

A APRENDIZAGEM DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS SENO E COSSENO POR MEIO DE UM PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA

Caroline da Silva Santos

Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS E-mail: carolsilva.06.12.99@gmail.com

Eliane Santana de Souza Oliveira

Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS. E-mail: essoliveira@uefs.br

Resumo: O presente artigo tem como objetivo apresentar como um Percurso de Estudo e Pesquisa – PEP pode favorecer a construção do conhecimento inicial sobre as funções trigonométricas seno e cosseno. Nesse sentido, nos fundamentamos teoricamente na Teoria Antropológica do Didático – TAD e o PEP. O contexto da pesquisa constituiu de estudantes de uma turma do 2º ano do ensino médio de uma escola pública, em Feira de Santana-BA, desenvolvidos de forma remota, durante o período pandêmico da Covid-19. Ao observar a perda da razão de ser para o estudo da trigonometria e das funções trigonométricas, o PEP é apresentado como uma alternativa para resgatar a razão de ser do objeto matemático estudado, integrando de forma interdisciplinar o GeoGebra, a medicina e estudo das funções seno e cosseno. Desse modo, foi possível, por meio do PEP, chegar à construção introdutória das funções seno e cosseno. Vale salientar que no processo de estudo das funções seno e cosseno por meio do PEP, a dialética a qual teve mais destaque, foi a dialética das perguntas e respostas. **Palavras chave:** Teoria Antropológica do Didático, Percurso de Estudo e Pesquisa, Funções trigonométricas, GeoGebra.

THE LEARNING OF TRIGONOMETRIC FUNCTIONS SINE AND COSINE THROUGH A STUDY AND RESEARCH PATH

Abstract: This article aims to present how a Study and Research Path – PEP can favor the construction of initial knowledge about the trigonometric functions sine and cosine. In this sense, we are theoretically based on the Anthropological Theory of Didactics - TAD and the PEP. The research context was students from a 2nd year high school class at a public school, in Feira de Santana-BA, developed remotely, during the pandemic period of covid-19. When observing the loss of reason for being for the study of trigonometry and trigonometric functions, PEP is presented as an alternative to rescue the reason for being of the mathematical object studied, integrating GeoGebra, medicine and the study of sine functions in an interdisciplinary way. and cosine. In this way, it was possible, through the PEP, to arrive at the introductory construction of the sine and cosine functions. It is worth noting that in the process of studying the sine and cosine functions through the PEP, the dialectic that stood out the most was the dialectic of questions and answers.

Keywords: Anthropological Didactic Theory, Study and Research Path, Trigonometric Functions, GeoGebra.

INTRODUÇÃO

A trigonometria está relacionada com a periodicidade em que ocorrem alguns fenômenos. Esse conteúdo começa a ser abordado nos anos finais do Ensino Fundamental, por meio dos triângulos. Já no Ensino Médio são utilizadas outras representações e fórmulas. Vale destacar que, nessa fase, muitos alunos apontam ter dificuldades para entendê-las. Segundo Laudaes e Rocha (2016), isso pode ser causado pela ausência de aplicações em sala de aula e dificuldades na abstração do conteúdo.

Nesse sentido, conforme Oliveira (2020), as dificuldades apresentadas em trigonometria e com as funções trigonométricas podem estar relacionadas com a abordagem de maneira tradicional, visto que, por não adotar relações com o cotidiano, os alunos não conseguem atribuir significados. A metodologia utilizada e até mesmo a quantidade de fórmulas também podem estar relacionadas (SILVA, 2013). Segundo Santos (2013), levando até a ideia de que para aprender é necessário decorar tais fórmulas. Além disso, podemos considerar a forma “engessada” de representações e técnicas para a resolução de problemas utilizadas em livros didáticos ou até mesmo pelo professor, ao qual Pedroso (2012) destaca a importância da variação de representações para permitir as suas relações e a conversão de uma para outra.

O desenvolvimento da trigonometria inicialmente se deu a partir de razões de ser com motivações sociais, sendo elas: estações do ano, mudanças climáticas, compreensão do plantio, fases da lua, noções de esfera celeste. À medida que a trigonometria avança, essas razões passam a ser puramente matemática, podendo relacioná-las com números complexos, e contribuindo a

invenção do cálculo infinitesimal. Sendo assim, estas razões começaram a se distanciar do estudo da trigonometria e voltou-se a razões puramente matemáticas. Logo, de acordo com Oliveira (2020), a ausência de relacionar a trigonometria e funções trigonométricas com as razões de ser socias e matemáticas, podem interferir no ensino e aprendizagem desse saber.

Santos (2013) afirma que rever conceitos da geometria, utilizar materiais manipuláveis ou outras estratégias pode ser uma forma de superar as dificuldades encontradas pelos estudantes, permitindo que a aprendizagem se consolide a partir das construções. Cabe então utilizar metodologias e mecanismos que despertem nos alunos a curiosidade e a vontade de estabelecer relações para uma aprendizagem com significado. Assim, torna-se necessário para a aprendizagem “a disposição do aprendiz para aprender; o uso de material potencialmente significativo; e a existência de subsunções na estrutura cognitiva do aprendiz.” (SANTOS, 2013, p. 5).

Sendo assim, o desenvolvimento de atividades investigativas que permitam discussões, pesquisas que despertem a curiosidade e investigações pode permitir um maior diálogo entre professor e aluno, além da construção do conhecimento. As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) são ferramentas que podem auxiliar na construção dessas atividades, para construir gráficos, figuras e para a realização de pesquisas. No entanto, não basta que o professor saiba manusear essas ferramentas, mas ele precisa integrá-las ao que está sendo trabalhado, trazendo sentido e significado. E assim,

propiciar ao grupo a reflexão sobre o que produz contribui para desenvolver o pensamento lógico, estabelecer relações, levantar hipóteses, testar alternativas, escolher caminhos, buscar e discutir as diferentes soluções, sistematizando-se,

assim, seu próprio conhecimento. (ROCHA, 2010, p. 5).

Logo, ao observar essas dificuldades e ao percebê-las em sala de aula, durante a graduação, e com os colegas no Ensino Médio, questionamentos foram surgindo como “De que forma ensinar e estudar funções trigonométricas?”, “Com qual metodologia é possível trabalhar para dar sentido ao estudo desse conteúdo?” e “Quais ferramentas tecnológicas e outras áreas é possível articular a esse objeto matemático?, constituindo-se a partir destas a problemática: “Como organizar praxeologias matemáticas das funções seno e cosseno para a aprendizagem desse saber?”.

Com base nos estudos sobre a Teoria Antropológica do Didático – TAD de Yves Chevallard (1999) que analisa o homem frente ao saber matemático e ao Percurso de Estudo e Pesquisa – PEP, que busca dar uma resposta que satisfaça a uma questão geratriz, esse trabalho objetiva apresentar como um Percurso de Estudo e Pesquisa – PEP pode favorecer a construção do conhecimento inicial sobre as funções trigonométricas seno e cosseno.

O PEP foi desenvolvido em 5 sessões, em uma turma do 2º ano do ensino médio do Colégio Estadual Padre Vieira, da cidade de Feira de Santana- BA. As atividades foram desenvolvidas de forma remota, através do Google Meet e atividades compartilhadas pelo Google Classroom, tendo em vista a pandemia do Covid/19, além de serem em formato de oficinas, pois a atividade estava sendo realizada através do Programa de Residência Pedagógica.

Diante disso, o objetivo do trabalho é analisar como um PEP pode favorecer a construção do conhecimento das funções trigonométricas seno e cosseno. E a sua hipótese é que “O estudo de funções seno e cosseno por meio do PEP integrado a

interdisciplinaridade e às tecnologias favorece a construção do conhecimento e uma aprendizagem efetiva”. Logo, aprofundaremos estudos da TAD, uma vez que ela é a lente teórica desse trabalho.

ALGUNS ELEMENTOS TEÓRICOS DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard (1998) tem como objetivo analisar a organização de um objeto de estudo (matemático) para o seu funcionamento e assim, estudar o homem diante do saber matemático. Sendo assim, é o estudo do funcionamento de sistemas didáticos, conforme Almouloud (2015).

Podemos destacar conceitos apresentados na teoria, que são os objetos “O”, as pessoas “X” e as instituições “I”. Assim, tudo se configura como objeto, tal como as pessoas X e as instituições I, pois é tido como “material de base” da construção teórica. Chevallard (2002, p. 128), apud Kluth e Almouloud (2018), afirma que “Um objeto só existe porque é objeto de conhecimento” (p. 5), logo, a existência do objeto se configura a partir da relação pessoal com uma pessoa X ou $R(X,O)$ e uma relação institucional com uma pessoa I ou $R(I,O)$, conforme Santos e Menezes (2015). Ao associar essas organizações com o âmbito escolar, tratando da sala de aula, os alunos (pessoas) estudam os objetos do saber que ainda não conhecem e os professores já têm conhecimento, logo, a aprendizagem se estabelece a partir destas relações, de acordo com Santos e Menezes (2015).

Para Chevallard (1999), há quatro elementos que orientam a organização do saber matemático, denominada de Praxeologia Matemática. A Organização

Praxeológica, ou praxeologia se constitui pela Organização Matemática (OM) e pela organização didática (OD). A OM é composta pelo quarteto praxeológico: tipo de tarefa (T), técnica (t), tecnologia (θ) e teoria (Θ). Nesse sentido, para definir a praxeologia consideremos um tipo de tarefa (T) a ser realizada por modo de fazer ou técnica (t), sendo esta técnica orientada pela tecnologia(θ), que dá racionalidade e sustenta de maneira inteligível, e pela teoria que explica e justifica a tecnologia (Θ).

[...] a ecologia das tarefas e técnicas são as condições e necessidades que permitem a produção e utilização destas nas instituições e a gente supõe que, para poder existir em uma instituição, uma técnica deve ser compreensível, legível e justificada [...] essa necessidade ecológica implica na existência de um discurso descritivo e justificado das tarefas e técnicas que a gente chama de tecnologia da técnica. O postulado anunciado implica também que toda tecnologia tem necessidade de uma justificativa que a gente chama teoria da técnica e que constitui o fundamento último. (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 85-86, *apud* SANTOS e MENEZES, 2015, p.656).

Desse modo, a OM destina-se à realização de uma determinada tarefa T sendo necessárias técnicas t e o suporte ou justificação do conjunto tecnológico – teórico [θ ; Θ]. Assim, temos o bloco prático – técnico, formado pelas tarefas e técnicas, voltado para o saber – fazer e o bloco tecnológico – teórico, formado pelas tecnologias e teoria, voltado para o saber. A OM tem início na análise de documentos como livros didáticos, programas ou manuais, onde são escolhidos os saberes a serem ensinados. Assim, os professores determinam quais serão as tarefas que serão trabalhadas para a aprendizagem dos saberes escolhidos e, em seguida, a técnica, tecnologia e teoria. Ao se tratar da OD, é a instituição ou prática uma determinada OM, ou seja, no seu

funcionamento. Logo, colocando a OD em prática, o professor irá reconstruir a OM.

ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE O CAMINHO METODOLÓGICO

De acordo com Almouloud, Nunes, Pereira e Figueroa (2021, p. 438), segundo Chevallard (2009), “toda situação didática pode ser representada por um sistema didático $S(X; Y; \heartsuit)$ ”. O X se refere a um grupo de estudos (estudantes, pesquisadores e outros) que são orientados e recebem suporte do grupo Y (professores, diretores de estudos e outros) no estudo da obra \heartsuit .

Na TAD, Chevallard (2013) aborda sobre o Paradigma Monumentalista e o Paradigma do Questionamento do Mundo, em que faz uma analogia do primeiro como uma visita de estudantes a um museu em que as obras não podem ser tocadas ou questionadas, apenas podem ser vistas e, já o segundo, se refere a uma visitação, porém, pode ser analisado para verificar a importância da existência das obras e realizar o estudo para dar resposta ao questionamento inicial.

Nesse sentido, quando se trata do Paradigma Monumentalista, o sistema didático pode ser alterado, sendo $S(X, Y, O)$, logo $\heartsuit = O$, assim como o Paradigma do Questionamento do Mundo, que pode ser alterado para $S(X; Y; Q)$, então $\heartsuit = Q$. No sistema didático $S(X, Y; Q)$, os estudantes X investigam uma questão Q sob a orientação de diretores do estudo Y.

O PEP é um dispositivo didático que se baseia no Paradigma do Questionamento do Mundo, ao qual faz uma extensão do sistema didático para $S(X; Y; Q) \rightarrow R^\heartsuit$, esquema denominado de herbatiano, que objetiva dar uma resposta R satisfatória a uma questão Q. Logo, dada uma questão norteadora Q_0 , são geradas a partir dela questões secundárias

(Q_1, Q_2, Q_3, \dots) e respostas para determinar a R^\heartsuit . Dessa maneira,

A elaboração de R^\heartsuit a partir de Q supõe então a “fabricação”, por parte do sistema S , de um milieu didático M , um meio de exploração e de construção da resposta Q . Isto é denotado como segue: $[S(X; Y; Q) \rightarrow M] \rightarrow R^\heartsuit$ (esquema herbatiano, semidesenvolvido, indica que o sistema didático constrói e organiza (\rightarrow) o milieu M com o qual produzirá uma resposta R^\heartsuit . (ALMOULOU, NUNES, PEREIRA E FIGUEROA, 2021, p. 439).

Com a investigação de M podem ser geradas respostas R^\diamond , levando à construção da resposta R^\heartsuit . Por ter outras disciplinas envolvidas há outras respostas ou obras culturais O , utilizadas como ferramentas para análise de R^\diamond e alcance da resposta esperada, e assim é determinado o esquema herbatiano $[S(X; Y; Q) \rightarrow R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m] \rightarrow R^\heartsuit$. Segundo Almouloud et al. (2021), conforme Chevallard (2001, 2007, 2009), há três princípios estruturantes do PEP que reforçam a ideia de que o termo “Estudo e Pesquisa” são referidos à busca de respostas para questões e de que os sujeitos que participam da investigação são os responsáveis do estudo, sendo eles: Princípio 1: organização do PEP a partir de uma questão geradora; Princípio 2: organização do PEP a partir de cinco gestos básicos: observação, análise, avaliação das respostas R^\diamond e defensoria e divulgação da resposta R^\heartsuit ; Princípio 3: condução do PEP, orientando dez dialéticas fundamentais.

Assim, conforme Almouloud et al., temos a:

- 1 – Dialética de estudo e pesquisa: busca constante de respostas para as questões investigadas e formulação de novas questões;
- 2 – Dialética de perguntas e respostas: formulação de perguntas e elaboração de respostas;

- 3 – Dialética do indivíduo e do coletivo: estudo individual de uma questão Q para chegar na resposta R^\heartsuit e chegar em uma resposta coletiva;
- 4 – Dialética de análise (praxeológica e didática) e síntese (praxeológica e didática): análise contínua da praxeologia e didática da comunidade ao decorrer do PEP e resumo no final ou próxima etapa;
- 5 – Dialética do tema e fora do tema (entrada e saída do tema): saída da disciplina ou tema em busca da resposta para a questão norteadora, podendo ser dentro da mesma área e disciplina, retornando ao tema após finalizar;
- 6 – Dialética do paraquedista e das trufas: o termo “paraquedista” se refere à exploração de áreas do conhecimento para verificar conhecimentos pertinentes à resposta de um problema e “trufas” à pesquisa de conhecimentos importantes;
- 7 – Dialética de caixas pretas e caixas claras: saberes são determinados como importantes para responder a questão geratriz, denominados “iluminados”, ou não, ao qual são deixados no “escuro”, para a orientação do quê estudar de uma obra;
- 8 – Dialética da “descrição” textual e inscrição textual (leitura e escrita): análise das partes importantes das respostas coletadas para evitar a transcrição;
- 9 – Dialética de conjectura e prova (de mídias e milieu): saber conhecido em PEP, ao qual não é conhecido antes, é adquirido a partir do estudo e pesquisa, logo, passa por testes e elaborações de respostas;
- 10 – Dialética da difusão e recepção: aponta a relevância da divulgação e defesa da resposta obtida pela comunidade.

Portanto, a metodologia da pesquisa constitui-se pela TAD, como teoria que analisa

o homem frente ao saber matemático e é utilizada para analisar e (re)construir organizações praxeológicas e, o PEP, na qual a pesquisa está estruturada. Além disso, trata-se de uma pesquisa qualitativa, pautando-se no discurso de Creswell (2007), pois tem como característica “a estratégia de pesquisa, o papel do pesquisador, os passos na coleta e análise de dados, estratégias para validação, a precisão dos resultados e a estrutura narrativa” (p.184), e, uma pesquisa de campo, que segundo Gonsalves (2001, p.67),

A pesquisa de campo é o tipo de pesquisa que pretende buscar a informação diretamente com a população pesquisada. Ela exige do pesquisador um encontro mais direto. Nesse caso, o pesquisador precisa ir ao espaço onde o fenômeno ocorre, ou ocorreu e reunir um conjunto de informações a serem documentadas [...].

Ademais, é uma pesquisa de campo, pois para a coleta de dados e para o desenvolvimento das atividades houve um contato com o público da pesquisa, os alunos do 2º ano do ensino médio, por meio do Google Meet, para a realização e a discussão das atividades e, por meio do *Google Classroom*, para a divulgação e a coleta das atividades, tendo em vista à pandemia.

A divisão do PEP foi em 5 sessões. Na primeira sessão foi apresentada a Q_0 , surgindo questões secundárias a partir da discussão desta questão geratriz. Na segunda sessão a atividade proposta teve como tema os batimentos cardíacos, destacando a periodicidade, com o uso do GeoGebra para a construção proposta. Já na terceira sessão foram desenvolvidas duas atividades envolvendo as doenças cardiovasculares, como arritmia e hipertrofia cardíaca, para aprimorar os estudos da periodicidade e frequência. A atividade desenvolvida na quarta sessão foi sobre a pressão arterial, com o foco da construção de uma noção intuitiva

das funções trigonométricas, utilizando o GeoGebra para a construção de uma figura e, por fim, na quinta sessão, a realização de construções para a noção do saber das funções trigonométricas também tendo o suporte do GeoGebra.

A seguir, detalharemos como se deu o desenvolvimento do PEP.

UM PEP PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES SENO E COSSENO

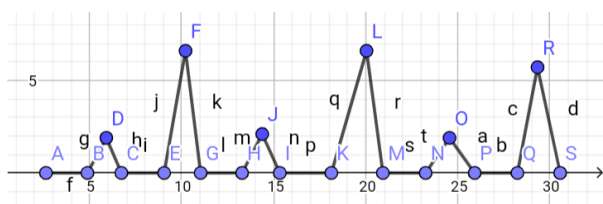
Nessa sessão, apresentamos o PEP, junto aos dados coletados e sua análise, no intuito de mostrar como um PEP pode favorecer a construção do conhecimento inicial sobre as funções trigonométricas seno e cosseno. O PEP foi desenvolvido em 5 sessões e em cada estavam presentes entre 1 a 11 estudantes. Além disso, se baseia na questão geratriz Q_0 : “Como construir um monitor multiparamétrico?” e a partir desta foram surgindo outras questões, utilizadas para o desenvolvimento das atividades em cada sessão. A participação dos alunos foi por meio do Google Meet e a maioria utilizou o celular para desenvolver as atividades e realizar as construções, os demais participaram através do computador. Logo, as ferramentas tecnológicas foram adquiridas pelos próprios estudantes.

Na sessão 1 foi apresentada a Q_0 e os alunos foram convidados a analisá-la, com o intuito de levantar outras questões para chegar em sua resposta. Ao finalizarem as anotações, compartilharam as questões e respostas encontradas. Surgiram questões como “O que é um monitor multiparamétrico?”, “Como funciona ou para que serve o monitor multiparamétrico/ de sinais vitais?”, “Quais profissionais ou quem pode utilizar o monitor de sinais?” e outras. Desse modo, o primeiro momento foi para a compreensão da questão geratriz Q_0 e

construção do percurso para dar a resposta R^o. Logo, observamos a presença da dialética de perguntas e respostas e da dialética de estudo e pesquisa, evidenciados na investigação e estudos para obter as respostas, por meio da internet e na análise da Q₀.

Começamos a trabalhar com a atividade 1, na sessão 2, tendo como base a Q₁: “Como os batimentos cardíacos são expressos no monitor multiparamétrico?”. Nessa atividade tinham questões para pesquisar sobre a funcionalidade e observação a partir dessa descoberta e ao ouvir o som dos batimentos cardíacos chegar em uma conclusão e construir uma figura no software GeoGebra que pudesse expressar os batimentos.

Figura 1: Construção da figura no GeoGebra a partir da percepção dos batimentos cardíacos do estudante 3.



Fonte: Autoras (2022).

Após, ao observar uma tabela com impulsos elétricos por segundo de batimentos cardíacos de um indivíduo, concluir sobre os dados, construir uma figura também no GeoGebra para expressar os batimentos e analisar as duas construções, verificando semelhanças e diferenças. Através das respostas encaminhadas pelos estudantes foi possível perceber que já conseguiam compreender o ritmo dos batimentos cardíacos. No entanto, observando as construções percebe-se que não conseguiram perceber a semelhança de ambas as figuras, como esperado, ou seja, que seguem um padrão. Apenas dois estudantes chegaram nessa percepção. Essa análise pode estar relacionada à primeira construção, pois a maioria não conseguiu representar na figura

o padrão dos batimentos, apenas um estudante. Além disso, se destaca a dialética do indivíduo e do coletivo por meio das discussões sobre as respostas levantadas e quanto à realização das tarefas, como na marcação de pares ordenados e, a dialética de perguntas e respostas, em evidência ao elaborarem respostas para as perguntas sobre os batimentos cardíacos.

Já na sessão 3 foram desenvolvidas as atividades 2 e 3, baseadas na Q₂: “Como interpretar a frequência de batimentos cardíacos?”, abordando a periodicidade. Na atividade 2 utilizamos como contexto o caso de um jogador de futebol que teve uma morte súbita abortada em campo. As questões apresentavam investigações quanto a definição de frequência cardíaca, a percepção de quando a frequência dos batimentos está normal e sobre a arritmia e hipertrofia cardíaca. Desse modo, analisando se a última construção realizada na atividade 1 na sessão anterior mudaria nos casos de indivíduos com arritmia e hipertrofia. Os estudantes apresentaram respostas bastante parecidas, conseguindo identificar as respostas das questões solicitadas. Quanto a análise se a construção mudaria, conseguiram perceber que haveria mudança, pois nos casos de hipertrofia e arritmia o ritmo dos batimentos é alterado.

A atividade 3, inicialmente, questionava o que é um eletrocardiograma (ECG). Em seguida, foram apresentados eletrocardiogramas para que eles pudessem indicar qual representava o exame de um paciente saudável e o porquê, onde mostramos um ECG real e foi explicado como estes são realizados. Os estudantes levantaram respostas para a definição de ECG e a maioria conseguiu localizar qual o ECG do paciente saudável. Depois, foi apresentado um ECG para que pudessem analisar o ciclo completo dos impulsos elétricos e determinassem o período em segundos de

cada ciclo. Grande parte dos estudantes conseguiram determinar o período de cada ciclo, visualizando a percepção da relação entre os ciclos e o tempo.

Figura 2: Técnicas utilizadas pela estudante 8 para determinar os períodos em segundos de cada ciclo.

Handwritten work showing calculations for the period R . The student starts with $1 \text{ ciclo} = 18,5$ and $1 \text{ unidade} = 40 \text{ ms}$. They then perform a long division: $400 \div 18,5 = 21,6216...$ and $74000 \div 18,5 = 4000$. The final result is $R = 0,74 \text{ segundos}$.

Fonte: Autoras (2022).

A última questão pedia que fosse indicada a frequência dos batimentos cardíacos por minuto, porém, muitos confundiram as operações a serem realizadas, como dividir ao invés de multiplicar. Dentre os que realizaram a questão, dois conseguiram resolver utilizando técnicas diferentes. Vale ressaltar que um desses dois apresentou dificuldades, necessitando de um auxílio maior para o desenvolvimento.

Figura 3: Técnicas utilizadas pela estudante 7 para determinar a frequência dos batimentos por minuto.

$$f = 1/0,74$$

$$1/0,74 = 1,351351351$$

$$1,351351351 \times 60 = 81,08108108 \text{ ou aproximadamente } 82 \text{ minutos.}$$

Fonte: Autoras (2022).

Nesse sentido, na sessão foram apresentadas a dialética do indivíduo e do coletivo e a dialética de perguntas e respostas. A primeira se destaca nas discussões e compartilhamento das respostas das tarefas quanto ao ECG, as doenças cardíacas e construções realizadas no GeoGebra. Já a segunda parte das respostas referentes às questões propostas.

Utilizamos a Q3: “Como modelar a pressão arterial e compreender a integração do modelo oscilatório no GeoGebra?” como referência para desenvolver a atividade 4 na

sessão 4. A atividade apresentava o que é a pressão arterial e como ocorre a variação entre a pressão sistólica e diastólica. A primeira questão pede para concluir sobre o ciclo da pressão arterial e a maioria dos estudantes conseguiu levantar respostas quanto aos valores de variação entre as pressões. Em seguida, é pedido que calculem o valor médio entre as pressões e concluam quanto o valor mais alto e mais baixo da pressão e o seu valor médio. Apenas dois estudantes chegaram utilizaram as técnicas esperadas, sendo que um montou os cálculos corretamente, mas o resultado final foi incorreto e a outra resolveu corretamente.

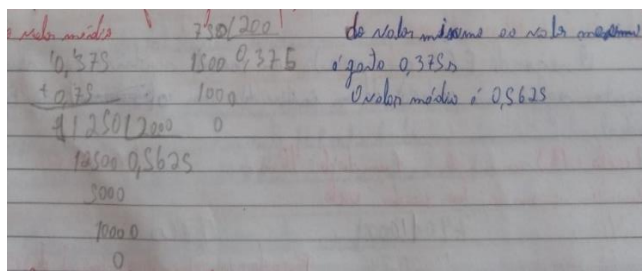
Figura 4: Técnicas utilizadas pelo estudante 3 para determinar o período do ciclo.

Handwritten work showing the calculation for the period. The student starts with $\text{Período} = 0,75 \text{ s}$. They then set up a simple equation: $x \cdot 1 = 3 \cdot 4$, which simplifies to $4x = 3$, $x = 3/4$, and finally $x = 0,75$.

Fonte: Autoras (2022).

Na questão seguinte foi solicitado o período de cada ciclo da variação da pressão. Assim, dois estudantes conseguiram realizar corretamente. Após, pedimos para que determinassem em quantos segundos após o valor mínimo encontra-se o valor máximo e em quantos segundos após o valor mínimo e o valor máximo encontra-se o valor médio. Nessa questão foi preciso mostrar que entre os intervalos de valores máximo e mínimo teria o valor médio. Assim, apenas um estudante (3) conseguiu determinar em quantos segundos após o valor mínimo encontra-se o valor máximo, mas não chegou ao valor médio esperado.

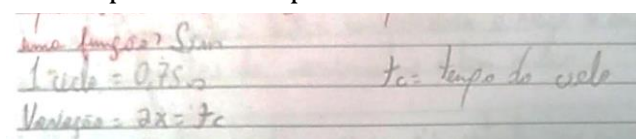
Figura 5: Técnicas utilizadas pelo estudante 3 para determinar os segundos e o valor médio.



Fonte: Autoras (2022).

Foi pedido para encontrar em quantos segundos se completariam 10,5 ciclos? E somente um estudante chegou na resposta esperada, mas não encaminhou a técnica utilizada para resolver a tarefa. Por fim, perguntamos se os ciclos poderiam ser expressos por uma função, como seria a representação da variação sistólica à diastólica por meio da função e a construção de uma figura para expressar os ciclos. A maioria conseguiu compreender que os ciclos poderiam ser expressos por meio de uma função, mas as possíveis representações das funções e da figura não correspondiam aos valores encontrados nas questões anteriores. Um estudante (3) apresentou uma representação com um período, mas não utilizou o período correto.

Figura 6: Representação da variação da pressão feita pelo estudante 3.



Fonte: Autoras (2022).

Apenas um estudante (3) realizou a atividade completa e foi o que mais se aproximou das respostas esperadas. A dialética que a sessão apresenta em destaque é a de perguntas e respostas, a partir da análise do período e ciclos da pressão arterial e sua exploração para chegar às respostas das questões.

Somente um estudante participou da sessão 5, o mesmo que realizou toda atividade anterior, os demais que entraram no início não puderam continuar. A atividade dessa

sessão ou atividade 5, foi uma atividade para a investigação da influência dos parâmetros a , b , c e d nas funções $f(x) = a + b \cdot \sin(cx + d)$ e $g(x) = a + b \cdot \cos(cx + d)$. Essa investigação foi realizada no GeoGebra, ao qual ao alterar os parâmetros pedimos para escrever quais eram as transformações que estavam ocorrendo. Após o estudante notificar quais eram as transformações que estavam ocorrendo, na atividade foi questionado como utilizaria a atividade para realizar a atividade 4 e o estudante escreveu que as funções analisadas “representam os ciclos cardíacos no GeoGebra” e ao convidá-lo para responder oralmente disse que poderia resolver através da função apresentada e denominei as funções como trigonométricas.

Assim, relembramos as atividades trabalhadas sobre os batimentos cardíacos, ECG, a pressão arterial e as variações, e construções realizadas. E informamos que são sinais vitais de um monitor multiparamétrico. Formalizamos o conteúdo utilizando slides, em que o estudante compreendeu a noção de período, ao trabalhar com a função periódica, e relacionou com o trabalho com os ciclos. Além disso, discutimos sobre a função $f(x) = 100 - 20 \cos\left(\frac{8\pi}{3} \cdot x\right)$ referente à variação da pressão arterial no GeoGebra, observando também os gráficos das funções seno e cosseno e analisando os parâmetros e período da função da pressão arterial. Na sessão se destacaram a dialética de perguntas e respostas, pois foram realizadas as movimentações para determinar as respostas das questões e a dialética de conjectura e prova, tendo em vista que um estudante chegou à construção introdutória do saber.

Chegamos então à conclusão de que podemos utilizar as funções trigonométricas para dar a resposta a Q_0 e para modelar os fenômenos estudados. Logo, a partir do PEP desenvolvido integrado à interdisciplinaridade e utilizando o software

GeoGebra um estudante chegou à resposta R^\heartsuit satisfatória à Q_0 . Pelo desenvolvimento das atividades foi possível perceber que se os demais estudantes participassem de todas as sessões e realizassem todas as atividades também poderiam chegar à resposta. Os estudantes conseguiram compreender sobre a periodicidade, mas a maioria não conseguiu chegar ao objetivo, pois não realizaram todas as atividades. A dialética de perguntas e respostas foi a principal para o desenvolvimento do PEP. Desse modo, foi possível analisar o modelo oscilatório e suas transformações através das construções no GeoGebra e por meio do estudo por uma razão social, envolvendo a medicina, das funções seno e cosseno chegamos ao objetivo do PEP, construindo o conhecimento introdutório das funções trigonométricas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O PEP desenvolvido foi estruturado a partir da questão geratriz “Como construir um monitor multiparamétrico?” e assim questões secundárias foram levantadas pelos estudantes com o intuito de respondê-la. Diante das questões apresentadas desenvolvemos atividades tendo como base OM para chegar à resposta da questão geratriz e estudar as funções trigonométricas seno e cosseno.

Ao logo do tempo as razões sociais para o estudo da trigonometria e das funções trigonométricas foram se perdendo e tornaram-se puramente matemáticas. Logo, O PEP desenvolvido envolvendo a medicina se coloca como uma razão para estudar as funções trigonométricas, sendo relevante a sua integração com o GeoGebra.

Partindo da Q_0 , os estudantes mostraram-se motivados para a realização e investigação do PEP. Logo, perceberam o conceito de periodicidade, analisando através

dos estudos sobre batimentos cardíacos e frequência cardíaca. Já no estudo das funções seno e cosseno por meio da atividade sobre pressão arterial os estudantes apresentaram uma maior dificuldade na realização, mesmo que compreendendo a variação da pressão arterial, sendo entre a diástole e a sístole. Caso a atividade fosse desenvolvida em grupos esse resultado poderia ser diferente, mas por conta do momento pandêmico isso não foi possível. Apenas um estudante participou de todas as sessões e realizou todas as atividades, em que foi possível observar a variação da pressão arterial, as transformações nas funções trigonométricas, através do GeoGebra, e a influência dos parâmetros.

Dos modelos utilizados para os estudos o que mais se destacou foi o oscilatório, envolvendo as representações algébrica, geométrica e natural. A dialética que mais se utilizou foi a de perguntas e respostas. Portanto, chegamos na validação da hipótese, que o estudo de funções seno e cosseno por meio de um PEP integrado à interdisciplinaridade e às tecnologias contribui para a aprendizagem e a construção do conhecimento matemático. Dessa maneira, foi alcançada a construção introdutória das funções seno e cosseno e a resposta R^\heartsuit satisfatória à Q_0 , que seria possível construir o monitor multiparamétrico “através das funções trigonométricas seno e cosseno”.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. Ag. **Teoria Antropológica do Didático: metodologia de análise de materiais didáticos**. Unión (San Cristobal de La Laguna), v. 42, p. 09-34, 2015.

ALMOULOUD, S. A., NUNES, J. M. V., PEREIRA, J. C. D. S., FIGUEROA, T. P. Percurso de estudo e pesquisa como metodologia de pesquisa e

de formação. **Revista De Educação Da Universidade Federal Do Vale Do São Francisco**, 11(24), 426-466, 2021.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 9, n. 2, p. 221-266, 1999.

CHEVALLARD, Y. La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponses à partir de la TAD. in Margolinas et all.(org.) : En amont et en aval des ingénieries didactiques, XV^a École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme). **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble : La Pensée Sauvage, v. 1, p. 81-108, 2009.

CHEVALLARD, Y. **La matemática en la escuela**: por una revolución epistemológica y didáctica. Buenos Aires: Libros del Zorzal, 2013b.

CHEVALLARD, Y. Organisations didactiques: Les cadres généraux. Notice du Dictionnaire de Didactique des Mathématiques 1997-1998 pour la formation des élèves professeurs de mathématiques, 1998.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução Luciana de Oliveira da Rocha. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

GONSALVES, E.P. **Iniciação à pesquisa científica**. Campinas, SP: Alínea, 2001.

KLUTH, V. S. ; ALMOULOU, S. A. . A teoria antropológica do didático: primórdio de Muma trajetória direcionada à prática de ensino de matemática/The anthropological theory of the didactic: beginning of a trajectory directed to the practice of teaching of mathematics. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 20, p. 1-25, 2018.

LAUDARES, J. B.; ROCHA, M. J. Objeto de aprendizagem para o estudo das funções trigonométricas arco seno e arco cosseno. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática (XII ENEM), 2016. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática (XII ENEM)**. São Paulo: SBEM, 2016. p. 1-12.

OLIVEIRA, E. S. S. **Estudo das funções seno e cosseno por meio de um modelo didático alternativo integrado ao GeoGebra**. Tese (Doutorado), Programa de Pós- Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências – Universidade Federal da Bahia, Salvador – Ba, 2020.

ROCHA, A. M. C. . Uso do software Winplot para o estudo de Trigonometria. **Polyphonia**, Revista de Educação Básica do Cepae (UFG) , v. 21, p. 137-151, 2010.

PEDROSO, L. W. **Uma Proposta de Ensino da Trigonometria com Uso do Software GeoGebra**. 2012. 271 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

SANTOS, M.C.; MENEZES, M. B. A Teoria Antropológica do Didático: uma Releitura Sobre a Teoria. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, p. 648-670, 2015.

SANTOS, P. C. Uma proposta de ensino-aprendizagem de trigonometria utilizando um teodolito caseiro. 2013.

SILVA, Evandro. **O Ensino de Funções Trigonométricas com o Auxílio do GeoGebra**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Vale do São Francisco, Pernambuco., 2013. Disponível em: <

<http://www.univasf.edu.br/~tcc/000007/000077f.pdf> >.