



ARTIGO ORIGINAL

LA GESTIÓN DEL FORMADOR DE PROFESORES Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DE FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICAS

LUIS ÁNGEL BOHÓRQUEZ ARENAS

Coordinador del Énfasis en Educación Matemática del Doctorado Interinstitucional en Educación Universidad Distrital Francisco José de Caldas (DIE-UD).

E-mail: labohorqueza@udistrital.edu.co

<https://orcid.org/0000-0002-1340-9214>

YOLIMA PAOLA ROMERO GALINDO

Estudiante -LEMA- Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

E-mail: ypromerog@correo.udistrital.edu.co

<https://orcid.org/0000-0002-9317-8726>

Resumen: Los factores que apoyan o limitan la ampliación del universo numérico en futuros profesores en la licenciatura en matemáticas de la universidad Distrital Francisco José de Caldas fue una investigación desarrollada con estudiantes para profesor de matemáticas de tercer semestre. Un propósito de esta investigación, el cual se presentará en el presente artículo, fue establecer la incidencia de la gestión del profesor en el aprendizaje de estudiantes para profesor de matemáticas que participaron en un experimento de enseñanza. Los resultados permitieron identificar aspectos de la gestión del profesor que fueron determinantes para generar aprendizajes didácticos y matemáticos relacionados con la ampliación del universo numérico en un curso de transición de aritmética-álgebra. Estos resultados muestran que la gestión del formador de profesores de matemáticas, en este curso, incide en la evolución conceptual y en la obtención de elementos teóricos que mejoran la práctica que experimentan los estudiantes para profesor de matemáticas.

Palabras clave: Gestión, Experimento de enseñanza, Formación de profesores.

THE MANAGEMENT OF THE TEACHER TRAINER AND ITS IMPACT ON THE LEARNING OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

Abstract The factors that support or limit the expansion of the numerical universe in future teachers in the bachelor's degree in mathematics at the Universidad Distrital Francisco José de Caldas was an investigation developed with third semester mathematics teacher trainees. One purpose of this research, which will be presented in this article, was to establish the incidence of the teacher's management in the learning of mathematics teacher trainees who participated in a teaching experiment. The results made it possible to identify aspects of the teacher's management that were determinant in generating didactic and mathematical learning related to the expansion of the numerical universe in an arithmetic-algebra transition course. These results show that the management of the mathematics teacher trainer, in this course, has an



ARTIGO ORIGINAL

impact on the conceptual evolution and on the acquisition of theoretical elements that improve the practice experienced by the mathematics teacher trainees.

Keywords: Management, Teaching experiment, Teacher training.

INTRODUCCIÓN

Este artículo presenta los resultados obtenidos en la investigación “Factores que apoyan o limitan la ampliación de universo numérico en futuros profesores en la licenciatura en matemáticas de la Universidad Distrital”. En esta investigación se buscaba identificar las acciones vinculadas a la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje del profesor de futuros profesores (PFP). Presentaremos el análisis de los datos de esta investigación acudiendo a las viñetas (GARCÍA; GAVILÁN; LLINARES, 2007) tomando como base la información obtenida de los videos de las sesiones al gran grupo y pequeños grupos, transcripciones de los mismos, entrevistas al PFP, cuadernos de los estudiantes e informes de los mismos. El primer apartado de este escrito tiene como objetivo dar a conocer el problema que se abordó en la investigación, posteriormente presentaremos el marco conceptual que fue la base teórica del trabajo, la cual permitió entre otras cosas efectuar el análisis de los datos. El tercer apartado se concentra en el diseño de la investigación en donde se destaca la característica de la población objeto de esta investigación y el diseño del espacio de formación. Asimismo, se detalla la construcción de las viñetas (GARCÍA; GAVILÁN; LLINARES, 2007) que permitieron presentar los datos y los análisis de los mismos. Finalmente, presentaremos los resultados obtenidos y la discusión que establecemos alrededor de éstos.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En los años cincuenta la ausencia de investigaciones y teoría sobre gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje limitaban su concepción a tareas de carácter instruccional y normativo (BRODIE, 2009). En la década de los años sesenta y setenta Duke (1979) consideró que las tareas, en términos de gestión¹, referían aquellas que permiten la instrucción y el aprendizaje; y Gómez (2007), resalta que la mayoría de las taxonomías del conocimiento del profesor estudiadas por él, hasta ese momento, tenían un carácter curricular, por ejemplo: presentación de contenidos y relación entre enseñanza e instrucción. Posteriormente, Llinares (2008), rescata las ideas de Eraut (1994), y Escudero, Sánchez e García (2006) y concibe que si la enseñanza de las matemáticas se encuentra dentro de un ambiente de enseñanza-aprendizaje es necesario caracterizar las acciones del profesor. Esto es, es imprescindible describir el conocimiento activo del profesor dentro del aula, particularmente las acciones vinculadas con la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje del profesor (BOHÓRQUEZ, L. A.; D'AMORE, 2018; LLINARES; VALLS, 2006). Un resultado importante de la investigación publicada por Bohórquez, (2016) establece que la gestión del profesor en la formación de futuros profesores apoya o limita el aprendizaje de los estudiantes para profesor. Este resultado ha generado aún más interrogantes y problematizado la relación entre la gestión del profesor formador de profesores de matemáticas y el aprendizaje de los futuros profesores tanto en los conocimientos matemáticos como didácticos. Teniendo en cuenta este hecho, en la investigación que presentamos en este escrito se formularon las siguientes preguntas:

¹ Sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje presentaremos una revisión más detallada en el marco

teórico de este escrito.

¿Qué aspectos de la gestión del profesor, posibilita el aprendizaje de los estudiantes para profesor?

¿Qué incidencia tiene la gestión del conocimiento matemático en el aprendizaje de los estudiantes para profesor?

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

En este marco teórico presentaremos, inicialmente, una revisión sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje del profesor de matemáticas (BOHÓRQUEZ, 2016, 2017 y 2020) para posteriormente dar a conocer la consideración que asumimos en esta investigación sobre la gestión, la cual usamos en los análisis de los datos.

Sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje

Bagley (1907) en el prefacio de su libro escribió que sus principios de gestión deberían interpretarse a la luz de los principios psicológicos y sobre la base de los datos recogidos a partir de cuatro fuentes: 1- las observaciones de los maestros con una gestión eficiente y exitosa, 2- libros de texto sobre la gestión del aula y la enseñanza, 3- su propia experiencia personal como maestro y 4- los principios psicológicos generales que habían sido "sometidos a prueba real antes de ser incluidos" (BAGLEY, 1907). En palabras de Breed (1933) la gestión en el aula se había deslizado entre las grietas de las bases de conocimiento que se estaban desarrollando en el aula (centrados en el currículo y la instrucción en las áreas temáticas) y el nivel de la escuela (centrado en la administración de la escuela en su conjunto). Duke (1979) consideraba que las tareas asociadas a la gestión eran todas aquellas disposiciones y procedimientos necesarios para establecer y mantener un entorno en el que puedan darse la instrucción y el aprendizaje.

En la década de 1980, los investigadores fueron señalando un consenso emergente sobre la gestión de aula. Por ejemplo, autores como Brophy (1988, 1983), Doyle (1986) y Weber, Crawford, Roff y Robinson (1983) reconocieron que hubo un impulso para las técnicas conductuales en la gestión de aula, pero cuestionaron su idoneidad o practicidad para aplicaciones en el aula. También consideraron que se fortalecieron las técnicas destacadas por Kounin (1970) y Evertson y Emmer (1982b) con relación a la gestión. Estas técnicas, para Emmer (1987) por ejemplo, estaban asociadas a un conjunto de comportamientos y actividades del profesor encaminados a que los alumnos adoptaran una conducta adecuada y a que las distracciones se redujeran al mínimo.

Basados en las consideraciones de Duke (1979) y Emmer (1987) sobre gestión del aula, Davis y Thomas (1992) establecen recomendaciones para esta gestión, las cuales se pueden dividir en cuatro grandes categorías, a saber: aquellas recomendaciones asociadas a las normas y expectativas, otras relacionadas con la organización del aula, otras referidas a las actividades en el aula y finalmente recomendaciones para responder al mal comportamiento o a las desviaciones. Sin embargo, todas estas recomendaciones se centran básicamente en mantener el orden, la disciplina de los estudiantes, así como otras disposiciones que le permitan tener el control del aula. Brophy (2006) señala que la mayoría de las investigaciones sobre la gestión se han hecho en las aulas de primaria y lo que se realizaron en niveles superiores se han efectuado en la secundaria en lugar de los grados de preparatoria.

Brophy y Evertson (1978) señalaron que los detalles de las responsabilidades de gestión de los docentes evolucionan a medida que los estudiantes avanzan en los niveles de grado. Brophy (1999, 2006) consideró que la

mayoría de las investigaciones sobre gestión del aula se efectuaron en aulas cuyos enfoques de enseñanza se asocian a la transmisión de conocimiento. Al respecto, este autor se pregunta si estos principios también se aplican a los salones de clase que enfatizan la comunidad de aprendizaje. Esto es, ¿estos principios de gestión se pueden aplicar a enfoques basados en teorías constructivistas sociales y socioculturales del aprendizaje?

Según Brophy (1999, 2006) se pueden aplicar, si se interpreta correctamente.

McCaslin y Good (1992) establecieron que las prácticas de gestión deben estar alineadas para apoyar las metas y actividades de enseñanza del profesor. Según estos autores, un maestro puede comenzar por identificar lo que los estudiantes deben hacer para participar de manera óptima en los formatos de aprendizaje previstos. Posteriormente el profesor debe, a partir de estas descripciones de los roles deseados de los estudiantes, determinar las formas necesarias de instrucción, de dirección o ayuda. Brophy (1999, 2006) afirma que en entornos de aprendizaje comunitarios el profesor identificaría un conjunto más amplio de funciones estudiantiles a las que se requieren en las aulas que acuden a metodologías más tradicionales.

El aprendizaje en aulas comunitarias también requiere, según Brophy (2006), que los estudiantes aprendan en colaboración con toda la clase y en grupos pequeños. Esto encarna expectativas adicionales, tales como escuchar con atención no sólo al maestro, sino también a sus compañeros relacionando lo que dicen a los conocimientos y experiencias previas personales, pedir aclaraciones a los demás si no está seguro de lo que significan, presentar sus propias ideas y explicar su razonamiento citando pruebas y argumentos relevantes, desafiando y respondiendo a los

retos, centrándose en las discusiones tratando de llegar a un acuerdo en lugar de participar en una sobrepuja, y ver que las ideas de todos se incluyan y que todo el mundo cumpla con el objetivo de la actividad cuando se trabaja en parejas o pequeños grupos.

Brophy (2006) afirma que los maestros que buscan establecer comunidades de aprendizaje en sus aulas se ven obligados a acudir a estrategias de gestión como las de articular todo para que se dé la participación que desea tengan sus estudiantes, el modelar o dar instrucción en los procedimientos deseados. Por ejemplo, las formas de participación y de actuación de los estudiantes. El maestro debe escuchar a los estudiantes para establecer cuándo se necesitan estos procedimientos, y la aplicación de una presión suficiente para generar cambios en el comportamiento cuando los estudiantes han fracasado al responder o enfrentar una tarea. Sin embargo, los procedimientos que se enseñan a los alumnos tendrán que incluir el conjunto completo que se aplica en comunidades de práctica (WENGER, ETIENNE, 2000), no sólo el subconjunto que se aplica en las aulas que acude a la transmisión de conocimientos.

Llinares (2000) propuso algunas de las actividades descritas anteriormente como necesarias dentro de la fase de gestión del proceso enseñanza-aprendizaje del profesor. A saber: 1- la gestión de los distintos momentos o secciones que conforman cada clase, lección, tema o unidad de enseñanza y de aprendizaje que constituyen la lección de matemáticas; 2- la presentación de la información; 3- la gestión del trabajo y la discusión en grupo; 4- la interpretación, discusión y respuesta a las ideas de los estudiantes; 5- la gestión de la discusión en gran grupo; 6- la construcción y uso de representaciones; 7- la introducción de material didáctico o de entornos informáticos

y 8- la gestión de la construcción del nuevo conocimiento matemático desde la interacción profesor- alumno-tarea etc.

Teniendo en cuenta lo anterior, Llinares (2000) establece que algunas de las actividades del profesor en la fase de gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje son específicas del contenido matemático y otras son de carácter general (en el sentido de Doyle, 1986) relacionadas con la organización de los estudiantes, el manejo del orden y la disciplina, las tareas propuestas, entre otras. Con relación a las actividades asociadas al contenido matemático, este autor considera que son aquellas que están vinculadas a la gestión de la interacción entre los estudiantes y el conocimiento matemático que subyace al problema matemático propuesto (LLINARES, 2000; PERRIN-GLORIAN, 1999; SARAIVA, 1995) y en la caracterización del discurso en el aula (HACHE; ROBERT, 1997). Esta caracterización del discurso está relacionada, según Llinares (2000), con el discurso pedagógico y la comunicación que propicia.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en aulas de matemáticas en nuestra investigación se entendió como una competencia ² del profesor de matemáticas que involucra múltiples actividades, que, en su mayoría, surgen en el contexto del aula y que tienen como fin primordial promover el aprendizaje y la instrucción de los estudiantes. Se trata de una macro competencia que en otros enfoques también se considera, por ejemplo, en el enfoque ontosemiótico (BREDA;

BOLONDI; DE ABREU SILVA, 2021) se considera una competencia similar, la competencia de análisis e intervención didáctica. Estas actividades, al igual que en Llinares (2000), serán divididas en dos grandes grupos: 1- las actividades de carácter general y 2- las actividades consideradas específicas del contenido matemático (BOHÓRQUEZ, L. Á., 2016).

Las actividades de carácter general se asumirán desde las perspectivas de Doyle (1986), McCaslin y Good (1992) y Brophy (1999, 2006). Esto es, todas aquellas actividades relacionadas con la organización de los estudiantes, materiales, tiempo y espacio. Aquellas actividades que permitan involucrar a los estudiantes u obtener su cooperación, que establezcan y mantengan procedimientos de la clase, que permitan el seguimiento de los comportamientos de los alumnos y todas aquellas que el profesor identifique necesarias para que sus estudiantes participen de manera óptima en el ambiente de aprendizaje previsto.

Las actividades consideradas específicas del contenido matemático son aquellas que están relacionadas con la gestión de la interacción entre los estudiantes y el conocimiento matemático que subyace al problema matemático propuesto (BREDA *et al.*, 2021; LLINARES, 2000; PERRIN-GLORIAN, 1999; SARAIVA, 1995). Una actividad del maestro que mencionan Hersant y Perrin-Glorian (2005) considerada específica del contenido matemático es la de identificar los conocimientos previos de los estudiantes. De tal forma, que el profesor

² La competencia se asume como un conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes donde se vinculan tres tipos de saberes: 1- un saber asociado a conocimientos teóricos o proposiciones que relacionan contenidos diferentes, 2- un saber relacionado con un conocimiento práctico que permita el desarrollo de las habilidades y destrezas necesarias para ejecutar diferentes acciones y finalmente 3- un saber asociado a un conocimiento del conjunto de normas, valores, afectos, actitudes y

circunstancias que permitan interactuar con éxito en el medio social (BOHÓRQUEZ, L. Á., 2016). Estos saberes le permiten al docente identificar filiaciones o rupturas en relación con los conocimientos matemáticos. Se trata de una manera de entender la competencia coherente con otras caracterizaciones de esta noción como la que se propone en Font, Breda y Sala (2015).

pueda prever las acciones que los estudiantes pueden llevar a cabo en este medio y cómo podrán interpretar la retroalimentación que él les pueda dar y finalmente todas aquellas actividades vinculadas con la caracterización del discurso en el aula (HACHE; ROBERT, 1997). Esto es, con el discurso pedagógico y la comunicación que propicia.

Con relación a las actividades asociadas al contenido matemático Stein, Engle, Smith y Hughes (2008) establecen cuatro grandes grupos de actividades relevantes para gestionar discusiones matemáticas en el aula. Estas actividades son anticipar, monitorear, seleccionar, secuenciar y conectar (STEIN *et al.*, 2008). Anticipar, para estos autores, implica mucho más que evaluar si una tarea propuesta a los estudiantes estará en el nivel adecuado de dificultad o es de suficiente interés para ellos. Anticipar, también, desarrollar experticia para establecer cómo los estudiantes podrían interpretar matemáticamente un problema.

El monitoreo de las respuestas de los estudiantes es la segunda actividad, según Stein *et al.* (2008), que deben llevar a cabo los profesores de matemáticas. Esta actividad implica prestar mucha atención a la matemática desarrollada por los estudiantes a medida que trabajan en un problema, por ejemplo, durante la fase de exploración. El objetivo primordial de esta actividad consiste en identificar el potencial de aprendizaje de estrategias o representaciones particulares utilizadas por los estudiantes, de forma que el profesor pueda identificar qué respuestas de los estudiantes serían importantes para compartir con la clase en su conjunto durante la fase de discusión (STEIN *et al.*, 2008).

La tercera actividad para gestionar la discusión matemática por el profesor presentada por Stein *et al.* (2008) es seleccionar respuestas de los estudiantes para su exhibición pública. Estos autores

sugieren que, como resultado del monitoreo de las respuestas de los estudiantes durante la clase, el profesor puede a continuación, seleccionar a los estudiantes que considere pertinente para compartir su trabajo con el resto de la clase y generar discusión a partir de esta exposición. Por último, según Stein *et al.* (2008), la cuarta actividad que los profesores deben hacer para gestionar la discusión matemática es la de generar conexión de las respuestas de los estudiantes. En esta actividad se espera que los profesores ayuden a los estudiantes a establecer conexiones entre la matemática, las ideas que se reflejan en las estrategias y las representaciones.

Actividades de carácter general y actividades específicas del contenido matemático en ambientes de aprendizaje de formación de profesores fundamentados en las comunidades de práctica y la resolución de problemas.

Reconocer actividades de carácter general en la gestión del profesor formador de profesores (PFP), permite evidenciar que, aunque algunas de estas pueden darse de forma esporádica en el aula, son actividades que no necesariamente están enfocadas a la relación del estudiante con el conocimiento matemático puesto en juego. Sin embargo, estas acciones el profesor las considera necesarias para fomentar la participación en el aula y pueden estar orientadas por objetivos de enseñanza-aprendizaje.

Sobre las actividades específicas del contenido matemático, como lo mencionamos anteriormente, refieren únicamente a las acciones de gestión que incentivan la relación entre estudiante y conocimiento matemático. En ambientes de formación de profesores de matemáticas fundamentados en comunidades de práctica y resolución de problemas, tipificamos estas acciones desde tres aspectos de la gestión del conocimiento

matemático. 1- En relación con el discurso matemático que el PFP mantiene con sus estudiantes (PERRIN GLORIAN, 1999-2005); 2- Aquellas prácticas relevantes que posibilitan gestionar la comunicación matemática en el aula (STEIN et al., 2008) y 3- aquellas que involucran la resolución de problemas como estrategia didáctica (BOHÓRQUEZ, 2016)

Las actividades que se pueden identificar con relación a la interacción estudiante y conocimiento matemático, mediado por el discurso del PFP son: 1. Reconocer los datos que pueden ser utilizados por los estudiantes sin intervención del docente; 2. Identificar los conocimientos previos de los estudiantes para prever posibles acciones, en la adquisición de un concepto matemático; 3. Retroalimentar a sus estudiantes a partir de los alcances en una tarea propuesta; 4. Gestionar la discusión en gran grupo es decir, promover la construcción y uso de representaciones (icónicas, simbólicas, algebraicas) y 5. Gestionar la construcción del nuevo conocimiento matemático desde la interacción profesor alumno-tarea. En esencia son actividades que surgen a partir de los discursos que elaboran los estudiantes y que le permiten al PFP determinar los alcances o limitaciones al enfrentarse con un nuevo concepto.

Sobre las actividades relevantes que posibilitan gestionar la comunicación matemática en el aula (anticipar, monitorear, seleccionar, secuenciar y conectar) hablamos específicamente en este marco conceptual.

Finalmente, sobre las actividades que involucran la resolución de problemas como dispositivo didáctico Bohórquez (2016) las considera como un conjunto de acciones y dispositivos que promueven la comunicación entre los estudiantes en el aula de

matemáticas. Este autor, manifiesta que, aunque parecieran actividades de la gestión de carácter general, son acciones del profesor formador de profesores que incentivan la relación entre estudiante y conocimiento matemático e incluso didáctico. Algunas de estas actividades son: 1. Abordaje y resolución de los problemas en pequeños grupos; 2. La presentación de los avances al grupo general de cada grupo; 3. La participación del gran grupo en las exposiciones de otros grupos; 4. La participación grupal en el aula virtual, y 5. La construcción del “cuaderno del resolutor”³

DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

Participantes: Los participantes en esta investigación fueron treinta y seis (36) estudiantes para profesor de matemáticas de tercer semestre de la Licenciatura en Matemáticas (LEMA), el cual es un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de Bogotá (Colombia). Este programa curricular tiene una duración total de nueve semestres. En el tercer semestre se ofertan cinco espacios (cursos) de formación inicial de profesores: problemas de la divisibilidad, transición aritmética-álgebra, investigación en el aula II, contextos profesionales y pedagogía sociedad y escuela. Los estudiantes que participaron en esta investigación estaban tomando por primera vez el curso de transición aritmética-álgebra.

Contexto El objetivo primordial del espacio de formación de profesores transición aritmética-álgebra es resignificar y refinar las matemáticas escolares, profundizando en el campo conceptual multiplicativo. El plan de estudios del curso se centra en la evolución por medio de

³ El “cuaderno del resolutor” es un cuaderno donde el estudiante para profesor registra toda la información

relacionada con la resolución de los problemas incluso las discusiones generadas con sus compañeros.

diferentes trayectorias geométricas y algebraicas, que responden a: 1-Resignificar la concepción de proporción que traen los estudiantes de la escuela; 2-Profundizar en el uso, producción y comunicación de elementos que permitan generar conexiones entre las estructuras aditivas y multiplicativas a través de una estructura matemática y 3. Brindar herramientas que permitan reflexionar sobre las posibilidades de aprendizaje de aspectos vinculados a la razón y la proporción.

Diseño del espacio de formación.

El espacio de formación, denominado, transición de la aritmética- álgebra, además del objetivo primordial descrito anteriormente, presenta unos objetivos didácticos y matemáticos. Los objetivos didácticos son: potenciar y diferenciar razonamiento empírico-deductivo y resignificar la matematización (TREFFERS, 1986) como conocimiento didáctico del profesor en formación y los objetivos matemáticos del curso son: resignificar objetos como la proporcionalidad, interpretar el número como razón entre magnitudes y profundizar sobre los tipos de estructuras recursivas (convergentes).

Tomando como base los objetivos didácticos y matemáticos el curso se organizó en tres grandes grupos de tareas. El primer grupo de tareas estaba vinculado al abordaje del libro I de los elementos de Euclides desde los grafos proposicionales que promueven el razonamiento deductivo en el reconocimiento de magnitudes. El segundo grupo de tareas lo conforman un conjunto de ocho tareas que tienen como propósito abordar estructuras recursivas con siguiente y punto de acumulación. En algunas de esas tareas se trabaja sobre las clases de magnitud y la numeración como una clase particular de

las estructuras recursivas en donde se relacionan la conmensurabilidad e inconmensurabilidad entre unidades. El tercer grupo de tareas lo integran actividades en torno a la densidad de los reales y la problemática de los números con coma.

El espacio de formación se diseñó sobre una perspectiva sociocultural de aprendizaje en donde concurren aspectos individuales y colectivos que reflejan un “Régimen de competencias”⁴ (WENGER, 2001) que posibilitan la construcción de conocimiento dentro de esa comunidad. En este ambiente de aprendizaje se espera que el profesor de matemáticas en formación adquiera las herramientas necesarias para promover la actividad de matematización y reflexión sobre las prácticas escolares que han trabajado alrededor de la estructura multiplicativa. En este espacio de formación se reconoce que los miembros de esta comunidad de profesores no solo comparten y elaboran posiciones a través de discursos, sino que también comparten modos de hacer e instrumentos de ese hacer y en relación con la formación de profesores como constitución de experiencia de resignificación de la matemática escolar y de sus productos. Esto se puede lograr proponiendo un espacio de formación basado en ciclos de actividad matemática.

Ciclos de actividad matemática:

1) *Constitución de sentido mediante una actividad instrumentada.* Abordaje en pequeños grupos de un enunciado que tematiza una situación matematizable, cuya exposición inicia a través de la formulación de un enunciado que pretende generar algún tipo de conflicto cognitivo. Este conflicto cognitivo puede aparecer de inmediato, dada la relación que establezca el grupo con las condiciones referidas en el enunciado de la

⁴ Serie de criterios y expectativas por la que los participantes se reconocen miembros, dicha competencia incluye: entender lo que importa, lo que es la empresa de la

comunidad; ser capaz de participar productivamente con otros miembros de la comunidad y usar apropiadamente el repertorio de recursos que la comunidad ha acumulado a lo largo de su historia de aprendizaje.

situación o mediante la intervención de los pares o del profesor.

- 2) Sistematización y refinamiento de algunos productos de la actividad del pequeño grupo de estudiantes en colaboración con el profesor.
- 3) Trabajo en pequeños grupos con el gran grupo mediante un discurso pedagógico, que a la vez da cuenta de las vivencias y su reelaboración como experiencia sedimentada en productos y obras, pero también en reconstitución de significados.
Dado el carácter argumentativo de este discurso y su manifestación pública, entra tanto a ser valorado como intervenido.
- 4) Desde el punto de vista de la ciencia del diseño, de la didáctica como *techné*⁵, este ciclo debe ser investigado y rediseñado.

El ciclo de actividad matemática, descrito anteriormente, posibilita caracterizar la gestión del profesor en el proceso de enseñanza-aprendizaje a partir de un ambiente de aprendizaje colaborativo.

RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Para dar respuesta a las preguntas de investigación, formuladas al inicio de este escrito, se utilizaron grabaciones de audio y video durante catorce sesiones de clase. Estas videograbaciones se realizaron durante seis horas por semana. Se realizaron dos tipos de grabaciones; Un primer tipo centradas en video cada una de las sesiones de clase al gran grupo (incluido el profesor) y el segundo tipo de grabaciones en video se centró en las interacciones de dos pequeños grupos de estudiantes (incluyendo momentos de interacción con el profesor). Estos grupos se eligieron teniendo en cuenta su aceptación para ser grabados durante el transcurso de las sesiones. (Todos los estudiantes firmaron

un consentimiento informado). También se utilizó un diario de campo, llevado por uno de los investigadores, donde se registró información relevante de cada sesión de clase.

Otros medios para recolectar información fueron las entrevistas semi-estructuradas, tanto al profesor como a estudiantes, durante la tercera sesión, séptima sesión y al finalizar el curso que permitieran reconocer alcances y limitaciones que presentaron los estudiantes al trabajar con el concepto de bases de numeración.

ANÁLISIS DE LOS DATOS

Para dar respuesta a las dos preguntas de investigación, se identificaron momentos relevantes en la transcripción de las videograbaciones de las sesiones del gran grupo. Asimismo, se procedió con las grabaciones del pequeño grupo de G1, G2 y G5 dónde se evidenciaban cambios de en la comprensión de los problemas propuestos y factores que apoyaban o limitaban dichos cambios.

Consideramos conveniente reducir el volumen de datos (más de 162 horas de grabación transcritas) bajo los criterios: i) identificar momentos explícitos donde los estudiantes manifestarán comprensión de los conceptos desarrollados en clase, particularmente sobre la caracterización de la estructura interna y construcción de la definición de bases de numeración; ii) identificar los momentos en donde se evidenciaron cambios de comportamientos de los estudiantes en las formas actuar e interactuar, por ejemplo, los estudiantes pueden involucrar representaciones y enunciar un lenguaje técnico para dar respuesta a las solicitudes del profesor (una

⁵ Desde las ideas de (Laurillard, 2012)

vez identificados esos momentos se rastrearon los datos para establecer el origen de los cambios); iii) identificar manifestaciones de la toma de consciencia sobre aspectos relevantes sobre la importancia del debate en el proceso enseñanza-aprendizaje.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados se organizan en tres apartados que nos ayudan a ejemplificar las concepciones evidenciadas, permitiendo identificar cambios a lo largo del curso.

Características de la gestión del profesor en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Los datos para la elaboración de esta viñeta proceden de las sesiones asociadas al segundo grupo de tareas en la cuales es posible rastrear interacciones de gran grupo y pequeños grupos en seis diferentes sesiones. En estas sesiones se identificaron momentos explícitos de la interacción estudiante-docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje y momentos donde se trabajará el concepto de bases de numeración. Los datos provienen de las sesiones 1, 2, 3 y 6.

En la primera sesión el profesor formador de profesores (PFP) solicita a los estudiantes para profesor que se organicen en mesas de trabajo con un máximo de cuatro estudiantes por grupo. El propósito para esta sesión fue reconocer usos, tipos y situaciones asociadas a las bases de numeración, para esto el profesor plantea al grupo en general las siguientes preguntas:

PFP: *¿Cuáles bases de numeración ha manejado?, ¿qué tipo de situaciones, que involucran conceptualmente bases de numeración, ha enfrentado?,*

¿Qué es una base de numeración?

Observamos que la solicitud del profesor a los estudiantes sobre la organización de grupos y el número de integrantes están asociadas a las actividades de gestión de carácter general, las cuales coinciden con dos de las categorías expuestas por Davis y Thomas (1992). Sin embargo, las preguntas que establece el profesor tienen como propósito indagar sobre las experiencias previas de los estudiantes, lo cual se corroboró con la entrevista al profesor, y pueden vincularse con actividades de la gestión específicas del contenido matemático. Esto es posible inferirlo porque este conjunto de preguntas le permiten, al profesor dirigir las discusiones tanto en el gran grupo como en los pequeños grupos (HERSANT; PERRIN-GLORIAN, 2005; PERRIN-GLORIAN, 1999). Además, las preguntas formuladas pueden vincularse con las actividades de anticipación que expone Stein et. al (2008), pues, según el profesor, tienen como propósito reconocer las matemáticas que los estudiantes utilizan y reflejan al mencionar conceptos, definiciones o representaciones, lo cual le permite prever cómo sus estudiantes resolverán las tareas matemáticas (STEIN *et al.*, 2008).

En la segunda sesión, el profesor dirige la discusión hacia las propiedades y relaciones internas del concepto, base de numeración. En un momento particular de la sesión el profesor promueve el uso de representaciones (simbólicas Y algebraicas) para que los estudiantes puedan explicitar la forma recursiva en que se constituyen las agrupaciones (información obtenida de la entrevista al profesor). Por esta razón, escribe en el tablero: *“escribir 37 en base dieciséis”* y posteriormente solicita a los estudiantes, divididos en grupos, hacer explícitas las agrupaciones. Después de varios minutos de trabajo y discusiones en cada grupo el grupo 1 (G1) propone la siguiente igualdad:

G1: $37 = 3 \times 16^1 + 7 \times 16^0$ (figura 1, parte superior):

Figura 1- El profesor escribe en el tablero las respuestas de G1

$$37 = 3 \times 16^1 + 7 \times 16^0$$

$$AB = A \times 16^1 + B \times 16^0$$

Fuente: tablero de clase en sesión 2

Una vez G1 presenta la igualdad, el profesor les solicita a los integrantes de G1 que establezcan una manera de expresar cualquier número en base dieciséis y E25 escribe la siguiente respuesta:

“ $AB = A \times 16^1 + B \times 16^0$ ” (figura 1, parte inferior). Teniendo en cuenta las respuestas de G1 el profesor se dirige al gran grupo y les formula las siguientes preguntas y les da una indicación:

PFP: *¿Cómo son las agrupaciones que se forman en base dieciséis?, ¿de qué manera podemos hacer explícitas dichas agrupaciones en una escritura algebraica?, ¿qué tienen que decir sobre la igualdad sugerida por G1?, trabajen las respuestas de estas preguntas en los grupos.*

Cuando el profesor escribe las igualdades planteadas por G1 en el tablero, atiende, según él (entrevista), “a una acción de moderador del debate matemático”.

Tomando como base lo realizado por el profesor en la sesión 2 y la respuesta del profesor en la entrevista es posible inferir que sus acciones en la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje son específicas de la gestión del conocimiento matemático. En esencia, porque se evidencia la relación con el discurso matemático que el PFP mantiene con sus estudiantes (PERRIN GLORIAN, 1999-2005). También es posible apreciar las prácticas relevantes que el profesor considera posibilitan gestionar la

comunicación matemática en el aula (STEIN et al., 2008).

En la misma sesión 2 y posterior al trabajo en pequeños grupos propuestos por el PFP el estudiante E10 del grupo 2 (G2) interviene para dar respuesta a las preguntas formuladas por el profesor:

E10: *Hay un problema. Porque, es que estamos intentando alejarnos de la base decimal. Entonces, no podríamos poner A por dieciséis a la uno por el simple hecho de que, dieciséis no pertenece a la base [se refiere a la igualdad $AB = A \times 16^1 + B \times 16^0$]*

Gran Grupo: *Murmullos (...)*

PFP: *¿Qué aquí no deberíamos usar este garabato? [Señalando el 16 que está multiplicando a 3 en la igualdad $37 = 3 \times 16^1 + 7 \times 16^0$] Entonces, ¿cuál deberíamos utilizar?*

E10: *Diez. Bueno, uno cero [10] [E10 solicita al profesor que corrija el 16 de la igualdad $37 = 3 \times 16^1 + 7 \times 16^0$ y lo reemplace por uno cero [10], por lo cual se obtendría la igualdad $37 = 3 \times 10^1 + 7 \times 10^0$ (ver figura 2)]*

Figura 2- Modificación propuesta por E10

$$AB = A \times 10^1 + B \times 10^0$$

Fuente: tablero de clase posterior a intervención en sesión 2.

Una vez el profesor termina de escribir lo solicitado por E10 le pregunta al estudiante.

PFP: *¿Qué significa uno-cero [10]?*

E10: *Una agrupación de cero unidades sueltas y un grupo de dieciséis unidades.*

La intervención de E10 es producto de la discusión al interior de G2 gestionada por el profesor. Es decir, que las respuestas se obtienen por las actividades específicas del conocimiento matemático propuestas por el profesor del curso. En términos de la teoría de Stein et. al (2008), es posible categorizar las acciones de la segunda sesión como una práctica de anticipación, pues le permiten al profesor reconocer los conocimientos de

referencia que emplean los estudiantes en la elaboración de argumentos y por medio de actividades de monitoreo logra que la comunidad consolide hechos algebraicos.

Tomando como base las ideas de Perrin-Glorian (2005) y Bohórquez (2016) se observa que, posiblemente, gestionar la discusión del contenido matemático en gran grupo le permite al profesor retroalimentar, aclarar, cuestionar argumentos que exponen los grupos de trabajo. De hecho, cuando el profesor logra que E10 presente una justificación sobre que la igualdad correcta es $37 = 3 \times 10^1 + 7 \times 10^0$ se debe precisamente al tipo de preguntas y discusiones que pone en consideración para que los estudiantes debatan poniendo en juego su conocimiento matemático. En otras palabras, el discurso matemático se enriquece en la interacción del profesor con sus estudiantes.

Incidencia en el aprendizaje de los estudiantes para profesor de las acciones de gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje del profesor formador de profesores.

La incidencia de la gestión del PFP en el aprendizaje de los estudiantes se ha inferido desde el análisis de las transcripciones de las videgrabaciones de las interacciones del grupo de trabajo G5 (estudiantes E9, E12 y E13) en la resolución de los problemas a lo largo de las sesiones de clase y describir la interacción entre G5 y el PFP para identificar cómo la gestión del profesor incide en el aprendizaje de estos estudiantes.

En la segunda sesión de clase, el profesor pregunta al grupo en general:

PFP: *¿por qué en base tres necesitamos tres dígitos? No, no me digan que porque cero, uno y dos son. Porque esa no es mi pregunta ¿por qué necesitamos tres bichos [lenguaje coloquial del profesor para no utilizar la*

palabra dígitos] distintos para trabajar en base tres? (...) ¿por qué? ¿Por qué no cuatro? ¿Por qué no siete?

Los estudiantes no responden la pregunta de inmediato. El profesor decide interactuar directamente con cada uno de los grupos. De esta manera, el PFP llega a G5 y pregunta “¿ya saben por qué en base tres se necesitan únicamente tres dígitos?”. Los integrantes de G5 responden:

E12: *Bueno profe, pues nosotros creemos que solo pueden ser cero, uno y dos, debido a que, si hubiese tres, o sea tres (x) como decirlo... uhh... tres agrupaciones, eh (...) se formaría una agrupación de un siguiente grupo.*

PFP: *¿De un siguiente orden?*

E9: *Si exacto, o sea donde tengamos 0,1,2,3,4. pues ya no podemos hablar de base tres, porque hay una agrupación de otro orden.*

En el diálogo entre el PFP, E12 y E9 es posible apreciar que ellos tienen consolidado un repertorio compartido. Es decir, se consolida una comunidad de aprendizaje (SNYDER; WENGER, 2010). Este repertorio tiene la intención de referir a una producción matemática que el grupo realiza fuera o dentro de la clase y que es objeto de análisis y contrastación entre los integrantes de un determinado grupo.

En la cuarta sesión, los estudiantes caracterizan y describen las propiedades y relaciones internas de la estructura recursiva de las bases de numeración. Este trabajo lo realizaron en pequeños y luego gran grupo creando acuerdos socio-matemáticos como, por ejemplo: “*las definiciones en matemáticas no deben involucrar usos ni aplicaciones, deben responder a una estructura semántica lógica y no es necesario hablar de las operaciones, puesto que ellas se encuentran en el sistema de numeración*”. Sin embargo, algunos grupos de trabajo asumen que los dígitos son consecuencia de la estructura de la base, y

otros grupos consideran que los símbolos son elementos indispensables para hablar de bases de numeración. El profesor formador de profesores interviene y realiza la siguiente pregunta ¿Los símbolos son elementos de las bases de numeración?

Observamos que la intervención del PFP consistió en formular preguntas para orientar la discusión tanto en los pequeños grupos y el gran grupo que les permitieran a los estudiantes comprender y profundizar aún más sobre el tópico trabajado. Esta acción coincide con la expuesta en sus trabajos por Hersant; Perrin-Glorian, (2005) quienes las considera tareas del profesor asociadas a la gestión de la interacción entre los estudiantes y el conocimiento matemático. G5 y PFP después de la pregunta formulada tienen el siguiente diálogo:

E12: *Chicos, yo creo que los símbolos si son importantes, porque los debemos utilizar para hablar de bases, bueno más que hablar, para escribir.*

E9: *Es que no sé. ¿Recuerdan cuando el profesor mencionó lo de las representaciones icónicas o bueno lo que hizo E10 en el ejemplo de 1E y 114?*

E13: *Si, pues que cuando escribíamos un número en base dieciséis con letras o con números, mostraba agrupaciones diferentes.*

PFP: *Bueno, ¿estamos de acuerdo que los símbolos pertenecen o no pertenecen a la base?*

E9: *Es que es raro. Porque parece que necesitamos los símbolos solo para escribir.*

PFP: *Vengan chinos, vamos a suponer que el primer acto, la única cosa que está escrita, son los signos numéricos 1022 [Señala, figura 3, lado derecho, indicando 1022]. Entro y digo ¡ay juemadre! [expresión coloquial de sorpresa] están trabajando bases ¡ya sé! Sigo caminando... Segundo acto, todo está borrado excepto la representación icónica [Señala, figura 3, lado izquierdo] y digo ¡ay juemadre!*

¿están trabajando base tres! ¿En cuál de los dos actos hay verdad?

G5: *En el segundo acto.*

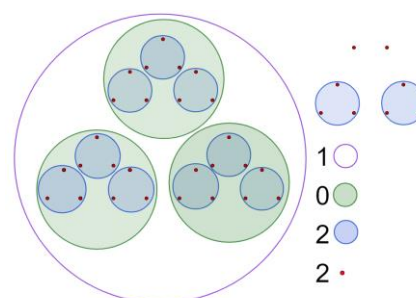
PFP: *¿por qué?*

G5: *Porque la representación icónica me dice que están agrupados de tres en tres y en lo simbólico, podría estar trabajando en cualquier base mayor a 3.*

PFP: *¿Los símbolos son elementos de la base?*

E9: *No, solo sirven para representar cantidad, los elementos de las bases, son las agrupaciones. Listo, profe. ¡ya, por fin lo pudimos decir!*

Figura 3 - Representación hecha en el tablero por E10.



Fuente: Representación hecha en clase por E10.

Observamos en el diálogo anterior que G5 inicialmente no muestra una postura clara sobre si los símbolos son importantes en las bases de numeración. Además, apreciamos que el profesor identifica que la idea de G5, cuando habla E13 y E9, se enfoca más en que los símbolos son utilizados para representar. Teniendo en cuenta este hecho el PFP decide recurrir a un ejemplo que les permite centrar su argumento. Esto muestra que las acciones de gestión del profesor en la interacción con G5 permite a los estudiantes de este grupo avanzar en la comprensión del problema. Particularmente cuando E9 dice “¡ya, por fin lo pudimos decir!”, refleja que una de las acciones del profesor es realizar conexiones entre los sucesos específicos de G5 inmersos

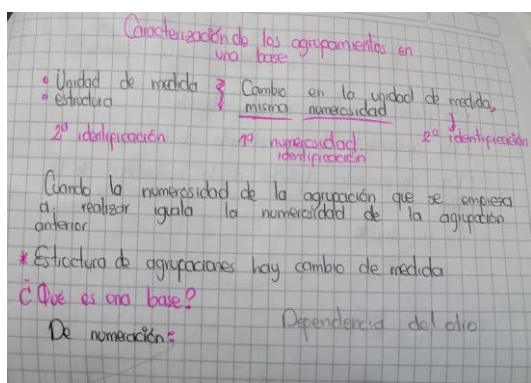
en el proceso de enseñanza-aprendizaje (LLINARES, 2012a).

En la quinta sesión, el profesor solicitó a la clase en general, intentar construir una definición matemática de bases de numeración y pide a cada grupo que lea las definiciones. Posteriormente de la lectura e intervenciones de algunos estudiantes el profesor menciona los alcances y limitaciones que la mayoría de los grupos han presentado al caracterizar las agrupaciones de la estructura recursiva, cómo las bases de numeración. Al finalizar esta sesión las discusiones ya no se centran en la importancia de los símbolos, sino en discutir cómo pregunta al gran grupo ¿cómo hacer que las definiciones iniciales, se puedan decir de manera más estructural, sin recurrir a ejemplos o situaciones particulares? En G5 se presenta el siguiente diálogo para responder la pregunta propuesta por PFP:

E13: *Escribamos en el cuaderno [figura 4] los elementos que han mencionado los distintos grupos sobre la característica de esas agrupaciones ¿qué les parece?*

E9 y E12: *Si, de acuerdo.*

Figura 4. Apuntes de E13, sobre la característica de las agrupaciones en una base.



Fuente. Cuaderno resolutor de E13.

E9: *serie de agrupaciones que se da con una determinada numerosidad...*

E13: *Esperen, tengo una idea.*

E12: *Escríbala.*

E 13. *Serie de agrupaciones que se da con una determinada numerosidad de la unidad dada para cada agrupamiento.*

E 9: *O sea. ¿la numerosidad corresponde a la base de la que estamos hablando?*

E13: *Es que no sé si escribir, sea x , la base.*

E12: *eso ya es más general ¿no?*

E13: *Listo, miren ¿así?*

Base de numeración: *serie de agrupaciones que se da con una determinada numerosidad de unidades, dicha numerosidad es igual a las unidades con que se forma el primer agrupamiento, la unidad siempre varía y corresponde al agrupamiento anterior al que se está formando.*

El profesor interactúa con el grupo G5 y solicita a E9 leer la definición que han discutido dentro del grupo.

PFP: *Lea la primera oración.*

E9: *Serie de agrupaciones que se da con una determinada numerosidad de unidades.*

PFP: *Segunda oración.*

E9: *Dicha numerosidad es igual a las unidades con que se forma el primer agrupamiento*

PFP: *¡Ya!, ¿numerosidad es igual a unidades?*

E9: *No, es igual a la cantidad de unidades.*

PFP: *Eso es otra cosa. Continúen trabajando en esa definición, porque nosotros no podemos definir cantidad como cualquier persona ¿estamos?*

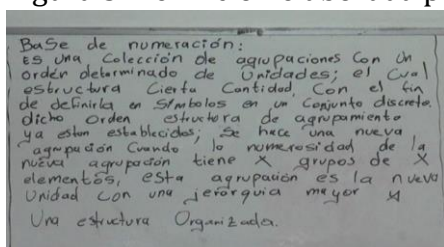
En la interacción de G5 se aprecia que los estudiantes basados en las preguntas del profesor tratan de establecer una definición para la base de numeración y una de las estrategias que utilizan es acudir al cuaderno del resolutor que es precisamente una de las consideraciones que el PFP ha instaurado como mecanismo de reflexión y consolidación de acuerdos en las soluciones de los problemas.

Ahora bien, cuando el profesor interviene se aprecia que hay un acuerdo sobre la manera como deben referirse a la cantidad. Es decir, el profesor hace explícito que algunos términos discutidos anteriormente e institucionalizados no pueden dejarse de lado a la hora de presentar una definición. En este caso y revisando todas las sesiones encontramos que los estudiantes, desde la tercera sesión, han trabajado la estructura de la cantidad de Schwartz (1989) y que desde la cuarta sesión se estableció el acuerdo sociomatemático de que siempre que un grupo hable de cantidad debe referir a la tripla semántica de Schwartz.

En la sexta y séptima sesión, el PFP busca que los estudiantes en sus respectivos grupos evalúen si las definiciones ya hechas en la quinta y sexta sesión con sus respectivas modificaciones cumplen con los criterios de minimalidad y maximalidad⁶. Por esta razón, solicita a cada grupo evaluar si las definiciones de otros grupos cumplen con los criterios impuestos en sesiones anteriores y luego presentar esta evaluación al gran grupo.

G5 escoge la definición de G3 [figura 5] para evaluar si cumple los criterios establecidos por ellos (a partir de la interacción con el profesor) y puede considerarse como una definición matemática (estructura formal) y al mismo tiempo intentan evaluar su propia definición. El diálogo de esa evaluación es el siguiente:

Figura 5. Definición elaborada por G3



Fuente: Cuaderno resolutor integrante de G3.

⁶ Respecto a la idea de minimalidad y maximalidad desde la postura de "vocabulario mínimo". García (2014) retoma las ideas de Russell (1994) y reconoce que las matemáticas asumen unas reglas gramaticales que constituyen un aparato

E12: ¿Les parece si comparamos nuestra definición con la definición de G3? No porque la de nosotros esté mal o bien, pues eso es lo que debemos decidir al final. ¿Sí?

E9: Pues es que yo creo que la de nosotros cumple con vocabulario, porque pues recuerdan que nosotros dijimos "serie de agrupaciones" y eso implica orden, pero no es lo mismo que "colección de agrupaciones".

E13: Es cierto, referimos a un concepto más general, como dice el profe, un concepto técnico.

E12: Otra cosa que no sirve de esa definición es que dice "con el fin de definirla en símbolos" paila..., ya habíamos dicho que los símbolos no son elementos de la base.

E9: y miren, el "estructura cierta cantidad" no, puede decirlo porque desde las triplas, cantidad es (...) la tripla de la que hemos hablado, más bien es cómo, que se refieren a la numerosidad.

E13: "Se hace una nueva agrupación cuando la numerosidad de la" es que él se hace, es dinamismo, está diciendo lo que hace, pero no explicita ninguna relación.

E9: Somos muy buenos criticando jajaj, porque no hemos dicho nada de la que nosotros hicimos.

E13: Es que, nuestra definición está un poco más general, porque siento que G3, describe cómo funciona la base, más no que es.

En el análisis anterior, es posible apreciar que G5 acude a muchas de reflexiones y análisis propiciados por las preguntas del PFP. Es decir, las acciones de gestión del profesor específicas del conocimiento matemático inciden en el análisis realizado por este grupo. En otras palabras, la gestión

conceptual. Por lo cual, el vocabulario mínimo es entendido como aquel donde ninguna palabra se define en términos de otras.

del profesor apoya de manera positiva la comprensión de los estudiantes sobre la importancia de la escritura simbólica que permita considerar una definición desde una estructura formal en matemáticas. Después de este análisis G5 expresa su definición así:

Base de numeración: Serie de agrupaciones que de dan con una determinada numerosidad de unidades. Dicha numerosidad es igual a la numerosidad de la cantidad de unidades (x) con que se forma el primer agrupamiento, la unidad varía cuando la agrupación tiene x grupos de x elementos y esta agrupación es la nueva unidad para el siguiente agrupamiento.

G5 lee su nueva definición y basados en las preguntas e interacciones que en sesiones anteriores con el profesor consideran que asumir que al incluir la notación de (x) se refieren a un lenguaje general no es correcto. Este hecho, hace que consideren que x no sería una notación diferencial porque podría pasar que se diera una expresión como “tiene x grupos de x elementos” donde “x representa grupos y elementos al tiempo”. En la exposición al gran grupo G5 reconoce las bases de numeración desde lo estructural, específicamente al explicitar las agrupaciones y piensan en la estructura recursiva de las bases varía según las agrupaciones que se forman y muestran claridad sobre el concepto: peso posicional, referido a que el valor de un símbolo depende de la posición que ocupa entre los demás. En ese caso es posible apreciar que las acciones del profesor a lo largo del curso han incidido significativamente en las comprensiones de los estudiantes para profesor.

Un resultado importante es que se identificaron, en la primera viñeta, las características de las acciones del profesor formador de profesores asociadas a la gestión del proceso de enseñanza aprendizaje. Acciones o actividades que pueden

considerar de carácter general en el sentido de Bohórquez, (2013), Bohórquez; D’Amore, (2018), Doyle, (1990); Llinares, (2012b). Muchas otras acciones del profesor tienen como característica primordial que refieren únicamente a actividades de gestión que incentivan la relación entre estudiante y conocimiento matemático. En el ambiente descrito en este artículo observamos tres características de la gestión del conocimiento matemático. 1- El discurso matemático que el PFP mantiene con sus estudiantes (PERRIN GLORIAN, 1999-2005) y 2- Actividades del profesor que gestionaron la comunicación matemática en el aula (STEIN et al., 2008).

Esta investigación también indica que el profesor formador de profesores del curso y la manera como gestionó el proceso de enseñanza-aprendizaje incidió en el aprendizaje de los estudiantes para profesor coincidiendo con los resultados de las investigaciones de Bohórquez, (2013), Bohórquez; D’Amore, (2018).

CONCLUSIONES

La conclusión más relevante que establecemos en este estudio es que efectivamente la gestión del profesor formador de profesores en el proceso de enseñanza-aprendizaje incide en el aprendizaje de los futuros profesores, particularmente aquellas acciones del profesor que se pueden reconocer como acciones de gestión específicas del conocimiento Matemático. Esta conclusión coincide con unos de los resultados de Bohórquez (2016) y Bohórquez y D’Amore (2018).

REFERENCIAS

BAGLEY, W. C. **Classroom management: its principles and technique**. 1. ed. New York: The Macmillan Company, 1907.

- BOHÓRQUEZ, L. Á. **Cambio de concepciones de estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas.** 2016. 218 f. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2016.
- BOHÓRQUEZ, L. A.; D'AMORE, B. Factores que apoyan o limitan los cambios de concepciones de los estudiantes para profesor de matemática sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje. **AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática.**, n. 13, p. 85–103, 2018.
- BREDA, A. et al. Simulation of teacher interventions in a training course of mathematics teacher educators. **Mathematics**, v. 9, n. 24, p. 1–17, 2021.
- BREDA, A.; BOLONDI, G.; DE ABREU SILVA, R. Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática: um estudo metanalítico das teses produzidas no Brasil. **Revemop**, v. 3, p. e202117, 2021.
- BREED, F. Classroom organization and management. **Yonkers-on-Hudson** New York: World Book Company, 1933.
- BRODIE, K. **Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms.** [S.l.]: Springer Verlag, 2009.
- BROPHY, J. Perspectives of classroom management: Yesterday, today, and tomorrow. Boston: In: FREIBERG, H. J. (Org.). **Beyond behaviorism: Changing the classroom management paradigm.** Boston: Allyn & Bacon, 1999. p. 43–56.
- BROPHY, J. Classroom Organization and Management. **The Elementary School Journal**, v. 83, n. 4, p. 265–285, 1983.
- BROPHY, J. Educating teachers about managing classrooms and students. **Teaching and Teacher Education**, v. 1, n. 4, p. 1–18, 1988.
- BROPHY, J. History of research on Classroom Management. In: EVERTSON, C. M.; WEINSTEIN, C. S. (Org.). **Handbook of Classroom Management: Research, Practice, and Contemporary Issues.** New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2006. p. 17–43.
- BROPHY, J.; EVERTSON, C. M. Context variables in teaching. **Educational Psychologist**, v. 12, n. 3, p. 310–316, jan. 1978.
- DAVIS, G. A.; THOMAS, M. A. **Escuelas eficaces y profesores eficientes.** Madrid: La Muralla, 1992.
- DOYLE, W. Classroom Management Techniques. In: MOLES, O. C. (Org.). **Student Discipline Strategies: Research and Practice.** [S.l.]: State University of New York Press, 1990. p. 113–127.
- DOYLE, W. Classroom organization and management. In: RICHARDSON, V. (Org.). **Handbook of research on teaching.** New York: Macmillan Publishers, 1986. p. 392–431.
- DUKE, D. L. **Classroom management.** Chicago: University of Chicago Press, 1979. v. 2.
- EMMER, E. Classroom management. In: DUNKIN, M. J. (Org.). **The international encyclopedia of teaching and teacher education.** Oxford: Pergamon, 1987. p. 437–446.
- EVERTSON, C. M.; EMMER, E. T. Preventive classroom management. In: DUKE, D. (Org.). **Helping teachers manage classrooms.** Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development., 1982. p. 2–31.
- FONT, V.; BREDA, A.; SALA, G. Competências profissionais na formação inicial de professores de matemática. **Revista Práxis Educacional**, v. 11, n. 19, p. 17–34, 2015.
- HACHE, C.; ROBERT, A. Un essai d'analyse de pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait Afréquenter@ les mathématiques a ses élèves pendant la classe ? **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 17, n. 3, p. 103–150, 1997.

- HERSANT, M.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Characterization of an Ordinary Teaching Practice with the Help of the Theory of Didactic Situations. **Educational Studies in Mathematics**, v. 59, n. 1-3, p. 113-151, 2005.
- KOUNIN, J. S. Discipline and group management in classrooms. New York: Holt, Rinehart & Winston, 1970.
- LLINARES, S. Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea. **Avances de Investigación en Educación Matemática**, v. 2, n. 2, p. 53-70, 2012a.
- LLINARES, S. Formación de profesores de matemáticas. Caracterización y desarrollo de competencias docentes. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, v. 7, n. 10, p. 53-62, 2012b.
- LLINARES, S. Secondary school mathematics teacher's professional Knowledge: A case from the teaching of the concept of function. **Teachers and Teaching: Theory and Practice**, v. 6, n. 1, p. 41-62, 2000.
- LLINARES, S.; VALLS, J. Interacción y construcción del conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas. **math.unipa.it**, p. 1-7, 2006.
- MCCASLIN, M.; GOOD, T. Compliant cognition: The misalliance of management and instructional goals in current school reform. **Educational Researcher**, v. 21, p. 4-17, 1992.
- PERRIN-GLORIAN, M. J. Problèmes d'articulation de cadres théoriques: L'exemple du concept de milieu. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 19, n. 3, p. 279-321, 1999.
- SARAIVA, M. J. O Saber dos Professores: Usá-lo, apenas? Respeitá-lo e considerá-lo, simplesmente? 1995, **Lisboa: Secção de Educação Matemática**. SPCE, 1995. p. 131-1148.
- SNYDER, W. M.; WENGER, E. **Our World as a Learning System: A Communities-of-Practice Approach. Social Learning Systems and Communities of Practice**. London: Springer London, 2010. p. 107-124.
- STEIN, M. K. et al. Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.
- TREFFERS, A. **Three dimensions. A model of goal and theory description in mathematics instruction - The Wiskobas project**. Dordrecht: Kluwer, 1986.
- WEBER, W., CRAWFORD, J., ROFF, L., ROBINSON, C. **Classroom management: Reviews of the teacher education and research literature**. Princeton, NJ: Educational Testing Service, 1983.
- WENGER, E. **Comunidades de practica: aprendizaje, significado e identidad**. Barcelona, España: Editorial Paidós, 2001.
- WENGER, ETIENNE. **Communities of Practice and Social Learning Systems. Organization**, v. 7, n. 2, p. 225-246, 1 maio 2000.