



O PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA NO ENSINO DE CÁLCULO DE ÁREA EM UM CURSO DE ENGENHARIA

KAYLA ROCHA BRAGA

Universidade Federal do Maranhão. E-mail: kayla.rb@ufma.br

JORGE WILLIAMS CUNHA FERREIRA

Universidade Federal do Pará. E-mail: jwcferreira@outlook.com

JOSÉ MESSILDO VIANA NUNES

Universidade Federal do Pará. E-mail: messildo@ufpa.br

Resumo: Objetivamos com o presente artigo discorrer sobre a construção de um dispositivo didático face ao quadro teórico-metodológico do Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) aplicado no ensino do cálculo de área na educação superior, em um curso de graduação em Engenharia Elétrica, de uma Instituição Federal de Ensino do estado do Maranhão. Intentamos levar os alunos à compreensão da noção de área como grandeza, uma vez que, no processo de aprendizagem desse conteúdo na Educação Básica é evidenciada uma dificuldade de distinção entre superfície e área. O referido PEP teve como questão norteadora geral investigar em que termos desenvolver e gerir um processo de ensino e aprendizagem para o cálculo de área a estudantes de engenharia considerando as respectivas condições e restrições institucionais. Para tanto, realizamos, primeiramente, estudos de livros didáticos e documentos institucionais referentes ao cálculo de área e, em seguida, a concepção de uma organização didático-matemática para o ensino do respectivo componente curricular. Os resultados mostraram que a elaboração do dispositivo didático possibilitou um desenvolvimento heurístico e racional do objeto de estudo, o que proporcionou a mensuração e a ampliação do equipamento praxeológico dos participantes da pesquisa.

Palavras-chave: Cálculo de área, Ensino em engenharia, Dispositivo didático.

THE STUDY AND RESEARCH PATH IN TEACHING AREA CALCULUS IN AN ENGINEERING COURSE

Abstract: The purpose of this paper is to discuss the construction of a didactic device against the theoretical and methodological framework of the Study and Research Path (SRP) applied to the teaching of area calculation in higher education, in an undergraduate course in Electrical Engineering, of a Federal Educational Institution in the state of Maranhão. We intend to take students to understand the notion of area as a magnitude, since, in the process of learning this content in basic education is evidenced a difficulty in distinguishing between surface and area. This PEP had as a general guiding question to investigate in which terms to develop and manage a teaching and learning process for the calculation of area to engineering students considering the respective institutional conditions and constraints. To this end, we first conducted studies of textbooks and institutional documents concerning the calculation of area, and then the conception of a didactic-mathematical organization for teaching the respective curricular



ARTIGO ORIGINAL

component. The results showed that the elaboration of the didactic device enabled a heuristic and rational development of the object of study, which provided the measurement and expansion of the praxeological equipment of the research participants.

Keywords: Area calculation, Engineering education, Didactic dispositive.

INTRODUÇÃO

O ensino de objetos matemáticos no nível superior tem se mostrado uma problemática pertinente à Educação Matemática. Cury (2009) salienta que até o ano de 1991, dentre as produções brasileiras em Educação Matemática, 19% das dissertações e teses tinham como foco o Ensino Superior. Dessas, 65 eram voltadas para o currículo e 15 relacionavam-se ao ensino de disciplinas, sendo 10 destas versando sobre a disciplina Cálculo. A autoramostra que entre os anos de 1992 e 2001, cerca de 42% dos artigos publicados nos anais do Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE) tinham como foco o ensino e a aprendizagem de cálculo.

No tocante à disciplina Cálculo Numérico, a literatura acadêmico-científica tem evidenciado inúmeras problemáticas, dentre as quais destacamos as relacionadas aos altos índices de reprovação nesta. Passos *et al.* (2007) mostram que a média geral de reprovações na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I (Cálculo I), nos cursos de Engenharia, referentes aos semestres 2004.2, 2005.1 e 2006.1, correspondem a: 45,93% na Engenharia Civil; 33,97% na Engenharia Agrícola e Ambiental; 38,87% na Engenharia de Produção; 55,13% na Engenharia Mecânica e 37,97% na Engenharia Elétrica.

Rafael e Escher (2015) mostram os índices de aprovação/reprovação/evasão nos anos 2013, 2014 e 2015.1, na disciplina Cálculo Diferencial nos cursos de Engenharias, onde a média geral de reprovação oscilou entre 42% e 48%. Constitui-se a observação dos pesquisadores um elevado índice de reprovação, sendo esse um fator bastante recorrente.

Nascimento *et al.* (2018) apresentam os índices de reprovação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I (Cálculo I) entre os semestres 2016.1 e 2017.2, sendo uma pesquisa mais abrangente, envolvendo todos os cursos de uma instituição de ensino superior que têm em seu currículo a referida disciplina. Evidenciaram, também, um grande número de reprovações nessa disciplina em todos os cursos analisados.

Esses estudos evidenciam dados alarmantes e preocupantes no que concerne aos índices de reprovação nas disciplinas de Cálculo em cursos de Engenharia. Assim, consideramos importante a necessidade de buscar alternativas didáticas que possam minimizar as dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem de Cálculo, e, conseqüentemente, que colaborem para a diminuição dos índices de reprovação e/ou evasão nos cursos de Engenharia.

Diante disso, nosso interesse pela temática de investigação advém de uma problemática da prática docente. Durante o desenvolvimento da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I, no primeiro período de um de Curso de Engenharia Elétrica, grande parte dos alunos apresentavam dificuldades nas atividades que envolviam cálculos de áreas de figuras geométricas e sólidos geométricos. Dessa forma, com o intuito de sanar essas dificuldades, propomos arquitetar um dispositivo didático com o intuito de favorecer a aprendizagem do objeto matemático em questão, partindo da seguinte questão: em que termos desenvolver e gerir um processo de ensino e aprendizagem para o cálculo de área com estudantes de engenharia, considerando as respectivas condições e restrições (CHEVALLARD, 1999) institucionais? Diante disso, o objetivo deste artigo é mostrar o processo de construção e desenvolvimento do referido dispositivo, adotando a metodologia do Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) para

o ensino do cálculo de área para estudantes de um curso de Engenharia.

A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO E SUAS NOÇÕES BASILARES

A Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard, é resultante da problemática da transposição didática entre instituições. A TAD situa a atividade matemática e o estudo das matemáticas no âmbito institucional no cerne das atividades humanas (CHEVALLARD, 1999). Nesses termos, a TAD estuda o processo de relação sujeito-instituição-saber. Assim

[...] a TAD parte do princípio de que os seres humanos, para agirem, reúnem-se em grupos – as instituições – os quais impõem certo modo de fazer e pensar próprios no desenvolvimento de suas atividades.” (ANDRADE, 2012, p. 19).

A TAD afirma que as atividades humanas, no respectivo âmbito institucional, são regidas por praxeologias, que referem-se a quaisquer estruturas possíveis de atuação e conhecimento (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001).

A palavra praxeologia vem do grego e é a junção das palavras *praxise logos*. Uma praxeologia é composta por um tipo de tarefa (T), que representa uma ação específica e se realizar, como por exemplo calcular a área de uma figura plana. Outro componente da praxeologia é a técnica (τ), que é um modo de realizar um determinado tipo de tarefa (T). Para produzir técnicas é necessário que se tenham tarefas efetivamente problemáticas, para que estimulem, ao menos, uma técnica que resolverá a questão colocada pela tarefa (ALMOULOU, 2015). O conjunto formado por um Tipo de Tarefa T , e por uma tarefa t é denominado “prático-técnico” [T/τ] (CHEVALLARD, 2002).

O bloco prático-técnico não é uma entidade isolada, isso porque toda técnica

implementada para um tipo de tarefa exige, em princípio, uma justificativa, isto é, um “discurso lógico” (logos) que lhe dá suporte. Esse componente da praxeologia é chamado tecnologia (θ), cuja função é justificar a técnica como uma maneira de cumprir “corretamente” uma tarefa. Uma tecnologia também necessita de uma justificativa, ou seja, um discurso geral que rege toda a praxeologia, sendo esse componente a teoria (Θ). O conjunto composto por uma tecnologia (θ) e uma teoria (Θ) é denominado “tecnológico-teórico” [θ/Θ] (CHEVALLARD, 2002).

A junção dos blocos prático-técnico e tecnológico-teórico formam uma organização praxeológica [$T/\tau/\theta/\Theta$], que diferenciam-se em função de seus níveis de complexidade, sendo essas de três tipos: pontuais, locais, regionais e globais (CHEVALLARD, 2002). As organizações pontuais se agregam em organizações locais, centralizadas em uma determinada tecnologia. Depois, as organizações locais se agregam em organizações regionais, formadas em torno de uma teoria. As organizações regionais se agregam formando o que se denomina organização global (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001).

As organizações praxeológicas difundidas no âmbito institucional do saber matemático são denominadas de Organizações Matemáticas (OM) e as organizações transpostas para a o ensino do referido saber são chamadas de Organizações Didáticas (OD), ou Organizações Didático-Matemáticas (ODM).

A praxeologia didática do professor é considerada como um problema praxeológico, que o autor identifica como o “problema π do professor”, decorrente da necessidade que esse tem de reconstruir OM’s que possam ser estudadas em uma instituição no âmbito do ensino (CHEVALLARD, 2001). Observando os Tipos de Tarefas (T_π), o problema praxeológico do professor de matemática é construir uma praxeologia [$T_\pi/t_\pi/\theta_\pi/\Theta_\pi$], isto é, buscar uma resposta $R_\pi = [T_\pi/t_\pi/\theta_\pi/\Theta_\pi]$ para a questão Q_π : Como

realizar uma tarefa t_{π} do tipo T_{π} ? (CHEVALLARD, 2009).

Nesse contexto, a praxeologia didática do professor pode ser descrita como a reconstrução de uma OM vivenciada em sala de aula que permita aos alunos atuarem com eficácia para resolver problemas com Matemática e, ao mesmo tempo, entender o que fazem de maneira racional.

O que se aprende e se ensina em uma instituição de ensino são praxeologias matemáticas que respondem a uma dada questão por meio de tarefas ou tipos de tarefas mobilizadas pelo professor (CHEVALLARD, 2009). Para tanto, a TAD desenvolve um arcabouço teórico-metodológico próprio e específico, consubstanciado no dispositivo didático do Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP).

O PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA

O Percurso de Estudo e Pesquisa, abreviado pela sigla PEP, do original em francês *Le Parcours d'Études et Recherche* (CHEVALLARD, 2011), constitui-se como um dispositivo didático da TAD com vistas a proporcionar uma “razão de ser” ao estudo de objetos e/ou praxeologias do saber no âmbito institucional, através de respostas a questões relevantes e pertinentes ao estudo.

O PEP é caracterizado, primeiramente, pela formulação de uma questão central, denominada “questão geratriz” Q_0 . Posteriormente, como desencadeamento da questão Q_0 , geram-se outras questões auxiliares e subsidiárias Q_1, Q_2, Q_3, Q_n . Essas questões devem emergir sob as condições e restrições pedagógicas e específicas do saber em jogo, que resultam em um conjunto de respostas que virão a se constituir em uma sucessão de OM's articuladas entre si (CHEVALLARD, 2011).

O PEP se constitui em um sistema didático $S (X, Y, Q_0)$ formado em torno da questão Q_0 , em que X é um “grupo de estudo”¹, Y um conjunto daqueles que têm o papel de auxiliar e dirigir os estudos, os “diretores do estudo”². O resultado do trabalho que se espera de X , sob a orientação de Y , é se possa produzir a reconstrução de uma OM e/ou uma OD (CHEVALLARD, 2011). O referido sistema didático pode ser sintetizado em um esquema herbartiano³ (CHEVALLARD, 2009), denotado pelo padrão heurístico:

$$[S(X; Y; Q_0) \rightarrow M] \rightarrow R^{\heartsuit}$$

O sistema didático do PEP necessita de um *Milieu* (meio) M específico, no qual os sujeitos que compõem o sistema devem identificar e aprender a utilizá-lo a fim de produzir uma Resposta Ideal R^{\heartsuit} . O expoente “ \heartsuit ” em R indica que a resposta a Q_0 foi produzida sob determinadas condições e restrições impostas pelo sistema didático. O meio M corresponde as respostas parciais R^{\diamond} encontradas no decorrer do estudo das obras que permitiram a construção dessas respostas, bem como das questões subsidiárias e auxiliares emergentes. Isto é, $M = \{R^{\diamond}_1, R^{\diamond}_2, \dots, R^{\diamond}_n, Q_{n+1}, \dots, Q_n\}$. Assim, o esquema herbartiano, pode ser ampliado, heurísticamente para:

$$[S(X; Y; Q_0) \rightarrow \{R^{\diamond}_1, R^{\diamond}_2, \dots, R^{\diamond}_n, Q_{n+1}, \dots, Q_n\}] \rightarrow R^{\heartsuit}$$

Para que aconteça o PEP, é fundamental que o grupo de estudos X e os diretores do estudo Y tenham uma efetiva relação com a questão Q_0 . A questão Q_0 , por sua vez, deve ser relevante socialmente e pertinente à comunidade de estudo para que o percurso de investigação desenvolva-se na busca da resposta ideal R^{\heartsuit} .

METODOLOGIA

Nosso estudo é de natureza qualitativa, pois possui características próprias,

¹ Pode ser de alunos, de professores, de pesquisadores, etc. (CHEVALLARD, 2009).

² Pode ser professor, tutor, coordenador de pesquisa, etc. (CHEVALLARD, 2009).

³ Em homenagem ao filósofo alemão e fundador da pedagogia, Johann Friedrich Herbart (1776-1841). (CHEVALLARD, 2009).

utilizando-se de categorizações e descrições para análise dos dados (POLAK *et al*, 2014). Nesse sentido, “[...] diante da diversidade de perspectivas, o ‘fazer ciência’ não segue um único modelo ou padrão de trabalho científico.” (MARTINS, 2004, p. 292).

Demo (2009) declara que, ao construirmos ou utilizarmos dados, precisamos fazê-lo de maneira que nem se desvalorize a parte empírica da realidade, e nem torne-a exclusiva. Para o autor, um dado não fala por si, mas pela boca do referencial teórico: “Assim, dependendo do referencial teórico, o mesmo dado pode levar a ilações muito diferentes” (DEMO, 2009, p. 84).

Delimitamos como lócus de pesquisa o Laboratório de Informática do Curso de Matemática (LabMat) de uma Instituição de Ensino Superior (IES) do sistema federal de ensino, localizada no estado do Maranhão. Como participantes, estudantes do 1º período do curso de Engenharia Elétrica da respectiva instituição, e que cursavam a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I⁴. O critério de seleção dos participantes deu-se de forma voluntária, em função do interesse destes para com a proposta de pesquisa.

Utilizamos como instrumentos de coleta de dados a análise documental, com investigação nos livros didáticos e no plano de ensino do curso de graduação em Engenharia Elétrica da IES. Aplicamos aos alunos participantes desta pesquisa questionários abertos de sondagem, com o intuito de investigar seus conhecimentos sobre cálculo de área, envolvendo tipos de tarefas (T) e tarefas (t) (CHEVALLARD, 2009), com o intuito de identificar as técnicas, tecnologias e teorias utilizadas em suas resoluções. A análise dos dados deu-se por meio da utilização dos modelos teórico-metodológicos norteados pela TAD.

O sistema didático do PEP de investigação, pode ser caracterizado pelo esquema herbartiano $[S(X; Y; Q_P) \rightarrow M] \rightarrow R^\heartsuit$,

com S correspondendo ao Sistema Didático da investigação, no qual X são os participantes da pesquisa; Y são os diretores do estudo; Q_P é a Questão Norteadora da investigação; M é conjunto de obras consultadas e analisadas durante o estudo, das questões norteadoras auxiliares esubsidiárias e das respostas parciais dadas pelos participantes para a Q_P ; R^\heartsuit é a Resposta Ideal da investigação. A questão norteadora do PEP de investigação Q_P foi: **em que termos desenvolver e gerir um processo de ensino e aprendizagem para o cálculo de área a estudantes de engenharia considerando as respectivas condições e restrições institucionais?**

Distribuimos o PEP de investigação em duas etapas distintas, porém complementares. A primeira, na qual realizamos uma análise preliminar do problema de pesquisa, enquanto diretores do estudo, e arquitetamos o dispositivo didático, que denominamos como “PEP solitário”. Já a segunda, consistiu na implementação do supracitado dispositivo com os participantes da pesquisa, a qual denominamos “PEP de desenvolvimento”. Para cada uma dessas etapas, caracterizamos heurísticamente sistemas didáticos auxiliares e específicos para cada um desses momentos do estudo.

O PEP SOLITÁRIO: UM ESTUDO DO PROBLEMA DE PESQUISA

O primeiro encontro com o objeto de pesquisa caracterizou-se como um estudo preliminar, cujo objetivo foi analisar os modelos epistemológicos de referência e dominantes no âmbito institucional do curso de Engenharia Elétrica da instituição lócus da pesquisa, dispostos nos documentos institucionais referentes ao objeto matemático “cálculo de área”. Um modelo epistemológico constitui-se como uma

⁴ A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I é componente curricular obrigatório ofertado no primeiro período do curso de Engenharia Elétrica. Assim, o convite feito aos alunos para participação

na pesquisa ocorreu quando a pesquisadora ministrou essa disciplina, ou seja, quando os alunos estavam cursando o primeiro período.

compreensão cujo objetivo é descrever e interpretar um fenômeno através de um modelo (GASCÓN, 2011). Caracterizamos o sistema didático auxiliar para essa etapa da pesquisa através do respectivo esquema herbartiano:

$$X = 0 \rightarrow S(Y; Q_{\pi})$$

Nele Y representa os diretores do estudo e Q_{π} a questão norteadora auxiliando PEP solitário, sendo essa referente a um problema praxeológico docente. Nesse sistema didático, não há a presença de um grupo de estudo X , pelo fato de ser um momento de estudo preliminar dos diretores Y face à questão norteadora auxiliar. Portanto, $X=0$. A questão norteadora auxiliar Q_{π} do PEP solitário foi: **De que forma conceber uma organização didático-matemática que possibilite aos alunos ampliar seu equipamento praxeológico acerca do cálculo de área?**

O PEP solitário tem a finalidade compreender o fenômeno diático em questão em um estudo preliminar, de modo a arquitetar possíveis encaminhamentos do percurso. Dessa forma, buscamos compreender de que forma se constituem os modelos epistemológicos de referência e que por consequência são dominantes no respectivo âmbito institucional. Em nosso caso, especificamente no curso de Engenharia Elétrica, da instituição lócus desta pesquisa. Para tanto, analisamos em seu respectivo Plano de Ensino o desenvolvimento das disciplinas de Cálculo.

Buscamos as relações entre as OM's e as OD's propostas ao ensino de cálculo no referido plano. Constatamos que o planejamento de ensino das disciplinas de Cálculo trazem, além da ementa, objetivos gerais e específicos, procedimentos didáticos e a avaliação. Como OM destacam a construção da integral de Riemann como um limite da soma; Propriedades da integral e cálculo de áreas.

Quanto aos objetivos, o estudantes, ao final da disciplina, devem estar aptos a "manipular" conceitos de função, limite, derivadas e integrais das funções

elementares, assim como aplicá-las à solução de problemas práticos e teóricos. Neste sentido, os problemas práticos enfrentados pelos alunos do curso de Engenharia Elétrica, de acordo com o Plano de Ensino, realizados junto a profissionais da área, relacionam-se ao cálculo de área de plantas baixas e suas variantes. O item 'Procedimentos Didáticos', possibilita a flexibilização das OD's pelo docente, trazendo a proposta o auxílio de *softwares* para a resolução de problemas.

Portanto, de acordo com o plano de ensino da disciplina, compreendemos que o Modelo Epistemológico Dominante no curso de Engenharia Elétrica apresenta OM's que devem possibilitar a construção de diferentes OD's, sem, contudo, deixar de relacionar aspectos teórico-práticos do cálculo de área. Os modelos epistemológicos, nesse sentido, cumprem a função de gerenciar o processo didático (DELGADO, 2006).

Por tratar-se de um curso de Engenharia, é fundamental uma "aplicabilidade" dos saberes aprendidos, como reiterado pelo Plano de Ensino deste. Diante disso, buscamos estabelecer uma relação entre as organizações matemáticas dispostas no plano de curso com o campo de atuação do engenheiro eletricitista. Emergiu, assim uma questão subsidiária $Q_{\pi 1}$: Como relacionar o ensino das organizações matemáticas prescritas à área no campo de atuação do engenheiro eletricitista?

Constatamos que essa relação é possível através da Luminotécnica, que é o estudo minucioso das técnicas das fontes de iluminação artificial, através da energia elétrica (LUMINOTÉCNICA, 2009). Para que o engenheiro eletricitista faça em seu projeto de iluminação, os cálculos luminotécnicos de um determinado ambiente devem tomar conhecimento dos direcionamentos dados pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). Destacamos aqui a NBR 5410, edição 2004, referente aos projetos de instalações elétricas.

Na determinação das cargas de iluminação incandescentes, adotam-se os seguintes critérios: a) em cada cômodo ou

dependência de unidades residenciais e nas acomodações de hotéis, motéis e similares, deverá ser previsto pelo menos um ponto de luz no teto, com potência mínima de 100VA; b) em cômodos ou dependências com área ou inferior a 6m^2 , deverá ser prevista a uma carga de pelo menos 100VA; c) com área superior a 6m^2 , deverá ser prevista uma carga mínima de 100VA para os primeiros 6m^2 acrescida de 60VA para cada aumento de 4m^2 inteiros.

Creder (2016) destaca que os valores correspondem à potência destinada à iluminação para efeito de dimensionamento dos circuitos, e não necessariamente à potência nominal das lâmpadas incandescentes a serem utilizadas. Ressaltamos que assim, como para o cálculo de número de pontos de luz, há de se determinar, primeiramente, a área do ambiente para o cálculo de pontos de tomada. De acordo com a NBR 5410/2004, nas unidades residenciais e nas acomodações de hotéis, nas casas de shows e similares, o número de pontos de tomadas de uso geral deve ser fixado de acordo com os seguintes critérios: se a área for inferior a 6m^2 deve ser considerado pelo menos um ponto de tomada, se for maior que 6m^2 , pelo menos um ponto de tomada para cada 5m , ou fração de perímetro, espaçados tão uniformemente quanto possível.

Mesmo que as normas vigentes para a determinação do número de pontos de luz de um determinado ambiente sejam alteradas por subsequentes, as normas referentes ao número de pontos de tomadas permanecem. Baseamos nossa pesquisa na norma 5410/2004, na qual optamos por manter os cálculos referentes ao número mínimo de pontos de luz de um determinado ambiente.

O plano de Ensino do curso de Engenharia Elétrica traz em seu teor que o engenheiro eletricista deve ser habilitado a elaborar e executar projetos elétricos ou de iluminação em conformidade com as normas técnicas impostas. Diante disso, é oportuno destacar que o engenheiro eletricista necessita executar cálculos precisos e

consistentes, de modo que garantam a segurança da estrutura construída ou que esteja sendo reformada.

O PEP DE DESENVOLVIMENTO: O ENSINO DO CÁLCULO DE ÁREA

O PEP que se desenvolveu na prática com os participantes da pesquisa, diante o dispositivo didático arquitetado, foi regulado pelo respectivo sistema didático auxiliar $S(X, Y; Q_0)$, onde X corresponde ao grupo dos participantes da pesquisa; Y os diretores do estudo e Q_0 é a questão norteadora auxiliar do PEP de desenvolvimento. Em relação à Q_0 , inferimos que esta nos possibilitou (re) construir diferentes percursos essenciais à compreensão da OM em questão (cálculo de área), como também de aplicação desta em outras áreas no campo de atuação do engenheiro eletricista. A questão Q_0 do PEP de desenvolvimento foi: **como gerir um processo de ensino e aprendizagem que coadune situações do cálculo de área às nuances profissionais do engenheiro eletricista?**

Chevallard (2009) afirma que as questões Q devem emergir sob as condições e restrições pedagógicas do saber em jogo, que resultam em um conjunto de respostas que virão a se constituir em uma sucessão de OM's articuladas entre si. Nesse viés, emergiram questões subsidiárias, tais como:

Q_1 : Que situações problema propor aos alunos para o uso do cálculo de área na Luminotécnica?

Q_2 : Como o uso de softwares ampliará o equipamento praxeológico dos alunos no que diz respeito ao cálculo de área na Luminotécnica?

Para chegarmos a essas respostas, construímos uma Tarefa Fundamental (TF) (ANDRADE, 2012) norteadora dos Tipos de Tarefas (T), que remetem a um conjunto de tarefas (t), que conduziram o grupo de estudos (X) do respectivo sistema didático

a elaborar respostas à questão norteadora. A Tarefa Fundamental consistiu em uma situação na qual o objetivo foi distribuir as luminárias no espaço

Primeiramente, buscamos investigar quais os conhecimentos prévios os participantes dispunham em relação ao objeto matemático “cálculo de área”. Para isso, aplicamos três questionários, que intitulamos Questionários Diagnósticos sobre Cálculo de Área (QDCA). Optamos pelo uso de questões abertas para proporcionar uma melhor compreensão do processo de elaboração cognitiva dos cálculos e a verificação quanto à aprendizagem ou não do cálculo de área. Para chegarmos a esse resultado, consideramos a proposição da prreexistência de uma relação institucional (CHEVALLARD, 2009) dos participantes em relação ao objeto matemático, que denotamos pelo esquema heurístico $R_i(X, O)$, no qual X é o grupo dos participantes da pesquisa, e O é o objeto do conhecimento, o cálculo de área nas diferentes figuras geométricas apresentadas.

No QDCA₁ apresentamos cinco tarefas cujas resoluções envolviam o cálculo de área de figuras planas. Já no QDCA₂, dispusemos quatro tarefas que envolviam o cálculo de área de figuras tridimensionais. Objetivamos com essas sondagens verificar fragmentos do equipamento praxeológico dos alunos os quais referem-se aos conhecimentos prévios sobre o cálculo de área, suas habilidades e competências de resolução das tarefas para tal, que são ativadas a qualquer momento quando esses são colocados sob certas condições e desafios (CHEVALLARD, 2009).

Sistematizamos os momentos do PEP de desenvolvimento em três etapas: a primeira corresponde à sondagem; a segunda consiste no desenvolvimento das tarefas t_{F1n} da Tarefa Fundamental T_{F1} ; e a terceira na instrumentalização com software de realidade aumentada para a resolução das tarefas t_{F2n} de T_{F2} .

Na primeira etapa, iniciamos a aplicação das tarefas de sondagem dos questionários QDCA₁ e QDCA₂. O QDCA₁ referiu-se ao cálculo de área de figuras planas. Na tarefa 1 foi

solicitado aos participantes calcular a área de um retângulo, dadas as suas medidas de dimensões (base e altura). A tarefa 2 solicitava ao participante determinar o comprimento da altura de um paralelogramo, sendo dada a área e o comprimento da base. Na tarefa 3 os participantes tinham de ladrilhar uma parede, para tanto, eram dadas a área da figura a ser ladrilhada, e a medida dos lados dos ladrilhos. A tarefa 4 consistiu em, dadas a medida do comprimento da altura e a área do retângulo, calcular a largura (base) deste. Na tarefa 5, por fim, foi disponibilizada a figura de um semicírculo inscrito em um quadrado, com uma de suas partes hachurada e foi solicitado ao participante calcular a área da parte hachurada.

No QDCA₂, por sua vez, as tarefas consistiam no cálculo da área total de figuras tridimensionais planejadas. A tarefa 1 solicitava o cálculo da área total de um paralelepípedo, dadas suas dimensões: altura, comprimento e largura. A tarefa 2 tinha como objetivo calcular a área total de um cilindro, dado o raio da base e a altura da lateral. A tarefa 3 consistia em calcular a área total da superfície de um cone, dados o raio da base e sua altura. A Tarefa 4, solicitava o cálculo da área total de um tronco de pirâmide, dado o diâmetro da base maior.

A análise das repostas de ambos os QDCA's deu-se apenas em relação à resolução ou não das tarefas dadas, considerando que nosso objetivo nessa etapa da pesquisa foi diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos quanto ao cálculo de área.

Dos onze participantes dessa etapa da pesquisa, apenas dois não conseguiram resolver todas as tarefas do QDCA₁. Em relação à QDCA₂, apenas dois resolveram todas as tarefas, porém os demais só fizeram a tarefa 1. Cinco responderam textualmente “não sei”, três escreveram “não lembro da fórmula” e um aluno escreveu “não lembro do método de cálculo”. Nesses termos, podemos afirmar que a relação institucional dos participantes da pesquisa para com o objeto

matemático “cálculo de área” $R_i(X, O)$, para a maioria é incompetente ou até mesmo vazia.

Observamos nas resoluções dos questionários (QDCA₁e QDCA₂) que quanto maior o nível de complexidade das tarefas, menos os participantes conseguiram resolver. Andrade (2012) salienta que as tarefas devem ser articuladas, em um dinamismo que permita um desencadeamento de tarefas integradas entre si, em níveis crescentes de complexidade.

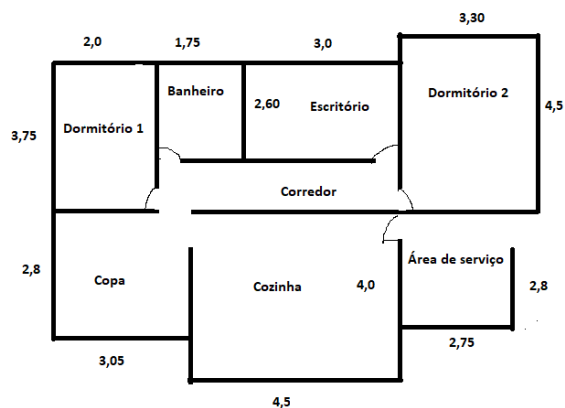
Na segunda etapa, realizamos a aplicação de tarefas (t), que pertenciam aos tipos de tarefas T_{F1} , que emergiram da Tarefa Fundamental (TF) “Distribuir as luminárias no espaço”. O Tipo de Tarefa Fundamental 1 (T_{F1}) determinava o seguinte comando: “Calcular a área da planta baixa”. Posteriormente, apresentamos as tarefas auxiliares a T_{F1} (t_{F1n}): $t_{F1.1}$ Calcular a área da copa; $t_{F1.2}$ Calcular a área do dormitório 1; $t_{F1.3}$ Calcular a área do banheiro; $t_{F1.4}$ Calcular a área do escritório; $t_{F1.5}$ Calcular a área do corredor; $t_{F1.6}$ Calcular a área do dormitório 2; $t_{F1.7}$ Calcular a área da cozinha e $t_{F1.8}$ Calcular a área da área de serviço.

Para o desenvolvimento de um projeto elétrico, se faz necessário distribuir as luminárias no espaço e determinar a quantidade de lâmpadas que fornecerão um nível de iluminação adequada ao ambiente. A determinação dessa quantidade pode ser feita de três formas: pela carga mínima exigida pelas normas,⁵ pelo método de lumens⁶, e pelo método das cavidades zonais.⁷ Em nossa pesquisa, consideramos para determinação do número de pontos de luz somente a primeira forma.

Para auxiliar na resolução do Tipo de Tarefa T_{F1} , elaboramos uma planta baixa residencial (Figura 1), cujas tarefas consistiram em calcular a área de cada

cômodo, para então determinar o número de pontos de luz de cada dependência (TF), de acordo com as normas NBR 5410/2004.

Figura 1 – Planta baixa para T_{F1} .



Fonte: Autoria própria.

Na terceira etapa, realizamos, primeiramente, a instrumentalização com software de realidade aumentada para a resolução das tarefas, para o desenvolvimento dos Tipo de Tarefa Fundamental 2 (T_{F2}) que determinava o seguinte comando: “Calcular a área da planta utilizando software de realidade aumentada”. Percebemos que o respectivo software proporciona uma melhor visão dos aspectos estruturais do projeto assim uma boa planificação das representações geométricas. Apresentamos as seguintes tarefas auxiliares T_{F2} (t_{F2n}): $t_{F2.1}$ Calcular a área da garagem; $t_{F2.2}$ Calcular a área da sala; $t_{F2.3}$ Calcular a área do quarto 1; $t_{F2.4}$ Calcular a área do banheiro; $t_{F2.5}$ Calcular a área do quarto 2; $t_{F2.6}$ Calcular a área da cozinha; $t_{F2.7}$ Calcular a área da área de serviço. Assim como no momento anterior, para o auxílio na resolução dessas tarefas, elaboramos uma planta baixa, sendo

⁵ Normas ABNT NBR ISO / 5410/2004. Essa norma fala de iluminação de interiores, estabelece critérios como determinar por exemplo, o número mínimo de pontos de luz de um ambiente.

⁶ Método de cálculo luminotécnico que fornece um resultado de iluminância único obtido em função dos

equipamentos especificados e as características dos ambientes.

⁷ Baseiam-se em níveis de iluminância para a determinação da quantidade de lâmpadas e luminárias. Nessa mesma característica o método de lumens também se baseia em nível de iluminância. (FIORINI, 2006).

específica para a utilização do software de realidade aumentada (Figura 2).

Figura 2 – Planta baixa para T_{F2}.



Fonte: Autoria própria.

Objetivamos, nessas etapas, analisar de quais formas os participantes da pesquisa responderam aos tipos de tarefas (T) associadas a TF, bem como investigar que técnicas (τ) eram implementadas à resolução das mesmas e, conseqüentemente, analisar o discurso tecnológico-teórico justificantes às respectivas praxeologias. Chevallard (2009), Fonseca e Gascon (2004) alertam para o cuidado na elaboração dos tipos de tarefa (T) para a produção de técnicas, tendo em vista que estas devem suscitar um questionamento tecnológico o mais abrangente possível, que resulte em uma atividade matemática de complexidade crescente. Isto é, a depender dos tipos de tarefas T, a reconstrução das OM's e de suas OD's podem, ou não, proporcionar um fazer matemático articulado, justificado e compreensivo.

No desenvolvimento dos tipos de tarefas T_{F1} e T_{F2}, observamos que, nas resoluções dos participantes, todos utilizaram predominantemente uma mesma técnica (τ) para a resolução das tarefas, remetendo essas ao algoritmo do produto de medidas de área do retângulo, sendo este o produto da base pela altura ($b \times h$). Ao responder os tipos de tarefas T, os alunos demonstraram dificuldades em utilizar outras formas de calcular a área. Nesse sentido, o bloco

tecnológico-teórico [θ/Θ] dominante nas resoluções evidenciou elementos conceituais referentes ao objeto matemático “área do retângulo”.

Evidenciamos nas resoluções, também, que fatores como a espessura da parede dos cômodos nas plantas baixas em muitos casos não eram levadas em consideração, mesmo com o auxílio do software de realidade aumentada. Esse ponto foi elencado durante as análises e discussões das resoluções e foi bastante pertinente, pois evocou nos participantes a necessidade de compreender, além dos aspectos técnicos e específicos da Luminotécnica, elementos conceituais relativos aos estudos dos objetos matemáticos referentes à geometria plana e espacial. Levando assim à compreensão do cálculo de área como um processo evolutivo, que possibilita aos participantes, através de diferentes questões e respostas, compreender a distinção entre as noções de área e de superfície, levando-os a reconhecerem a noção de área como grandeza, e, em outros termos, encontrar a resposta ideal (R \heartsuit) do PEP.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, os fatores que nos impulsionou a propor o PEP aqui desenvolvido partiu das dificuldades apresentadas pelos participantes da pesquisa, alunos do primeiro período do Curso de Engenharia Elétrica, referentes ao cálculo de área, em se tratando de figuras geométricas planas e espaciais. O esquema herbartiano proposto pelo quadro teórico-metodológico do PEP nos proporcionou a caracterização de modelos heurísticos para o desenvolvimento racional das etapas desta pesquisa.

O PEP Solitário, que objetivou analisar de que forma se constituem os modelos epistemológicos de referência e dominantes, respectivamente, nos livros didáticos e documentos institucionais referentes ao

cálculo de área no respectivo âmbito institucional, nos deu suporte para compreender como deve ocorrer o processo de ensino de cálculo de área no curso de Engenharia Elétrica.

O PEP de desenvolvimento com os participantes da pesquisa deu-se através de um conjunto articulado de questões (Q) e tarefas (t) versadas sobre o saber em jogo (cálculo de área), servindo como um elo para a construção de uma sucessão de OM's articuladas entre si, que nos permitiu encontrar a resposta ideal (R^\heartsuit).

O sistema didático do PEP de investigação deu-se pelo esquema herbartiano [S (X; Y; Q_P) \rightarrow M] $\rightarrow R^\heartsuit$, com S correspondendo ao Sistema Didático e, respectivamente, X os participantes da pesquisa, Y os diretores de estudo e Q_P a questão norteadora da pesquisa, que procurou investigar os termos pelos quais pode se desenvolver e gerir um processo de ensino e aprendizagem para o cálculo de área a estudantes de engenharia considerando as respectivas condições e restrições institucionais.

O meio M consistiu no conjunto das obras consultadas e analisadas, tais como os livros didáticos, plano de curso, normas técnicas, obras específicas, que deram suporte ao PEP solitário, das questões norteadoras auxiliares e subsidiárias a cada sistema didático do PEP, como Q_π , $Q_{\pi 1}$, Q_0 , Q_1 e Q_2 e das respostas parciais dadas pelos participantes do estudo durante o PEP de desenvolvimento.

A Resposta Ideal R^\heartsuit evidenciada mostrou que a elaboração do dispositivodidático do PEP possibilitou um desenvolvimento heurístico e racional do objeto de estudo, o que proporcionou a mensuração e a ampliação do equipamento praxeológico dos participantes da pesquisa.

Esta pesquisa não se finda no objeto pesquisado, mas ampliará futuramente, no sentido de buscar respostas para a

minimização das dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino superior na compreensão da noção de área, nos campos numérico, geométrico e das grandezas. Como também no reconhecimento da distinção entre perímetro e área, área e superfície, e área e medida de área, que deveriam ter sido apreendidas na Educação Básica, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) e a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018).

REFERÊNCIAS

- ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, “**NBR 5410: Instalações elétricas em baixa tensão**”, 2004.
- ALMOULOU, Saddo Ag. Firma invitada teoria antropológica do didático: metodologia de análise de materiais didáticos. **Union**, n. 42, nov. 2015. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/283715937_Teoria_Antropologica_do_Didatico_metodologia_de_analise_de_materiais_didaticos. Acesso em: 09 abr. 2022.
- ANDRADE, Roberto Carlos Dantas. **A Noção de tarefa fundamental como dispositivo didático para um percurso de formação de professores: o caso da geometria**. 2012. 172 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, Belém, 2012. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0Bxa8Ai93RdHQRTNpSWc4RE5fWFk/view>. Acesso em: 09 abr. 2022.
- BRASIL, Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. v. 3. Brasília, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

CURY, Helena Noronha. Pesquisas em análises de erros no ensino superior: retrospectiva e resultados. In: FROTA, Maria Clara Rezende; NASSER, Lilian (org.). **Educação matemática no ensino superior: pesquisas e debates**. Recife: SBEM, 2009. 265 p.

CHEVALLARD, Yves. Organiser l'étude. 1: structures & fonctions. **Actes de la 11^e École d' Été de Didactique des Mathématiques**. France: La Pensée Sauvage, 2001. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Organiser_1_etude_1.pdf. Acesso em: 09 abr. 2022.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Mariana; GASCÓN, Josep. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHEVALLARD, Yves. **Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques**. 2002. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Approche_anthropologique_rapport_au_savoir.pdf. Acesso em: 09 abr. 2022.

CHEVALLARD, Yves. Profession, Chercheur en Didactique. In: **Journal du Séminaire TAD/IDD-2011/2012-2**; pp. 1-9, 2011. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tad-idd-2011-2012-2.pdf>. Acesso em: 09 abr. 2022.

CREDER, Hélio. **Instalações elétricas**. Atualização e Revisão Luiz Sebastião Costa. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

DELGADO, Tomás Ángel Sierra. **Lo Matemático en el Diseño y Analisis de Organizaciones Didácticas: los sistemas de numeración y la medida de magnitudes. Memoria para optar al Grado de Doctor**. Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Educación, Departamento de Didáctica y Organización Escolar. Madrid, 2006.

DEMO, Pedro. **Pesquisa e construção de conhecimento: metodologia científica no caminho de Habermas**. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 2009.

GASCÓN, Josep. Las tres dimensiones fundamentales de un problema didáctico: el caso del álgebra elemental. In: **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 14, n.º 2, p. 203-231, 2011. Disponível em: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1665-24362011000200004&lng=es&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 09 abr. 2022.

LUMINOTÉCNICA. [2009]. Disponível em: http://joinville.ifsc.edu.br/~edsonh/Repositorio/PIP-Projeto_e_Instalacoes_Eletricas_Prediais/Material%20de%20Aula/Parte_II_Luminot%C3%A9cnica/Apostilas/Apostila_de_Instala%C3%A7%C3%B5es_El%C3%A9tricas_parte2.pdf. Acesso em: 09 abr. 2022.

MARTINS, Heloisa Helena T. de Souza. **Metodologia qualitativa de pesquisa. Educação e Pesquisa**. São Paulo, v. 30, n. 2, p. 289-300, maio/ago. 2004. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ep/v30n2/v30n2a07.pdf>. Acesso em: 09 abr. 2022.

NASCIMENTO, Ketly dos Santos et al. Análise do índice de reprovação e evasão na disciplina de cálculo diferencial e integral I da UFCG – Cuité. **CONGRESSO NACIONAL DE PESQUISA E ENSINO EM CIÊNCIAS**, 3., 2018, Recife. Anais [...]. Recife: Realize, 2018.

Disponível em:

http://www.editorarealize.com.br/revistas/conapesc/trabalhos/TRABALHO_EV107_MD1_SA10_ID367_28052018213742.pdf Acesso em: 09 abr. 2022.

PASSOS, Fabiana Gomes dos. Análise dos índices de reprovações nas disciplinas cálculo i e geometria analítica nos cursos de engenharia da Univasf. In: **CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA**, 35., 2007, Curitiba. Anais [...]. Curitiba: ABENGE, 2007. Disponível em: <http://www.abenge.org.br/cobenge/arquivos/12/artigos/199-Fabiana%20dos%20Passos.pdf>. Acesso em: 09 abr. 2022.

POLAK, Ymiracy N. de Souza; SANTANA, José Rogério; ARAÚJO, Helena de Lima Marinho Rodrigues (orgs.). **Dialogando sobre metodologia científica**. 2. ed. Fortaleza: UFC, 2014.

RAFAEL, Rosane Cordeiro. ESCHER, Marco Antônio. Evasão, baixo rendimento e reprovações em cálculo diferencial e integral: uma questão a ser discutida. In: **ENCONTRO MINEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 7., 2015. São João Del-Rei. Anais [...]. São João Del-Rei. Disponível em: <http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/EVAS%3%83O-BAIXO-RENDIMENTO-E-REPROVA%3%87%3%95ES-EM-C%3%81LCULO-DIFERENCIAL-E-INTEGRAL-UMA-QUEST%3%83O-A-SER-DISCUTIDA-2.pdf>. Acesso em: 09 abr. 2022.