produzidos e o quadro teórico que subsidiaram a nossa investigação.

O movimento analítico que realizamos é de caráter interpretativo no qual intentamos buscar uma relação de proximidade com os dados em relação ao fenômeno investigado.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A atividade teve início no dia 26/05/2022 com o convite da professora para o desenvolvimento da terceira atividade de modelagem, conforme excerto transcrito a seguir:

P: Bom dia, pessoal! Hoje nós vamos iniciar uma nova atividade de modelagem matemática, com estratégias semelhantes às que vocês usaram na atividade dos passos, por exemplo [se referindo à segunda atividade de modelagem desenvolvida].

Aluno: Já pode escolher os grupos?

P: Calma! Eu nem falei qual a proposta ainda [risos]. Bom, pessoal, vamos investigar sobre os Bentô, mas nos potes. Lembram que tínhamos conversado?

Ao se depararem com o convite da professora, os alunos logo já queriam se reunir em grupos, revelando o caráter cooperativo de uma atividade de modelagem, em que uma investigação foi sugerida – investigar sobre os Bentô.

Como os alunos já tinham experimentado práticas com modelagem, de imediato, a junção com os colegas para formar grupos foi inferida pelo Aluno, reconhecendo que esse tipo de atividade “tem nos trabalhos em grupo o seu aporte” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 25).

Ao mencionar que já tinham conversado sobre a possibilidade de abordar sobre os bolos no pote em aula, a professora fez emergir um primeiro movimento para delinear um problema que poderiam investigar, conforme transcrição:

Hugo: A gente pode pensar na quantidade de bolo, né?

P: Sim! Quantos bolos a gente consegue fazer com uma receita de massa?

Gael: Depende da quantidade de massa.

Luci: Minha mãe tem uma receita.

Ana: Pode ser de chocolate?



Hugo: Calma gente! Se a gente não ouvir, não vamos [sic] começar.

P: Vamos fazer o seguinte: vocês vão considerar uma receita de bolo de massa pronta, sabem? E a partir daí cada grupo desenvolve seu pensamento. Então vou deixar aqui no quadro a pergunta: Quantos Bentô Cake podem ser feitos com uma receita de bolo simples?

Embora a professora tenha se encarregado de anotar na lousa o enunciado do problema – *Quantos Bentô Cake podem ser feitos com uma receita de bolo simples?* – foi a partir da discussão iniciada com o grupo que este se configurou.

Enquanto um problema de modelagem, um espaço para que os alunos interpretassem o problema e tivessem escolhas no processo de solução (BLISS; LIBERTINI, 2006), de certo modo, foi subsidiado na ação da professora quando afirmou: [...] *daí cada grupo desenvolve seu pensamento*. Essa ação da professora provocou nos grupos encontrar uma estratégia para resolver o problema, permitindo que os receptores (alunos) a interpretassem “por meio de sequências alternadas de troca de mensagens” (SÁENZ-LUDLOW; KADUNZ, 2016, p. 2).

Uma primeira estratégia abordada pelo G2 foi a escolha do recipiente para assar o bolo e do recipiente para montar os Bentô no pote, conforme excerto transcrito a seguir:

Gael: Tá, a gente tem que pensar na quantidade de bolo.

Luci: Temos que pensar na embalagem do bolo.

Gael: Mas a gente tem que ter o bolo antes.

Luci: Mas aí temos que pensar no quanto de bolo vai nos potinhos.

Ana: Gente, tem que ver onde vai fazer o bolo primeiro.

Hugo: Calma [chama a professora]. Professora, posso usar uma forma que tenho em casa?

P: Caso a resolução escolhida seja do seu grupo, você vai poder emprestar a forma?

Hugo: Vou falar com a minha mãe.

Gael: Lá no restaurante do meu pai tem uns potes redondos, eu posso pegar um.

Ana: Você traz a forma Hugo? Aí o Gael traz o pote e a gente pensa.

Os alunos entenderam que os dados quantitativos que necessitavam para poder abordar a quantidade de bolo, tanto da forma quanto do pote, estavam atrelados aos recipientes utilizados para assar a massa e montar os bolos.

Porém, necessitaram da validação da professora no sentido de ter a aprovação para usar a forma que um dos integrantes do grupo tinha em casa.

O que conjecturamos foi que os alunos queriam estabelecer um caminho para poderem dar continuidade ao desenvolvimento. Para tanto, buscaram indícios do que a professora tinha planejado com a atividade, questionando-a sobre os procedimentos que haviam organizado.

A busca por esses indícios revelou a dependência que os alunos ainda apresentavam no desenvolvimento de atividades de modelagem.

Embora existisse a dependência de continuidade para a atividade de modelagem, em que objetos físicos que seriam necessários para realizarem a coleta de dados não estavam disponíveis, um movimento de estimar os procedimentos que poderiam realizar se fez presente na discussão dos alunos de forma voluntária, conforme excerto:

Hugo: Então vamos pensar em como vai ser nosso bolo, o pote é circular, tem que ter bolo e recheio.

Gael: Professora, tem que ser a massa esfarelada? A gente viu um vídeo que a moça esfarela tudo.

P: Vocês devem decidir como fazer! Vocês acham que vai render mais? Vai ser mais fácil de fazer? A única coisa que eu vou fazer é assar o bolo em casa por causa do tempo que temos.

Hugo: Acho que a quantidade de massa vai ser a mesma se a gente esfarelar ou cortar, porque dá para cortar no tamanho do pote tipo em disquinhos.

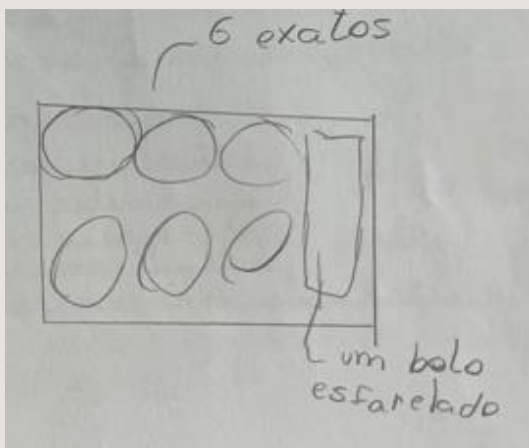


Gael:Tá, então vamos ver aqui ó [o aluno faz um esboço de sua ideia – Figura 1]. Tipo assim, se der seis potes dentro da forma o que sobrar a gente esfarela para não sobrar bolo.

Estando livres para a escolha dos procedimentos, um dos integrantes do grupo se antecipou indicando um encaminhamento de corte do bolo: [...] *no tamanho do pote tipo em disquinhos*. Essa indicação de procedimentos fez “emergir um efeito cognitivo sobre o intérprete” (NÖTH; SANTAELLA, 2017, p. 39), no caso, Gael que se mobilizou a estruturar um esquema de como fazer os cortes.

Considerando, por experiência colateral, o formato retangular do recipiente em que poderia ser preparada a massa do bolo, bem como o formato dos potes em que os Bentôs seriam montados, Gael representou de forma escrita uma primeira disposição por meio de um esquema, que está apresentado na Figura 1.

Figura 1 – Projeção do corte da massa do bolo para a produção dos Bentô esquematizada por Gael



Fonte: Signo escrito de Gael (2022).

A partir do esquema produzido por Gael, os alunos previram que sobriam uma parte de massa que poderiam esfarelar e complementar as camadas.

O esquema produzido por Gael se configurou como um signo enquanto uma coisa “que se espera venha a existir” (PEIRCE, 2005, p. 48). Esse signo revelou o interpretante que

Gael produziu quando da indicação da professora sobre esfarelar ou não a massa do bolo para produzir os Bentôs no pote.

De fato, ao esquematizar via registro escrito o que veio à sua mente quando da indicação do possível formato dos recipientes, Gael deixou evidente uma estratégia que o grupo poderia utilizar para realizar os cortes na massa de bolo. Com isso, explicitou um signo que ao ser conhecido pelos colegas poderia fazer com que conhecessem algo a mais (FIDALGO; GRADIM, 2005) com relação aos procedimentos que poderiam seguir.

No dia 07/06/2022, os alunos levaram para a escola os recipientes – forma e potes – necessários para a produção da massa e a montagem dos bolos no pote.

A professora iniciou a primeira aula desse dia dizendo aos alunos que se organizassem em seus respectivos grupos para darem continuidade à atividade. Os alunos, já familiarizados com a temática, rapidamente se organizaram e deram continuidade à resolução do problema, agora manuseando os recipientes, conforme excerto a seguir:

Gael: Professora, olha, eu trouxe esses potes que meus pais usam no restaurante, o que você acha? Qual é melhor?

P: Ótimo! Qual deles vocês consideram melhor? Vamos pensar: O tamanho importa, né? Quantos ml tem cada um?

Luci: Eu quero o maior! [risos]

Gael: Mas se a gente escolher o maior vamos fazer menos bolos e não sei se todo mundo vai ter um.

Ao ver os tamanhos dos potes, Luci sugeriu escolher o de maior tamanho para obter um bolo de pote maior. Porém, Gael afirmou: *se a gente escolher o maior vamos fazer menos bolos*.

A afirmação de Gael revelou que ele reconheceu uma relação inversamente proporcional. Ao produzir bolos maiores, haveria necessidade de uso de maior quantidade de massa. Como a quantidade de massa era fixa – rendimento de uma receita em uma

determinada forma –, então menor quantidade de bolos de pote seria produzida.

As percepções de Gael trataram-se de um “ato de conhecimento do mundo” (MACHADO; ROMANINI, 2010, p. 93), promovendo a geração de semiose no restante dos integrantes do grupo, conforme transcrição a seguir:

Luci: Professora, cada um tem que ter um bolo?

P: A nossa situação é descobrir quantos bolos faremos com uma massa pronta, certo? Será que já podemos afirmar que cada um terá seu bolo?

Ana: Não...

Hugo: Gente, vamos pensar no bolo primeiro. Quanto de bolo vai dar nessa forma aqui [apontando para a forma retangular].

Gael: Professora, a massa cabe nessa forma? Vai encher?

P: Não sei... Isso é uma hipótese, lembram? Será que vai encher? Será que vai ficar pela metade?

Considerando a produção de uma receita e que, por hipótese, a quantidade de massa era fixa, Hugo sugeriu a análise da quantidade que seria produzida na forma que ele levou e que iria disponibilizar para a professora.

Todavia, mediante um conhecimento sobre crescimento de massa de bolo, Gael perguntou para a professora se a assadeira ficaria completamente preenchida. A professora, então, novamente deixou que os alunos decidissem qual seria a dinâmica de crescimento da massa do bolo, dizendo que se tratava de uma hipótese.

Com essa ação, a deliberação dos procedimentos para a abordagem da resolução ficou a cargo dos alunos, denotando que a professora estava constituindo uma autonomia para que eles pudessem empregar os seus conhecimentos. Além disso, na ação de orientar, a professora indicou caminhos, fez perguntas, sugeriu procedimentos (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

A partir das discussões sobre a quantidade de massa, uma investigação sobre a forma de bolo foi delineada de modo que a produção de

signos se dirigiram para esse objeto físico que os alunos tinham em mãos:

Luci: Vamos ver a área dessa forma né, para ver quanto cabe de massa.

P: Quando vocês pensam em capacidade, a unidade de medida é área?

Hugo: É litros, olha, tá escrito aqui na forma. Cabe 4,480 litros.

Luci: Isso é na forma cheia né? Tudo.

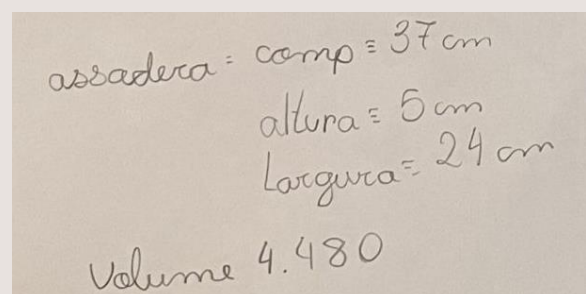
Hugo: Sim.

De imediato, considerando a base da forma, Luci se antecipou sugerindo o cálculo da área, porém a professora, ao questionar o grupo, provocou a geração de interpretantes atrelados à capacidade do recipiente. Com isso, os próprios integrantes do grupo evidenciaram que o cálculo da área não seria apropriado para determinar dados quantitativos para um recipiente.

Embora o recipiente apresentasse registrada a capacidade em seu fundo, os alunos buscaram analisar se, de fato, condizia com o que estava sugerindo.

Em busca de apresentar uma resposta para a professora sobre a quantidade de massa que é possível produzir, no máximo, numa forma de 37cm de comprimento, por 24cm de largura e 5cm de altura, o grupo se empenhou em calcular o volume (4480 cm^3), validando o valor da capacidade que a forma apresentava (4,480 l), conforme registro apresentado na Figura 2.

Figura 2 – Cálculo do volume da forma de bolo realizado por integrante do G2



Fonte: Relatório dos alunos (2022).

Os dados quantitativos que serviriam de



hipótese para a investigação, possibilitaram aos alunos “conhecer as características e especificidades da situação” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15).

Com a determinação do volume da forma e considerando, por hipótese, que a massa a preencheria por completo, a produção de novos signos se direcionaram para outra variável importante na produção quantitativa de bolos Bentô: determinar a altura das camadas dentro dos potes, conforme a transcrição a seguir:

Luci: E no pote?

Hugo: Pera, vamos ver assim, o pote tem que ter bolo e recheio.

Gael: Tem que pensar também que tem a cobertura, que a gente vai desenhar o Bentô.

Ana: Também tem que ver que a tampa entra um pouquinho, aí tem que pensar que não pode pegar na cobertura.

Hugo: Dá para fazer uma decoração.

O excerto supracitado, em certa medida, revelou os conhecimentos dos alunos sobre como montar um bolo no pote, indicando inclusive a interferência que uma tampa poderia ocasionar. Tratou-se de conhecer aspectos do fenômeno “mesmo não sendo especialistas em tal conhecimento” (CARREIRA; BAILOA, 2018, p. 213).

Para auxiliar na visualização das camadas, os alunos mediram a altura do pote, utilizando a régua, conforme mostra a foto apresentada na Figura 3. Eles obtiveram a medida de 9cm de altura para o pote escolhido.

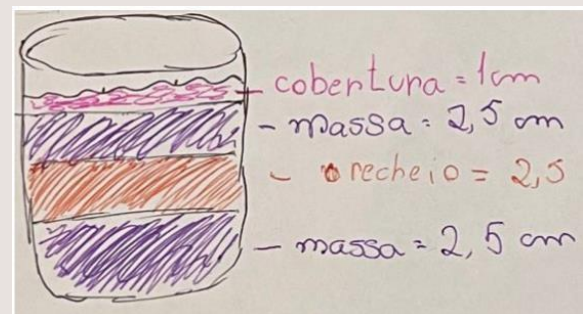
Figura 3 – Integrante do G2 medindo, com a régua, a altura do pote para a confecção dos bolos



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

A partir da medida da altura do pote, os alunos esboçaram um esquema das camadas de bolo a serem organizadas em seu interior, conforme apresentado na Figura 4.

Figura 4 – Esquema representando como ficariam as camadas de massa de bolo e recheio no interior do pote



Fonte: Relatório dos alunos (2022).

A mobilização de um esquema, considerando os procedimentos indicados com relação às camadas do bolo e à cobertura para fechamento do pote, nos permitiu inferir que o funcionamento dos signos proporcionou aos alunos descrever “uma interação contínua entre signos, fenômeno e novos signos gerados da interpretação de anteriores” (ALMEIDA; SILVA, 2017, p. 216).

Esse signo – esquema – proporcionou uma visualização do bolo pronto, conferindo sua função de representação, em que o esquema esteve no lugar de algo (bolo), em uma “relação com um outro que, para certos propósitos, é considerado por alguma mente como se fosse esse outro” (PEIRCE, 2005, p. 61).

A interação constituiu uma sequência de

semiose que proporcionou evoluir no desenvolvimento da atividade de modelagem em busca de uma solução para o problema.

Novamente, os alunos sentiram a necessidade de confirmar com a professora sobre os encaminhamentos a serem seguidos, conforme transcrição:

Gael: Professora, a gente pensou assim né, mas como a gente faz para ver a quantidade, sabe? Porque aqui a gente colocou tipo a altura. O pote tem um pouco mais que nove centímetros de altura, aí repartimos. Mas a forma tem um pouco mais que centímetros de altura.

P: Vocês estão deixando passar algo muito importante que já falamos hoje. Qual unidade de medida a gente usa para capacidade? Quando eu quero ocupar um espaço? É isso que vocês vão fazer com a massa do bolo, não é?

Ana: É o volume! Aquele que multiplica as três medidas.

P: Neste caso, acho que você está pensando num bloco retangular, a forma é um exemplo. Mas o pote de vocês é diferente!

Ana: É circular né? Cilindro!

P: Hmm, agora estão no caminho.

Gael: Então vamos ver a capacidade da forma.

[retomam o cálculo que tinham feito]

Ana: Que é o tanto em litros. Tem naquela tabela que a professora passou. A gente divide por 1000 aí dá em litros, 4,480 litros, que é tipo o que tá escrito na folha.

Hugo: Então a gente arredonda e faz pensando que tem 4480 centímetros cúbicos de bolo.

No excerto supracitado, foi possível evidenciar que um dos questionamentos da professora – *Quando eu quero ocupar um espaço?* – fez mobilizar nos alunos uma ação de calcular o volume que seria ocupado de massa de bolo, desconsiderando recheio e cobertura, Isso corresponde a uma “atualização da mente” (DRIGO, 2007, p. 85) para o que poderiam fazer para o desenrolar da atividade.

Essa mobilização revelou conhecimentos sobre cálculo de volume e capacidade, em que os alunos denotaram reconhecer como fazer as transformações necessárias.

Mesmo que os alunos já tivessem desenvolvido outras duas atividades de modelagem, a avaliação da professora era requerida, delineando um caminho a seguir.

Os alunos consideraram como hipótese que a quantidade de bolo produzida seria de 4480cm^3 , que representava a produção máxima com a forma de bolo escolhida.

Sabendo a quantidade de massa produzida, os alunos puderam estimar a quantidade de disquinhos de massa para montar os bolos no pote. Para isso, necessitaram calcular o volume de cada disco de massa, conforme excerto:

Ana: Agora a gente vai ver quantos disquinhos a gente consegue fazer para por nos potes.

Gael: Cada bolo de pote vai ter dois disquinhos. Aí assim, dá para fazer molde com o pote.

P: Vocês calcularam o volume da forma, certo? Será que o mesmo vale para os disquinhos?

Ana: Sim! A gente calcula o volume de cada disquinho. Aí a gente vê quantos disquinhos cabem na forma.

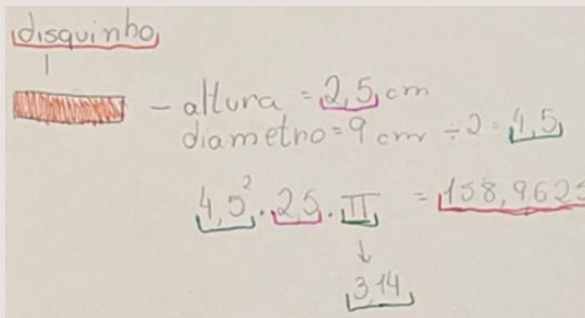
[chamam a professora]

Gael: Pronto, professora, calculamos o volume dos disquinhos.

De modo a validar os cálculos para o volume de cada disco de 2,5cm de espessura no pote em que fariam a organização das camadas, Gael solicitou que a professora analisasse os registros do grupo. A Figura 5 apresenta os procedimentos adotados pelos alunos.

Figura 5 – Cálculo do volume de cada disco, obtido pelos alunos





Fonte: Relatório dos alunos (2022).

Por meio dos signos escritos, os alunos revelaram a mobilização de conhecimentos sobre o cálculo de volume de cilindro – formato constituído pelas camadas de massa no pote. O signo produzido pelos alunos para o que chamaram de disquinho serviu “para produzir conhecimento sobre alguma outra coisa” (PEIRCE, 1998, p. 13).

Saber o volume de cada disquinho já dava um indicativo da quantidade que poderiam produzir a partir do volume de massa, tanto no sentido de considerar camadas na forma circular ou esfareladas. Para isso, os alunos lançaram mão de dividir o total da massa da forma pela massa de cada disquinho, conforme diálogo dos integrantes do grupo, subsidiado pela professora:

Hugo: Se a gente dividir o volume da forma toda pelo volume que tem o disquinho a gente descobre quantos cabem, aí a gente tem que ver que vai dois em cada pote né?

Gael: Deu então 28 discos se a forma tiver cheia de bolo. [referindo-se aos registros apresentados na Figura 6]

[...]

Hugo: Tá, então a gente faz 14 bolos de pote?

Ana: Não vai dar para todo mundo.

Luci: Professora, não vai dar um para cada.

P: Nosso objetivo era um bolo para cada aluno?

Gael: Não... A gente tinha que ver quantos bolos iam dar com a receita.

P: Então... O que podemos fazer?

Gael: A gente divide!

P: Isso mesmo!! E também temos que

lembrar que pode ser que dê para fazer mais ou menos bolos.

A Figura 6 apresenta os registros escritos dos alunos, considerando a massa total de bolo na forma – 4480 cm^3 – e o volume para cada disco para as camadas – $158,9625 \text{ cm}^3$ – totalizando em 28 discos.

Figura 6 – Cálculo da quantidade de discos para a produção dos Bentô

$4.480 \div 158,9625 = 28 \text{ discos}$

forma disco Laproximadamente

Fonte: Relatório dos alunos (2022).

Na segunda aula do dia 07/06, a professora convidou os alunos a irem até o refeitório da escola em que a massa do bolo que ela tinha preparado estava disposta sobre uma das mesas.

Ao desenformar a massa, a primeira ação dos alunos foi usar os procedimentos que haviam estruturado em sala de aula (Figura 1), ainda nos momentos em que estavam estimando o que fariam sem a disposição dos recipientes, para distribuição dos potes sobre a massa, conforme mostra a foto apresentada na Figura 7.

Figura 7 – Distribuição do pote sobre a massa para testar o procedimento inicial da atividade



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

O esquema construído, a princípio pelos alunos, no âmbito das aulas de matemática para estimar os procedimentos que delineavam o corte da massa foram seguidos.

Podemos conjecturar que aquele primeiro esquema, apresentado na Figura 1, se configurou

enquanto um modelo que, em certa medida, tornou presente a situação a ser analisada “usando matemática” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13). De posse desse procedimento, as massas foram cortadas para a montagem dos discos, conforme foto apresentada na Figura 8.

Figura 8 – Massa do bolo sendo cortada utilizando o pote



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Como a altura da massa foi superior ao que os alunos estimaram para a altura dos disquinhos, um procedimento adotado foi dividi-la. Para isso, os alunos consideraram os 2,5cm que haviam estabelecido como espessura para cada disquinho e, com a ajuda da professora, dividiram os disquinhos cortando-os ao meio, conforme mostrado nas fotos apresentada na Figura 9.

Figura 9 – Disco sendo medido por uma aluno e cortado ao meio com pela professora



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Os alunos também usaram massa esfarelada para a produção das camadas, obtendo ao final a produção de 11 bolos Bentô no pote, como mostra as fotos apresentadas na Figura 10. Cada um dos bolos de pote produzido se configurou como um protótipo estruturado a partir do “resultado de um processo de matematização após a experimentação” (CARREIRA; BAIIOA, 2018, p. 204).

Figura 10 – Produção dos bolos Bentô a partir dos discos e dos farelos da massa



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Ao analisar a atividade, no que se refere não

somente à obtenção de solução para a questão que foi sucitada pela professora no início de seu desenvolvimento, alguns procedimentos extramatemáticos se fizeram necessários. Dentre eles, a definição de objetos físicos utilizados para a coleta de dados e a deliberação dos procedimentos para a produção do bolo.

Diante disso, os alunos consideraram uma abordagem matemática a partir do que era validado pela professora.

Os encaminhamentos empreendidos, em certa medida, foi associada à dinâmica da geração de signos interpretantes. Essa geração de signos interpretantes foi mediada pelo processo de semiose vinculado aos encaminhamentos que eram definidos com a troca de ideias pelos alunos.

Com isso, conhecimentos matemáticos relativos à proporcionalidade, ao cálculo de volume e capacidade, à divisão de números decimais foram requeridos e registrados pelos alunos, via esquemas. Os esquemas auxiliaram a tomada de decisão para a validação, na prática, da quantidade de bolos no pote produzida, configurando-se como “potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático” (BRASIL, 2018, p. 266).

A quantidade final – 11 bolos – foi menor do que a estimada pelos alunos – 14 bolos. No entanto, eles estavam conscientes de que esse resultado poderia ser esperado, uma vez que a dinâmica de crescimento do bolo pode ser influenciada por variáveis externas que não foram consideradas na dedução do modelo subsidiada pela hipótese de que toda forma estaria preenchida de massa.

Assim, os alunos ficaram satisfeitos com os resultados obtidos, entendendo que, para suprir toda a turma com pelos menos um bolo para cada, havia a necessidade de produzir duas receitas de massa e de recheio.

Ao nos atentarmos à análise com relação ao auxílio do processo de semiose na obtenção de solução para um problema de modelagem matemática por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, o que nos propusemos foi permitir a comunicação, enquanto “uma produção de signos para serem interpretados” (NETTO, 2007, p. 213).

A interpretação foi subsidiada na atenção dada à produção de signos dos alunos durante uma atividade de modelagem em que, *a priori*, fizeram estimativas pois não tinham em mãos os objetos físicos necessários para encaminhar os procedimentos.

O fato de escolherem recipientes, estimarem procedimentos a serem seguidos, organizarem esquemas de visualização promoveu um preparo para a efetivação da produção de um protótipo – bolo Bentô no pote.

Essa antecipação, em certa medida, foi subsidiada pela semiose em que os alunos se questionaram entre si, fizeram perguntas de orientação e validação para a professora e mobilizaram os pais para a efetivação da atividade de modelagem que foi findada com uma validação empírica em que bolos de pote foram produzidos.

Dessa forma, a semiose, enquanto um processo ilimitado, auxiliou os alunos na definição dos objetos físicos que iriam utilizar na produção dos bolos, na deliberação dos procedimentos para a produção do bolo em que hipóteses e esquemas foram produzidos e na consideração da abordagem matemática sob avaliação e requerimento da professora.

A geração de signos empreendida pelos alunos corroborou as afirmações de Borromeo Ferri (2018, p. 19) de que “a modelagem matemática é um processo que liga o mundo real e a matemática nos dois sentidos: da realidade para a matemática e no sentido contrário, da matemática para a realidade”.

Ao estabelecer as conexões supracitadas, podemos inferir que a implementação de uma atividade de modelagem matemática em sala de aula pode colocar os alunos em movimento, ao

CONSIDERAÇÕES FINAIS



mesmo tempo em que conteúdos matemáticos se fazem necessários para apresentar uma solução para o problema em estudo.

As ações subsidiadas por uma análise da semiose pode conferir ao professor evidências dos conhecimentos dos alunos, tanto no contexto matemático quanto de outras disciplinas. Estar atento aos signos escritos, falados e gesticulados pode se configurar como uma ação de avaliação do que os alunos já sabem e o que precisa ser retomado diante de uma dificuldade apresentada, como explicitar a diferença entre volume e capacidade, por exemplo.

Ao conferir a possibilidade de ensinar matemática por meio da modelagem, o professor pode inserir em seu planejamento procedimentos que fazem emergir para além de conteúdos matemáticos. Com isso, pode vislumbrar um trabalho de conexões com professores de outras disciplina. Esse encaminhamento tem permeado nossas investigações com o intuito de vincular articulações com a Educação STEAM (Ciência, Tecnologia, Engenharia, Artes e Matemática).

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. A ação dos signos e o conhecimento dos alunos em atividades de modelagem matemática. **Bolema**, v. 31, n. 57, p. 202-219, 2017.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BAIOA, A. M.; CARREIRA, S. Modelação matemática experimental para um ensino integrado de STEM. **Educação e Matemática: Revista da Associação de Professores de Matemática**, v. 152, p. 11-14. 2019.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2003.

BLISS, K.; LIBERTINI, J. What is Mathematical Modeling? In: GARFUNKEL, S.; MONTGOMERY, M. **GAIMME: Guidelines for Assessment & Instruction in Mathematical Modeling Education**. COMAP, SIAM: Reston, Philadelphia, 2006.

BORDENAVE, J. D.; PEREIRA, A. M. **Estratégias de Ensino-aprendizagem**. 32 ed. Petrópolis: Vozes, 2012.

BORROMEO FERRI, R. **Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education**. Cham: Springer, 2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.

BURAK, D. Modelagem Matemática na Educação Matemática: a trajetória refletida. In: BURAK, D.; SILVA, V. S. **Modelagem na Educação Matemática: experiências vividas**. Guarapuava: Apprehendere, 2020. p. 13-34.

CARREIRA, S. Conexões no ensino da matemática. Editorial. **Educação e Matemática: Revista da Associação de Professores de Matemática**, n. 110. nov./dez. 104 p. 2010.

CARREIRA, S.; BAIOA, A. M. Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the students' sense of credibility. **ZDM**, v. 50, n. 1-2, p. 201-215, 2018.

COLAPIETRO, V. The routes of significance: reflections on Peirce's theory of interpretants. **Cognitio**, São Paulo, v. 5, n. 1, p. 11-27, 2004.

DRIGO, M. O. **Comunicação e cognição: semiose na mente humana**. Porto Alegre: Sulina, 2007.

FIDALGO, A; GRADIM, A. **Manual de Semiótica**. Portugal: UBI, 2005.



MACHADO, I.; ROMANINI, V. Semiótica da comunicação: da semiose da natureza à cultura. **Revista FAMECOS**, v. 17, n. 2, p. 89-97, 2010.

NETTO, J. T. C. **Semiótica, Informação e Comunicação**. 7 ed. São Paulo: Perspectiva, 2007.

NISS, M.; BLUM, W. **The learning and teaching of mathematical modelling**. Abingdon: Routledge, 2020.

NÖTH, W. **Panorama da Semiótica: de Platão a Peirce**. 4. ed. São Paulo: Annablume, 2008.

NÖTH, W.; SANTAELLA, L. **Introdução à Semiótica**. São Paulo: Paulus, 2017.

PEIRCE, C. S. **Escritos coligidos**. 4. ed. São Paulo: Nova Cultural, 1989.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. 4 ed. São Paulo, Perspectiva, 2005.

PEIRCE, C. S. **The essential Peirce: selected philosophical writings**. Bloomington: Indiana University Press, 1998.

SÁENZ-LUDLOW A.; KADUNZ, G. **Semiotics as a tool for learning mathematics: how to describe the construction, visualisation, and communication of mathematical concepts**. Rotterdam: Sense Publishers, 2016.

THIBAUD, P. **La Logique de Charles S. Peirce: de l'Algèbre aux Graphes, aix-en-provence**. Universite de Provence, 1975.

TRINDADE, S. L. **Análise semiótica de componentes da aprendizagem em atividades de modelagem matemática no 8º ano do ensino fundamental**. 2023. 1. v. 135 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

TUZZO, S. A.; BRAGA, C. F. O processo de triangulação da pesquisa qualitativa: o metafenômeno como gênese. **Revista Pesquisa Qualitativa**, v. 4, n. 5, p. 140-158, 2016.

