



ARTIGO ORIGINAL

FUNÇÕES DIDÁTICAS: UM OLHAR A PARTIR DAS INTERVENÇÕES DOS ESTUDANTES EM EXPERIMENTAÇÕES DE PEPS

DOMINGOS ARCANJO ANTÓNIO NHAMPINGA

Universidade Púnguè. E-mail: daanhampinga@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-9656-2216>

JANY SANTOS SOUZA GOULART

Universidade Estadual de Feira de Santana- UEFS. E-mail: jssgoulart@uefs.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-9140-0223>

LUIZ MARCIO SANTOS FARIAS

Universidade Federal da Bahia. E-mail: lmsfarias@ufba.br. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-2374-3873>

Resumo: Este texto se insere em uma perspectiva teórica de interlocução entre alguns elementos inerentes aos Percursos de Estudo e Pesquisa – PEP, particularmente, uma proposta que visa identificar e descrever indicadores que caracterizam as funções didáticas (cronogênese, mesogênese e topogênese) em dissertações e teses brasileiras. Esses aspectos foram revelados por meio das ações dos estudantes, enquanto sujeitos reflexivos, imersos no processo de aprendizagem no contexto de PEPs. Como forma de lograr os objetivos, adotou-se a abordagem da dialética das mídias e meios, enquanto metodologia para identificar e analisar as dinâmicas dos estudantes em PEPs. Assim, foram identificadas 8 teses (plataforma CAPES) que adotaram descrições acerca das dinâmicas dos sujeitos da pesquisa, na busca por respostas a Q_o . Frente a um processo cíclico, o repertório de questões-respostas foi discutido entre os grupos, compartilhado com o pesquisador e ou professor e socializado posteriormente, para compor discussões dos percursos. Em geral, percebe-se que a construção do caminho nutrido por perguntas-respostas que remeteram ao meio como suporte na busca por respostas, leva o estudante a manifestar várias ações que lhe permitem construir de forma autônoma seu universo cognitivo.

Palavras-chave: funções didáticas, percurso de estudo e pesquisa, ação dos sujeitos de pesquisa

DIDACTIC FUNCTIONS: A LOOK AT THE STUDENTS' INTERVENTIONS IN PEPs EXPERIMENTS

Abstract: This text is inserted in a theoretical perspective of interlocution between some elements inherent in the Study and Research Pathways - PEP, particularly, a proposal that aims to identify and describe indicators that characterize the didactic functions (chronogenesis,

mesogenesis and topogenesis) in Brazilian dissertations and theses. These aspects were revealed through the students' actions, as reflective subjects, immersed in the learning process in the context of PEPs. As a way to achieve the objectives, the approach of the dialectics of means and media was adopted as a methodology to identify and analyze the dynamics of students in PEPs. Thus, 8 theses were identified (CAPES platform) that adopted descriptions about the dynamics of the research subjects, in the search for answers to Q_o . In a cyclical process, the repertoire of questions-answers was discussed among the groups, shared with the researcher and or teacher and socialized later, to compose discussions of the paths. In general, it is perceived that the construction of the path nourished by questions and answers which referred to the environment as support in the search for answers, leads the student to manifest various actions which allow him to autonomously construct his cognitive universe.

Keywords: didactic functions, path of study and research, action of the research subjects

INTRODUÇÃO

O desenho dos processos didáticos se apresenta imerso em um panorama de evolução. A exemplo, a proposta de transição entre os paradigmas de Visitas às Obras ao Questionamento do Mundo, este último, pilar para os PEPs (CHEVALLARD, 2009). Em complementação, é relevante destacar que a gênese de investigações dessa natureza nascem de inquietações inerentes ao âmbito escolar francês por meio dos Trabalhos Pessoais Orientados - TPO¹, cujo cerne consistiu em fomentar o protagonismo dos estudantes em trabalhos individuais e ou em grupos por meio de uma perspectiva interdisciplinar em que visava a emergência de novos tipos de sistemas didáticos (CHEVALLARD, 2001), que adotam o modelo do Esquema Herbartiano, descrito por Chevallard (2012) no seio do

Paradigma de Questionamento de Mundo, em que a educação é um processo vitalício.[...] Um segundo princípio central do paradigma de questionar o mundo é que, para aprender algo sobre algum trabalho O , x tem que estudar O , muitas vezes com a ajuda de alguns y .[...] O que o novo paradigma didático visa

criar é um novo ethos cognitivo no qual, quando surgir qualquer pergunta Q , x a considerará, e, tantas vezes quanto possível, a estudará para chegar a uma valiosa resposta R , em muitos casos com uma pequena ajuda de alguns y . [...] Por razões que não comentarei, chamo Herbartiano - após o filósofo alemão e fundador da pedagogia Johann Heinrich Herbart (1776-1841) - esta atitude receptiva em relação as questões ainda sem resposta e problemas não resolvidos, que normalmente é a atitude do cientista em seu campo de pesquisa e deve se tornar a do cidadão em todos os domínios de atividade. (CHEVALLARD, 2012, p. 5).

Neste caminho que leva X a chegar a Q , são reveladas muitas ações que lhe permitem buscar respostas a Q . Estas ações, acompanhadas de inquietações que o levam a formular outras questões derivados de Q e prover respostas as mesmas, na tentativa de alcançar uma resposta satisfatória a Q , identificam-se com os pressupostos do Paradigma de Questionamento do Mundo como “[...] atitudes diferentes, que eu chamo de procognitiva [...], e que se inclina a se comportar como se o conhecimento ainda estivesse essencialmente para descobrir e ainda para conquistar - ou redescobrir e

¹ Em francês Travaux Personnels Encadrés - TPE.

conquistar de novo.” (CHEVALLARD, 2012, p.3).

É sobre estas ações que encarnam em X, na busca por resposta a Q, que direcionamos a atenção deste texto para identificação e descrição dos indicadores que caracterizam as funções didáticas (cronogênese, mesogênese e topogênese), nas intervenções de X quando é colocado a aprendizagem por meio de um PEP, a partir de questão norteadora Q. O alcance deste objetivo foi conduzido com base na questão: *Que manifestações caracterizam as funções didáticas e são observáveis nas dinâmicas dos estudantes, quando colocados num processo de aprendizagem por meio de um PEP?*

Para responder a essa questão, nos embasamos metodologicamente na abordagem das dialéticas média-meio, como suporte para busca do repertório de dissertações e teses, significadas como um meio M que nos permitiu progredir na identificação e descrição das ações de X levam x achara respostas para Q em uma aprendizagem por meio de um PEP.

AS FUNÇÕES DIDÁTICAS EM PEPs

Os processos de análises e investigações que contemplam a junção entre problemáticas, teorias e meios de estudos encontram-se em constante evolução. Os PEPs encontram-se nessa junção e são hoje uma abordagem metodológica emergente na pesquisa e no processo de ensino e aprendizagem que visa tornar o coletivo de estudos (X) sujeitos ativos, reflexivos e autônomos na construção de seu universo cognitivo.

Assim, X ao tonar-se esse sujeito reflexivo, nesse caminho herbartiano, tende a

manifestar atitudes que dinamizam suas ações na busca por respostas a Q_0 . Estas ações, estão inseridas no que Chevallard designar por funções didáticas, que são constituídas como: cronogênese, a qual se encarrega da “gênese do tempo didático, ou seja, o tempo da construção praxeológica” (CHEVALLARD, 2009, p.79); mesogênese que tem a incumbência da gestão desse conhecimento repercutindo também nas intervenções dos sujeitos no processo (topogênese) que, por sua vez, também se encarrega da posição dos sujeitos no cenário de uma Organização Matemática – OM. Assim, Llano e Otero (2017) apresentam a seguinte descrição:

(...) a cronogênese, função que governa os tempos didáticos para os distintos componentes do Sistema Didático - SD. Enquanto que, a topogênese rege a ocupação de espaço de grupos de estudantes X e do professor Y. Sem esquecer que, modificações nas funções referenciadas anteriormente, repercute em mudanças na mesogênese, pois alterações no tempo e no papel dos autores do SD afetam o meio. (LLANOS; OTERO, 2017, p. 221)

Esses elementos fornecem ao pesquisador alcançar níveis de maior profundidade nas análises. Essa perspectiva pode ser evidenciada na tese de Benito (2019) ao destacar que:

A cronogênese, uma cronologia baseada em investigação e, portanto, não linear, tem por objetivo exibir as questões e respostas que surgem durante o experimento. Uma forma de descrever esta dialética é por meio do mapa de questões e respostas. A mesogênese, dialética média-milieu, nos apresenta como ocorre a evolução do milieu (ou meio) por meio das respostas que são validadas pelos estudantes durante o experimento, além de analisar as fontes de pesquisa que forneceram ou serviram como base para estas respostas e como (ou por quais critérios) estas fontes são validadas pelos estudantes. A topogênese

é a dialética individual-coletivo, que controla a evolução das responsabilidades de cada pessoa, nos mostrando o que faz o professor e o que fazem os estudantes durante o processo de estudo e pesquisa, isto é, esta dialética determina quais foram as contribuições de cada indivíduo para o coletivo durante o percurso. (BENITO, 2019, p.51).

Esse autor apresenta com clareza o processo dialógico entre as funções didáticas e algumas dialéticas. Em síntese, é possível conceber que o caminho de estudo e investigação pode ser esboçado segundo uma trajetória cronológica que desencadeia modificações no meio a partir das dinâmicas dos sujeitos envolvidos no percurso, o que ressalta estre vinculação entre elas.

A partir dessa lente de análise a qual propicia direcionar a atenção para a dialética mídia milieu, em particular, e as funções didática, em que é viável considerar que esses elementos são um dos pilares das dinâmicas dos Sistemas Didáticos $S(X, Y, Q)$ que vivem nos PEPs.

METODOLOGIA

A proposta deste texto é identificar e descrever alguns indicadores que caracterizam as funções didáticas, reveladas pelos estudantes, enquanto sujeitos reflexivos, quando colocados frente a um processo de aprendizagem por meio de um PEP. Como forma de lograr os objetivos, apoiou-se na abordagem da dialética da Mídia e Meio, também conhecida por dialética da conjuntura e da prova, como metodologia que permitiu a identificação das Mídias e Meios utilizados para identificar e analisar as dinâmicas dos estudantes em um PEP.

A dialética da conjuntura e provas refere-se ao saber construído em um curso de estudo e pesquisa, que é considerado produto de uma

conjectura e, como tal, deve ser testada (COSTA; ARLEGO; OTERO, 2015, p. 149). Sob um ponto de vista mais amplo, esta dialética é também designada por dialética das mídias e dos meios (milieux) (CHEVALLARD, 2018, p. 48).

Aqui, a palavra “mídia” designa qualquer sistema de representação de uma parte do mundo natural ou social para um determinado público: o “curso” do professor de matemática, um tratado de química, o diário de um apresentador de televisão, um jornal diário, um site da Internet, etc., estão sob o sistema de mídia nesse sentido. (CHEVALLARD, 2007, p.1).

As Mídias, são então os sistemas que emitem mensagens para determinados públicos, como os citados por Chevallard (2007), ou ainda mais, um livro, uma dissertação, uma tese, onde podemos observar e buscar informações para sanar as nossas inquietações.

Um meio é entendido aqui em um sentido próximo ao meio adidático na teoria das situações didáticas. Portanto, ao meio é designado qualquer sistema que pode parecer sem sentido na resposta que pode dar, explícita ou implícita, a uma questão tão específica. O sistema considerado comporta-se a este respeito como um fragmento da “natureza”. Em contrapartida, em relação ao número de perguntas que pretendemos fazer, os meios de comunicação são geralmente movidos por uma certa intenção, por exemplo, a intenção de “informar”. Neste sentido, uma mídia pode, em relação a uma questão específica, ser vista como um meio, e ser utilizado como tal. (CHEVALLARD, 2007, p. 1)

Assim, as Mídias e Meios são os sistemas para o qual o(s) investigador(es) (X) deva(m) se adentrar para manter relação com uma questão específica, que norteará o seu trabalho investigativo, isto é, $R(X, Q_o)$. Esta relação que emerge da evolução do meio, repercute de acordo com Costa; Arlego; Otero (2015, p. 149), da “à necessidade se ter, para

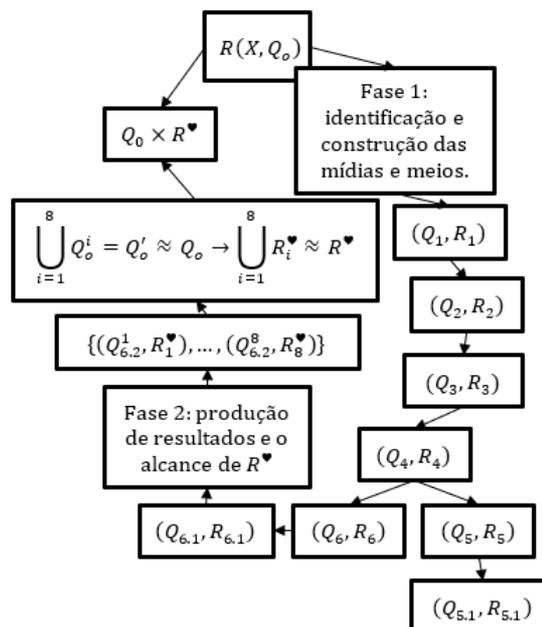
a elaboração das sucessivas respostas provisórias R_i^\diamond , algumas respostas pré-estabelecidas acessíveis pela mídia (construções elaboradas para responder as questões já elaboradas, talvez diferentes daquelas propostas em processo de estudo) e, portanto, devem ser, de certa forma, “desconstruídos” e “reconstruídos” a partir de suas próprias necessidades.

A evolução do meio condicionará os investigadores a se debruçarem sobre vários questionamentos pré-estabelecidos, cuja as respostas, que serão validadas pelo meio M, levará X a uma resposta R^\heartsuit , satisfatória a questão norteadora, constituindo assim uma relação com Q, isto é, $[R(X, Q_o) \hookrightarrow \{(Q_1, R_1), \dots, (Q_i, R_i)\}] \hookrightarrow R^\heartsuit$.

Portanto, adotamos esta abordagem enquanto metodologia para produção e análise de dados, por privilegiar mergulhar em diferentes mídias-meios e, a partir de questões-respostas diversas, direcionou-nos ao encontro de uma resposta à questão que norteia o artigo: Q_o – *Que manifestações que caracterizam as funções didáticas são observáveis nas dinâmicas dos estudantes, quando colocados num processo de aprendizagem por meio de um PEP?*

Para o alcance de uma resposta que satisfaça o questionamento, foram designadas duas fases, respectivamente: a fase 1, que corresponderá a identificação e composição das mídias e meios para qual buscou respostas provisórias a Q_o . A fase 2, em que se debruçou a explorar nas análises a posteriori das obras identificadas, os indicadores que caracterizam as dinâmicas dos estudantes quando submetidos a aprendizagem por meio de um PEP ou PEP-FP. Na ilustração 1 é retratado com detalhes o percurso metodológico que nos levou a resposta R^\heartsuit satisfatória a Q_o . Aqui, Q_o^i representa a questão norteadora particular para captura de respostas na obra O_i .

Ilustração 1: Mapa do percurso metodológico para o alcance de R^\heartsuit na relação $R(X, Q_o)$



Fonte: os autores

A seguir, revela-se a primeira fase, o percurso que levou a identificação das obras O_i , que partiu da questão-resposta $Q_1 \times R_1$ a $Q_{6.1} \times R_{6.1}$, derivadas da Q_o , como apresentamos:

$Q_1 \rightarrow$ Em que obras O_i foram identificadas as manifestações? R_1 Dissertações e Teses.

$Q_2 \rightarrow$ Onde e como foram selecionadas as dissertações e teses? $R_{2.1} \rightarrow$ Inicialmente a partir das teses de CARVALHO (2019) e OLIVEIRA (2020), membros do Núcleo Interdisciplinar de Pesquisa, Ensino, Didática das Ciências, Matemática e Tecnologias - NIPEDICMT e discentes do Programa de Pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências – PPGEFHC (UFBA/UEFS), de que já tínhamos o conhecimento do emprego da metodologia do PEP em suas pesquisas. A partir dessas teses, foram identificadas no corpo de suas referências bibliográficas, dissertações e teses que utilizaram e implementaram o PEP em sua pesquisa. $R_{2.2} \rightarrow$ A partir dessas referências, fez-se uma busca no banco de dados da CAPES, com a finalidade de achar outras dissertações e teses.

$Q_3 \rightarrow$ Que descritores foram utilizados para achar outras dissertações na plataforma da CAPES

e qual período foi tomado em consideração? $R_3 \rightarrow$ Descritor único “Percurso de estudos e pesquisas” e foi tomado as teses e dissertações produzidas no período de 2016 a 2021.

$Q_4 \rightarrow$ Quantas dissertações e teses foram identificadas? $R_4 \rightarrow$ foram achadas 18 trabalho, sendo 5 dissertações e 13 teses.

Estes questionamento e resposta, levou-nos a duas questões fundamentais Q_5 e Q_6 que nos permitiu selecionar as teses e dissertações de acordo com os nossos objetivos. São ela:

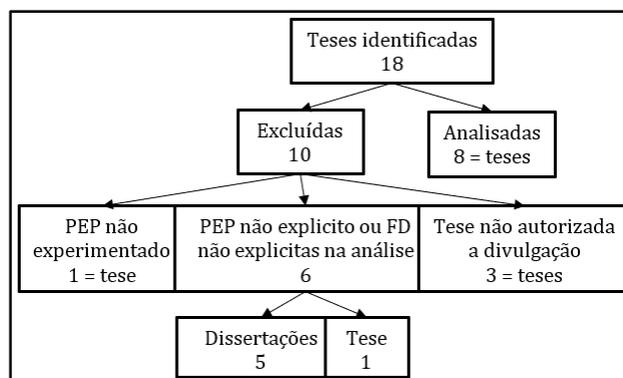
$Q_5 \rightarrow$ quantas dissertações e teses foram excluídas da análise? $R_5 \rightarrow$ foram excluídos 10 trabalhos, entre eles, 5 dissertações e 5 teses. $Q_{5.1} \rightarrow$ que critérios de exclusão foram utilizados? $R_{5.1} \rightarrow$ foram excluídos trabalhos cujo o PEP não foi experimentado ou foi experimentado, porém, o pesquisador não considerou em sua análise as dinâmicas dos estudantes na busca por uma resposta a questão norteadora do PEP, ou ainda, a apresentação dos dados demonstra que pesquisa não seguiu a efetivamente o caminho metodológico de PEP. Também forma excluídos três trabalhos cujo a plataforma CAPES identifica como “não possuindo divulgação autorizada”.

$Q_6 \rightarrow$ quantas dissertações e teses foram mantidas para análise? $R_6 \rightarrow$ Foram mantidas para análise 8 teses. $Q_{6.1} \rightarrow$ com que critérios foram mantidas estas teses para análise? $R_{6.1} \rightarrow$ foram mantidos os trabalhos cujo o PEP foi experimentado com alunos ou na formação de professores e, na análise a posteriori o pesquisador se interessou não só nas praxeologias pessoais, mas também, nas dinâmicas dos estudantes, entendidos como coletivo de estudo, na busca por uma resposta a Q_0 .

Este caminho de questões-respostas conduziu-nos a identificação de 8 teses. Na ilustração 2 é apresentado com detalhes o mapa de identificação, inclusão e exclusão dos trabalhos e, no quadro 1, é apresentado os trabalhos, designados obras, que formaram mantidas para identificação dos indicadores característicos das funções didáticas, manifestadas na dinâmica do coletivo de estudos, enquanto sujeitos reflexos, na busca por

uma resposta R^\heartsuit , satisfatória questão que norteia o artigo.

Ilustração 2: Mapa de identificação das obras para análise



Fonte: os autores

Quadro 1: Pesquisas que utilizam PEP como percurso metodológico para formação de professores ou aplicação em sala de aulas com alunos

Nr	Ano	Autor	Título
O_1	2016	José Valério gomes da Silva	Grandezas e medidas: um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional.
O_2	2017	Fernando Cardoso de Matos	Praxeologias e modelos praxeológicos institucionais: o caso da álgebra linear.
O_3	2017	José Carlos de Souza Pereira	Alterações e recombinações praxeológicas reveladas por professores de matemática do ensino básico em formação continuada: a partir de um modelo epistemológico alternativo para o ensino da álgebra escolar.
O_4	2017	Valdir Bezerra dos Santos Júnior	Juros simples e compostos: análise ecológica, praxeológica e um percurso de estudo e pesquisa.
O_5	2019	Edmo Fernandes Carvalho	Integração de noções didáticas nas praxeologias matemáticas no estudo da função quadrática.
O_6	2019	Ricardo Nicasso Benito	Construção de um percurso de estudo e pesquisa para formação de professores: O ensino de crônicas.
O_7	2019	Rita Lobo Freitas	Dispositivo de pesquisa e formação profissional PEP-FP/TAD: constituição do conhecimento docente para o ensino de geometria plana do ponto e da reta.
O_8	2021	Maritza Luna Valenzuela	Um Percurso de Estudo e Pesquisa para a formação de professores em cursos de ciências e engenharia: introdução ao estudo de vetores

Fonte: os autores

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta secção, o intuito consiste em apresentar os indicadores que descrevem as dinâmicas dos estudantes quando confrontados com uma aprendizagem por meio de um PEP. Estes indicadores foram observados nas obras O_i , que constituem as mídias, identificados na primeira fase e que conduziu a busca de respostas a questão Q_o .

Nesta segunda fase, recorreu-se às análises a posteriori das experimentações dos PEPs, implementados nas pesquisas apresentadas nas obras O_i , com vista a responder à questão: $Q_{6.2} = Q'_o \approx Q_o \rightarrow$ *que manifestações relativas as funções didáticas são observáveis nas dinâmicas dos estudantes nos PEPs implementados nas obras O_i produzidas de 2016 a 2021?* Responder Q'_o conduziu a debruçar-se na busca de respostas provisórias R_i^\heartsuit , indicadores característicos das funções didáticas manifestadas na dinâmica dos estudantes quando submetido a uma aprendizagem por meio de um PEP ou PEP-FP, capturadas nas obras O_i , condizente a R^\heartsuit . A cada obra O_i há uma questão específica Q_o^i que geram as respostas R_i^\heartsuit específicas. Considera-se então que a união destas respostas permite conduzir a uma resposta R^\heartsuit , isto é, $\cup R_i^\heartsuit \approx R^\heartsuit$.

Conforme o número de obras O_i analisadas, a Q'_o originou em 8 questões-respostas $Q_o^i \times R_i^\heartsuit$ que apresentadas a seguir.

Adota-se como início as respostas de Q'_o identificando as características que demarcam as funções didáticas na obra O_1 , tese de doutorado defendida no ano de 2016, por *José Valério Gomes da Silva*. Nesta tese, o autor objetiva *“identificar as relações institucionais esperadas e existentes para o ensino e aprendizagem das noções de área, de perímetro e suas relações, com vista a verificar como os estudantes do nível médio do campo da construção civil, em particular, do curso*

técnico em edificações, utilizam esses conhecimentos em tarefas contextualizadas, quando trabalham em situações adidáticas do seu domínio de conhecimento, utilizando diferentes fontes de ajuda ao estudo”.

Para alcançar seus objetivos, o autor implementa um PEP, que se debruça ao redor da questão geradora Q_o , apresentado no formato de um problema, como é na ilustração 1.

Ilustração 3: Questão geradora Q_o

Na terceira parte da pesquisa, construímos e aplicamos uma engenharia didática do tipo percurso de estudo e pesquisa (PEP) a partir da questão geradora Q_o , que foi elaborada em tomo do projeto de acabamento de uma edícula: *Para comemorar o aniversário da morte de Gaudí, a prefeitura da cidade de Barcelona lançou um concurso para técnicos em edificações, engenheiros civis e arquitetos da cidade. Eles devem elaborar projetos arquitetônicos para a construção de três “Edículas” que serão executadas através do setor da construção civil da prefeitura. As “Edículas” serão utilizadas na cidade para guardar materiais da prefeitura de Barcelona. Os projetos irão ser executados em três terrenos irregulares (sobra de terrenos). Os profissionais terão que ter ideias “Gaudianas” para vencer o concurso.*

Uma extensão deste concurso acontecerá no Brasil. Para comemorar as relações entre Brasil/Espanha vão ser também construídas “Edículas Gaudianas” no Estado de São Paulo. Os órgãos competentes de SP procuraram as Universidades, Institutos e Escolas com cursos de edificações, engenharia civil e arquitetura para colaborarem com este projeto. A utilidade das “Edículas” brasileiras será social, e por isso deverá ter três cômodos (um banheiro, uma cozinha e um quarto). O orçamento total para o acabamento da “Edícula” não pode ultrapassar 35 mil reais. Qual a quantidade mínima de materiais para o acabamento desta obra?

Fonte: Silva (2016, p. 159-160)

Relativamente a implementação desse PEP, em sua análise a posteriori, conseguimos descartar, de forma explícita, alguns gestos que o autor aponta e que demarcam as funções didáticas na dinâmica dos alunos, quando focam na questão geradora, na busca por uma resposta satisfatória a Q_o . Primeiramente, a mesogênese é associada a mídia internet e AutoCAD”, onde se acreditou encontrar respostas a Q_o . Porém, o autor sinaliza ainda que, quando o avanço na busca por respostas não fosse suficiente por estas mídias, o pesquisador (y_1) e o auxiliador na implementação (y_2) interviam para aclarar as respostas encontradas de modo que possibilitassem o avanço da mesogênese, como é clarificado na frase:

Ao longo do trabalho, surgiram questões não previstas, cujas respostas foram pesquisadas pelos estudantes, em particular, na mídia internet, e quando as

respostas encontradas não eram por eles compreendidas, a mediação das questões matemáticas por y_1 e das questões técnicas por y_2 , possibilitou o avanço da mesogênese” (SILVA, 2016, p. 360).

Podemos notar, que a intervenção de y_1 e y_2 não só foi fundamental para a evolução da mesogênese, mas também, para controlar o tempo didático, a cronogênese e, manter a topogênese, como sinaliza Silva (2016, p. 360), ao “ressaltar a importância da participação de y_2 no desenvolvimento do PEP, lembrando que esta participação não foi prevista, mas caso não acontecesse, haveria dificuldades de se desenvolver o PEP no tempo considerado, isto é, y_2 foi importante para que se pudesse manter a cronogênese e, conseqüentemente, a mesogênese e a topogênese”.

Em partes, y_1 e y_2 ao se constituírem como ajudantes de estudo, também funcionaram como um meio para busca e compreensão das respostas a Q_o . Especificamente aos topos, as funções os estudantes e de y_1 e y_2 foram bem distintas, sendo os estudantes responsáveis para elaboração do projeto que ancorava a Q_o e, y_1 e y_2 acompanhavam as etapas, orientando as pesquisas e auxiliando nas respostas dos questionamentos, quando os estudantes não eram capazes de compreender (SILVA, 2016).

Portanto, nas descrições da análise a posteriori nesta tese é possível notar que os indicadores característicos das funções didáticas (mesogênese, cronogênese e topogênese) estavam entrelaçados e especificamente a cronogênese, muito dependente da mesogênese, no tempo didático para busca de respostas aos sucessivos questionamentos que foram surgindo ao longo da construção do projeto ancorado a questão geradora Q_o .

A segunda obra que fomos olhar foi a O_2 , a tese de doutorado de *Fernando Cardoso de Matos*, defendida no ano de 2017. Nesta tese,

o autor objetivava “*elaborar uma proposta de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) sobre a Álgebra Linear (AL), que servisse de entendimento mínimo, para analisar as praxeologias institucionais presentes em um livro didático e um texto de saber institucional, bem como, desenvolver uma Organização Matemática e Didática - OMD a partir das condições e restrições que surgirão no PEP no contexto de uma turma da Licenciatura em Matemática*”.

Para alcançar seus objetivos, o autor destaca que, nesta tese, desenvolveu um PEP que assumiu três sistemas didáticos S_1, S_2, S_3 , sendo $S_1(X; \emptyset; Q_1)$ o sistema que leva o pesquisador (X) a elaboração do MER, $S_2(X; Y; Q_2)$ o sistema que objetivava ensinar os alunos (X) alguns objetos da AL e Y como dirigente de estudos e, $S_3(X_2; Y; Q_3)$ o sistema auxiliar que possibilitou aos diretores de estudo dialogar sobre o bloco do saber-fazer $[[T, \tau]]$ da TAD.

Sobre o PEP ancorado em S_1 , percebe-se que a elaboração do MER foi baseada na abordagem dos momentos didáticos e formam utilizados diferentes livros para analisar e mostrar que o modelo tradicional posto para o ensino da AL cria obstáculos na aprendizagem. Assim, este estudo condicionou a elaboração do MER que para tal foi necessário a consulta de livros e trabalhos obtidos em mídias como biblioteca e internet, como se demonstra na frase:

“No capítulo inicial desta tese, em que buscamos trabalhos relacionados com ensino de AL, destacamos os trabalhos de [...] que mostram que o ensino formal, por meio de axiomas, tem criado problemas no processo de ensino dos alunos e então este vem a criar estratégias de ensino, outros denotam os obstáculos encontrados, entre outros aspectos, demonstrando-se que há obstáculos em manipular o modelo dominante de ensino de AL (MATOS, 2017, p. 220).

Foi identificado que, a evolução da mesogênese na elaboração do MER se deu a partir de consulta de trabalhos e livros da internet e, embora não se mostre claramente, da identificação dos trabalhos a consulta para busca de respostas que levaram a elaboração do MER, demanda-se um tempo, o que sinaliza que a cronogênese, mesogênese e topogênese neste PEP estiveram o tempo todo embricados.

O PEP aplicado ao S_2 se deu em 20 seções e por meios de oficinas. Pelas descrições apontadas pelo autor, percebe-se primeiramente que, o tempo institucional foi afetado pelo tempo didático (a cronogênese), uma vez que, teve que se passar de 60min/aula, estabelecidos institucionalmente, para 150min/dia de aula, sendo parte destes minutos aplicados para realização de tarefas extraclases. Os autores justificam esta alteração explicando que “o tempo institucional seria uma restrição, pois limitaria seu trabalho enquanto pesquisador e professor” (MATOS, 2017, p. 2018).

Para implementação do PEP, nota-se que os alunos foram subdivididos em grupos de 3 a 4 alunos. Sobre a busca da resposta a questão norteadora, os alunos por si só buscavam suas respostas, a partir dos trabalhos e livros disponibilizados pelos pesquisadores, identificados na biblioteca de uma universidade ou pela internet, com explica o autor, descrevendo que:

“Os alunos dispõem de uma biblioteca central no Campus Belém do IFPA, e computadores ligados à internet para pesquisa, além de obras fornecidas por Y e por X também. A classe foi dividida em 2 grupos de 4 e 2 grupos de 3 integrantes, pois havia 14 alunos (a partir de agora A_i), sendo que a participação de cada A_i nas sessões foi individual, inclusive na entrega das tarefas feitas em classe e fora desta instituição” (MATOS, 2017, p. 220-222).

Após uma busca individualizada,

discutiam as respostas dentro de seus grupos e, posteriormente apresentavam suas ideias aos pesquisadores. É possível verificar também que, o pesquisador, nesta fase, atuou como um meio para clarificação de algumas situações não entendidas pelos alunos, bem como na disponibilização de material para o apoio dos alunos na busca pelas respostas. No parágrafo que segue, os autores descrevem como foi a relação pedagógica na implementação do PEP a S_2 , esclarecendo:

“Nosso contrato pedagógico feito entre X e Y ocorreu por meio de oficinas, em que cada sessão teve um tempo para execução de 150 min por quinta-feira, além de complementarem as atividades em casa, num total de 20 sessões. Os alunos foram divididos em grupos de trabalho, que atuaram juntos tanto em classe como extraclasse. Cada um deste grupos elegeram uma espécie de secretário que se pronuncia, comentando e respondendo as tarefas as quais lhes são propostas nas sessões, comentando as dificuldades e o entendimentos das mesmas. O diretor de estudo Y e também pesquisador ξ atua de forma a incentivar de forma ativa as atividades e guiar os debates. Ao final do PEP cada grupo X apresentou em uma sessão (que corresponde a 150 min), um ou mais objetos matemáticos vistos no PEP e utilizando a OMD proposta no MER, apresentaram uma oficina para a turma. Cada aluno entregou a Y as tarefas desenvolvidas em aula. (MATOS, 2017, p. 219-220)

Em síntese, neste PEP, aplicado a S_2 , podemos constatar que os alunos não mantiveram os seus topos o tempo todo como coletivo de estudos, pois, a dado momento, no final da implementação do PEP, embora implícito, mas foram chamados a entrevir como professores. A evolução da mesogênese, caracterizada pela busca de respostas a questionamentos diversos, derivados da questão norteadora, esteve sempre entre a busca individual e coletiva das respostas, que se deu a partir de mídias específicas, como a

biblioteca, a internet, e-mails utilizados para troca de matérias entre os pesquisadores os alunos. Portanto, está descrição iludida como a mesogênese, a cronogênese e a topogênese esteve o tempo todo embricado na implementação do PEP a S_2 .

O PEP aplicado a S_3 foi desenvolvido sob a questão norteadora Q_3 : “*Como esses futuros professores selecionam os tipos de tarefas para ensinar AL no Ensino Superior?*” (MATOS, 2017, p. 274). Neste PEP, os diretores de estudo se debruçaram na análise do bloco saber-fazer da TAD, sobre as tarefas e resultados apresentados no PEP aplicado a S_2 . Esta análise, permitiu os intervenientes de S_2 e S_3 chegar a uma resposta ótima R^\heartsuit . Portanto, para além dos trabalhos utilizados em S_1 e S_2 , a evolução do meio se deu no diálogo entre o diretor de estudos e os alunos, na busca de uma melhor compreensão do bloco saber-fazer. Este dialogo, também foi feito na base da análise dos resultados orais e/ou manuscritos sobre as questões-tarefas emergidos das respostas a Q_2 implementadas em S_2 , que constituíram parte de mídias utilizados por S_3 .

A terceira obra O_3 que analisamos, foi a tese de José Carlos de Souza Pereira, defendida em 2017. Nesta tese, o autor objetivava “*desenvolver um percurso de estudo e pesquisa com professores (PEP-FP) de matemática do ensino básico, visando promover possíveis alterações e recombinações praxeológicas no equipamento praxeológico objetivados destes professores submetidos ao estudo de um modelo epistemológico alternativo para a álgebra escolar*” (PEREIRA, 2017). Para alcançar este objetivo, o autor desenvolveu o PEP-FP com 11 secções de 1 hora e 40 minutos cada e, sob a seguinte questão norteadora Q : “*Quais alterações e recombinações praxeológicas ocorrem, no equipamento praxeológico objetivado do professor de Matemática do Ensino Básico, durante o decurso de um PER por meio de um*

Modelo Epistemológico Alternativo para a Álgebra Escolar? (pereira, 2017, p. 92). A busca de respostas por esta questão foi marcada pela disponibilização de recursos matérias ao coletivo de estudos pelos diretores de estudo e o Topos estava concentrado nos professores em formação e professor formador (diretor de estudos), como é sinalizado no relato do autor em sua tese:

O PER seguiu um plano de formação continuada norteada pelos recursos materiais disponíveis e acessíveis pela classe $[X, Y]$ (X = professores de matemática, Y = diretores de estudos), classe que integra o sistema didático principal $S(X; Y; Q)$ (CHEVALLARD, 2009e). A topogênese nesse PEP esteve associada aos topos dos professores em formação e o topo do professor formador (diretor de estudo ocupante da posição principal no processo de formação). (pereira, 2017, p. 113)

Na implantação do PEP, o coletivo de estudo X foi dividido em subgrupos X_i , que formaram os sistemas didáticos S_i auxiliares a S . As secções iniciais com os grupos foram marcadas pela apresentação e explicação do desenvolvimento do PEP, posteriormente iniciada a formação continuada com base na leitura e discussão dos fragmentos de textuais dos recursos matérias fornecidos por Y , para que X_i se debruçassem sobre a Q . Embora não haja muita clareza, percebe na descrição do autor que cada $x_i \in X_i$ debruçou-se individualmente sobre a Q , se questionando, ao mesmo tempo que buscava respostas as suas inquietações no que tange ao alcance da resposta a questão norteadora. Na descrição seguinte, apontamos alguns fragmentos da tese que explica como foi o contrato pedagógico na implementação do PEP-FP:

Após as apresentações e explicações sobre o desenvolvimento do PEP, iniciamos o processo de formação continuada. A obra $O_1(O_1 \in O_k)$ – artigo – que deu início a formação foi a de Chevallard (1989), intitulada [...]. Dessa

obra traduzimos apenas os fragmentos que julgamos pertinentes para iniciarmos um debate preliminar sobre o currículo de Aritmética e Álgebra no sistema de ensino francês e suas confluências no cenário do sistema de ensino brasileiro e nas práticas docentes dos elementos de X_1 . Para motivar as discussões na primeira sessão, o diretor de estudo y_1 situou de forma sintética a abordagem da obra O_1 de Chevallard (1989) [...]. A sessão avançou com o estudo dos fragmentos traduzidos do artigo de Chevallard (1989, p.49-52) [...]. A leitura do primeiro fragmento motivou o surgimento da questão de estudo q_1 [...]. A extensão de q_1 veio dos questionamentos dos professores em formação, os quais originaram um conjunto de questões $Q[1,x] = \{Q[1,1], Q[1,2], Q[1,3], \dots, Q[1,n]\}$, associado aos integrantes do subconjunto X_1 . (PEREIRA, 2017, p. 115-116).

Embora não haja muitos fragmentos explicativos na tese, percebe-se que a evolução da mesogênese na implementação desse PEP se deu a partir das consultas e discussões de textos e artigos disponibilizados pelos diretores de estudo. A busca por resposta a questão norteadora consistia na tradução, releitura e discussão das principais ideias expostas nos textos. Esse debate, dado em 11 encontros, foi estimado de acordo com o autor em um tempo didático de aproximadamente 1 hora e 40 minutos por seção. A partir das leituras, o coletivo de estudos se (re)questionavam individualmente e depois, apresentavam seus próprios pontos de vistas em relação a sua inquietação, na base dos fragmentos de leituras em textos já pré-estabelecidos pelo coletivo de ajuda.

Não foram formados grupos formais para discussão, porém, pela ausência e presença dos x_i nas seções, o autor designou de grupos X_i para cada grupo de professores que estivessem participados da seção. Embora fosse um PEP-FP, a posição ou topos de X_i

permaneceu a de coletivo de estudos e a de Y_i de coletivo de ajuda, sendo fonte principal para fornecimento do recurso material a X_i , isto, também atuou excepcionalmente como uma mídia.

A quarta obra O_4 que analisamos foi a tese produzida por Valdir Bezerra dos Santos Júnior, defendida em 2017. Esta tese teve como objetivo “propor e analisar atividades baseadas num PEP relacionadas às necessidades dos profissionais dos cursos superiores de tecnologia, na área de gestão e negócios, no ensino do tema juros simples e compostos”. O PEP foi desenvolvido em 8 encontros de 1 hora cada sob o questionamento principal, que norteou as dinâmicas dos estudantes: $Q_o \rightarrow$ “como decidir o tipo de empréstimo para uma empresa?”.

Após terem sido colocados em contato com a Q_o , os estudantes foram solicitados a dar suas primeiras impressões sobre possibilidades de respostas a questão. As respostas foram dadas inicialmente de forma individual, registrada num quadro. Posteriormente, solicitados que escrevessem em um papel e entregues ao pesquisador o que seria em suas opiniões mais importantes para responder a Q_o . Estas respostas foram contabilizadas, tendo não oferecido restrições às noções pertencentes ao domínio da matemática financeira, o que o autor considera um passo importante para construção da dialética média-milieux, para o caso, visitadas pelos estudantes em algum período de suas vidas, como se refere:

Observamos que entre as 25 respostas contabilizadas, não há restrição às noções pertencentes ao domínio da matemática financeira. Acreditamos que diante das respostas dadas pelos estudantes para tentar responder à questão Q_o , demos um primeiro passo com a dialética média-milieux (mídia-meios), [...] a qual se refere ao processo de construção do conhecimento à medida que a mídia vai

fornecendo novos dados ou informações e um meio é capaz de dar provas da validade desta informação. Estamos nesse momento iniciando a coleta de dados sobre as mídias visitadas pelos estudantes em algum momento de suas vidas. (SANTOS, 2017, p. 50).

Notamos que no primeiro contato, os estudantes não tiveram oportunidade de consultar qualquer mídia, se não, revisitar implicitamente seu corpo de conhecimento sobre matemática financeira, construído por mídias anteriores a implementação do PEP. Não houve formação de grupos e o autor justifica isso esclarecendo que, “devido ao tamanho da turma, a dinâmica de exposição das possíveis respostas foi feita individualmente”. (SANTOS, 2017, p. 346).

Ainda na primeira sessão, os estudantes foram subdivididos em grupos distintos X_i . Estes grupos visavam discutir coletivamente as respostas apresentadas individualmente, de modo a obter consensos dentro dos grupos, como esclarece o autor: “após os estudantes definirem seus grupos, pedimos que discutissem a resposta para o questionamento que representasse o consenso do grupo” (SANTOS, 2017, p. 350). Entretanto, as respostas coletivas não vieram a ser apresentadas nestas sessões, pois, iria se precisar mais tempo didático, porque o tempo de aula definido institucional teria terminado, como esclarece o autor,

Devido ao tempo, não foi possível que os estudantes apresentassem as possíveis respostas do grupo e a exposição ficou para a próxima sessão. Encontramos aqui uma primeira necessidade de mudança na cronogênese, isto é, no tempo considerado como suficiente para o desenvolvimento da atividade. (SANTOS, 2017, p. 350-351).

As intervenções nas sessões seguintes o avanço da mesogênese foi marcado por discussões dentro do grupo, partilha de responsabilidades entre os membros, na busca por respostas satisfatórias. Este avanço

impactou na topogênese e, sobretudo, na cronogênese devido ao conflito entre o tempo de aula definido institucionalmente e o tempo didático, pois, boa parte das atividades decorrentes da implementação do PEP, devido ao tempo institucional, terminavam em sessões seguintes. O autor explica sobre a evolução da mesogênese e o imbricamento com a topogênese e a cronogênese nos seguintes fragmentos de sua análise:

Verificamos no extrato do quadro 115 que o grupo 10, além de definir o perfil da empresa, também apreciou as outras variáveis consideradas nas primeiras sessões. Podemos afirmar, utilizando a nomenclatura do esquema herbartiano, que respostas R_n^0 foram coletadas nas obras disponibilizadas pelas instituições bancárias. Podemos enxergar nesta situação a instituição bancária servindo como mídia para validar o meio, ou seja, a dialética mídia-meios e, conseqüentemente, uma mudança na mesogênese no estudo da resposta R^* . Além disso, verificamos que o grupo compartilhava da responsabilidade na busca pela resposta ao considerar o caso de uma empresa de tapeçaria, ou seja, o grupo de estudantes assumia a responsabilidade em estudar a questão Q_0 na busca R^* , compondo uma topogênese de responsabilidades compartilhadas. Isto ficou evidente quando um dos estudantes do grupo procurou o pesquisador em outro momento e informou que estavam considerando o caso da empresa de tapeçaria, pois era um caso real e a atividade estava ajudando-o a buscar um empréstimo para a empresa (JUNIOR, 2017, p. 380).

Tivemos a percepção de que, na realização da AEP “Organizando as Informações” e “Compreendo a Fórmula de Juros Compostos” pelos estudantes, o tempo da sessão foi muito curto para que eles desenvolvessem as atividades e que pudéssemos discutir em cada grupo; precisaríamos de um tempo maior. Como ocorreu nas sessões anteriores, foi perceptível que quando compartilhamos as responsabilidades entre o orientador e

os estudantes e quando cada grupo utilizava uma situação diferente para responder ao questionamento Q_0 , o tempo didático mudava, pois não era possível determinar as respostas e perguntas que surgiam diante das atividades propostas, isto é, a topogênese e mesogênese interferem na cronogênese. (JUNIOR, 2017, 411).

Portanto, nesta tese o autor analisa cuidadosamente e mostra com clareza a dinâmica dos estudantes na implementação do PEEP. Percebe-se que a evolução da mesogênese influenciou bastante na cronogênese e na topogênese. Percebe-se também que o tempo definido para uma aula institucionalmente tem sido um impasse para implementação de um PEP, pois, muitas das vezes o avanço da mesogênese fica bloqueada pelo tempo institucional, uma vez que o tempo didático em um PEP tem sido, muitas das vezes, mais longo. Contudo, as funções didáticas na dinâmica dos estudantes caminham sempre juntos.

A quinta obra O_5 que analisamos foi a tese de *Edmo Fernandes Carvalho*, defendida em 2019 e teve como objetivo: *“analisar as condições e/ou restrições institucionais de uma proposta de construção de um modelo praxeológico alternativo para o estudo da função quadrática, de modo que sejam trabalhadas situações que nos levem ao encontro da função quadrática como parábola em curso de formação docente.*

Para alcançar este objetivo é implementado um PEP-FP em um contexto universitário, a estudantes de licenciatura em Matemática da UEFS e da UFOB, que são submetidos a questão norteadora Q_0 : *“como trabalhar conjuntamente a noção de função quadrática e o ostensivo figural (gráfico) que representa essa função, mobilizando outros ostensivos que integrem outros domínios matemáticos?”*. Para proporcionar respostas a esta questão, os estudantes são separados em grupos X_i e colocados para discutir uma

possível solução. A partir de um trabalho conjunto entre os elementos dos grupos, a Q_0 foi inicialmente reformulada porque, de acordo com *Carvalho (2019)*, ela não permitiu a evolução da mesogênese, como é esclarecido no seguinte fragmento da exposição dos dados da experimentação do PEP:

Houve tentativa de solucionar a questão, o que não foi possível, e logo se percebeu a insuficiência de dados para resolução. Nessa mesma seção, a mediação do pesquisador implicou em tentativas de reformulação da questão, o que, a princípio, foi entendido como ação de elaboração de tarefas matemáticas com dados explícitos e técnicas para resolver tais tarefas. Isso configurou uma ação conjunta, um jogo didático, que só fazia sentido se os participantes estivessem no jogo e o pesquisador, afastado o suficiente (omissão didática) para não comunicar demais e impedir a ação dos grupos. (CARVALHO, 2019, p. 93).

A dinâmica que envolveu a reformulação da Q_0 , implicou na mudança dos topos na busca de uma nova Q_0 , o coletivo de estudo X ao ocupar o lugar de Y para propor uma nova questão norteadora, mas também, implicou também na evolução da mesogênese, na busca pelas suposições que limitavam a evolução da mesogênese na busca por uma resposta a Q_0 .

Na sessão seguinte (2ª) é disponibilizado e apresentado as obras que seriam utilizadas por X, para consulta, na busca de respostas a questão norteadora, como explica o autor, *“nessa sessão foi marcada pela socialização das obras da primeira semana de trabalho”* (CARVALHO, 2019, p. 95). Nesta mesma sessão, após a apresentação das obras, regressa-se ao debate sobre as categorias das ideias que levam a reformulação da Q_0 , o que gera entre os grupos outros questionamentos que acompanham as hipóteses levantadas, que se supõe limitar a evolução da mesogênese, como descreve o autor: *“no caso dos grupos 3 e 4, as respostas a Q_0 vieram na forma de outros questionamentos. Esse gesto*

de estudo de levantar perguntas e apresentar respostas continuou na proposição de Q_1 ” (CARVALHO, 2019, p. 97).

Este processo de levantar perguntas e apresentar respostas, associadas as hipóteses levantadas sobre a não funcionalidade da Q_o , advém de acordo com carvalho (2019), da confrontação de diferentes mídias, que configuram como parte do meio didático, especialmente a consulta pela internet.

Embora não fique muito claro como se deu a evolução da mesogênese na implantação do PEP, percebe-se ao longo da análise das sessões, que os topos foram afetados pela cronogênese, sobretudo por causa da limitação da Q_o , ao não ser considerada por X uma questão geradora. Este elemento, pode também ter afetado a cronogênese, supondo se que o tempo didático tenha sido influenciado pela necessidade de X reformular a Q_o , diante das hipóteses que ocasionariam a sua não funcionalidade de acordo com o propósito da questão.

Estes pequenos indicadores, mostram de longe como foram as dinâmicas dos estudantes na busca por uma resposta satisfatória a Q_o , marcada por discussões dentro dos grupos, entre questionamentos e apresentação de respostas que pudessem ser discutidas diante do investigador, com a finalidade de apresentar uma resposta consensual a questão norteadora.

A sexta obra O_6 analisada foi a tese de Ricardo Nicasso Benito, defendida em 2019, cujo objetivo foi “investigar de que maneira o dispositivo dos PEP-FP, podem ajudar esse grupo de futuros professores a questionar, analisar, desenhar e experimentar processos de ensino a respeito de cônicas”. O PEP desenvolvido nesta pesquisa esteve ancorada a questão geratriz: $Q_o \rightarrow$ Como ensinar cônicas? Porque devemos ensina-las? Esta questão foi aplicada aos estudantes do curso

de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe, cujo número previsto de participantes na implementação do PEP-FP era de 24 subdivididos em 6 grupos, mas que estiveram presentes 16 estudantes subdivididos em 4 grupos.

Como é sinalizado, o PEP-FP foi implementado em 14 encontros, inicialmente de 4 horas cada, porém, depois de uma negociação com os estudantes, passado os encontros seguintes a ter 3 horas. De acordo com Benito (2019), a evolução da mesogênese foi feita de forma gradual, constituindo se de questões e respostas que os professores em formação inicial iam construindo para alcançar a resposta satisfatória R^\bullet . Estas respostas pré-estabelecidas, eram discutidas dentro dos grupos e depois, partilhadas aos demais participantes para uma discussão geral e depois devolvidas aos grupos para uma reelaboração, como se tenta explicar no seguinte fragmento da tese:

A resposta R^\bullet para esta questão foi construída gradativamente pelos futuros professores durante os encontros. Assim como no PEP, acreditamos que para responder à questão geratriz, os professores em formação inicial elaborarão questões parciais Q_i e suas respostas serão discutidas e compartilhadas entre todos os participantes. Após a discussão, estas respostas R_i podem ser desenvolvidas aos seus respectivos grupos para possíveis alterações, de forma que o conhecimento gerado na discussão seja inserido no milieu M do sistema didático. (BENITO, 2019, P. 153)

Portanto é possível notar aqui primeiramente que a cronogênese é afetada por um suposto contrato entre X e Y e, essa redução no tempo pode significativamente ter afetado no processo busca de respostas R_i provisórias as várias questões advindas da Q_o . Segundo, notamos facilmente na descrição da tese que os estudantes faziam suas

reflexões em grupos, na busca por resposta provisórias, que depois eram compartilhadas a todos os grupos. Estes elementos demonstram com clareza as características das funções didáticas na dinâmica dos estudantes, que estão ligadas a um trabalho em equipe. Embora isso, podemos dizer que, mesmo sem ser apontado na tese, dentro das equipes há um trabalho implícito individual de busca das respostas, que é posteriormente discutido no grupo e disponibilizado a membros exteriores ao grupo.

Aqui, é possível também nota que, num primeiro momento, os estudantes se subsidiaram das mídias de seu domínio, anterior a implementação do PEP, para formular questões e respostas iniciais. Num segundo momento, Y atua como fonte para obtenção dos meios, disponibilizando livros didáticos aos estudantes, mas também, X pode acessar a internet para busca de respostas as várias questões cujo o próprio Y os coloca, como se esclarece no fragmento seguinte da tese:

Como os estudantes, no primeiro encontro, não formularam questões como “o que há nos livros didáticos? O que apresentam os documentos curriculares oficiais? Qual a razão de ser das cônicas?”, iniciamos o segundo encontro as apresentando. Para responde-lo os estudantes receberam livros didáticos para o ensino básico e puderam acessar a internet para buscar os parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio, a base nacional curricular e e o referencial curricular do estado de Sergipe. (BENITO, 2019, p. 161).

Essa dinâmica de questionamento e busca por respostas continuou nos encontros seguintes, porém, há um dado importante que, algumas vezes que elaborava as questões é Y, como é esclarecido: “durante o processo de busca e compartilhamento das respostas as questões que surgiam no PEP, o formador elaborou novas questões que lavaram os estudantes ao estudo mais aprofundado de

elementos da parábola” (BENITO, 2019, p. 1630).

Portanto, as dinâmicas dos estudantes no processo de busca de respostas a Q_0 foi bastante influenciado por X. A evolução da mesogênese foi baseada nas discussões dentro dos grupos, embora suas respostas compartilhadas a outros estudantes. Entre as mídias que reforçaram esta evolução destacamos os livros disponibilizados por Y, o Geogebra, a internet para uso do Youtube, Symbolab, websites de instituições públicas brasileiras para a consulta de documentos curriculares oficiais e o próprio formador que era consultado para validar algumas respostas produzidas pelos grupos, como ‘e esclarecido no fragmento seguinte da tese:

Além da internet, outras mídias foram usadas, como o próprio formador quando consultado para validar respostas produzidas por algum dos grupos, além de livros didáticos do ensino básico e superior, vídeos disponíveis no Youtube – ensinando a fazer dobradura no papel vegetal – o Symbolab e o software Geogebra que, apesar de não explicito na descrição feita pelo estudante, foi usada por todos os grupos. (Benito, 2019, p. 182).

Estes elementos, demonstram claramente como as funções didáticas mesogênese, cronogênese e topogênese estiveram o tempo todo embricados, na intervenção dos estudantes a busca de uma resposta satisfatória a Q_0 .

A sétima obra O_7 que analisamos foi a tese de Rita Lobo Freitas, defendida em 2019, cujo objetivo foi “*analisar os conhecimentos docentes, evidenciados a partir de um conjunto de praxeologias da GAP do ponto e da reta com os sujeitos e (re)construídas por eles, a partir de um dispositivo-metodológico-teórico (PEP-FP/TAD) desenvolvido com estudantes envolvidos no estágio curricular supervisionado de Licenciatura em Matemática*”. Para alcançar seus objetivos,

desenvolve-se nesta pesquisa um PEP-FP mediante a seguinte questão geratriz: $Q_0 \rightarrow$ *como ensinar a geometria analítica (GA) do ponto e da reta?*

O PEP-FP foi implementado em 13 encontros, contrariamente aos 10 programados a priori. Este aumento do número de encontros deveu-se as adaptações a certas restrições e variáveis difíceis de controlar no processo de experimentação do PEP. Ao apresentar e analisar os dados, a autora procura na sua descrição mostrar como foram as dinâmicas dos estudantes ao serem confrontados com uma questão geratriz que demandava uma reflexão profunda para produzir-se uma resposta a ela. No primeiro confronto com a Q_0 os X mostraram dificuldades em dar alguma resposta, o que levou a pesquisadora Y a tentar explicar o funcionamento de um PEP, que culminou com a colocação a X mais duas questões derivadas para melhorar a compreensão da intencionalidade de Q_0 , como é esclarecido no seguinte fragmento da tese:

Após a primeira parte demos início, efetivamente a experimentação conforme descrita no capítulo 5. Apresentamos a questão inicial Q_0 : como ensinar a GA do ponto e da reta? Após a apresentação da questão, os estudantes começaram a discutir em grupos como responder a esse questionamento. Participaram do trabalho 7 grupos, composto por 4 estudantes cada. Unanimemente, todos os grupos responderam que seria necessário aprofundar e desenvolver algum tipo de pesquisa para responder a referida questão. [...] nesse sentido, sugerimos mais duas perguntas que visassem elucidar o que estaria por trás de Q_0 , a quem ensinar GA? Onde ensinar a GA? O que é GA? (FREITAS, 2017, p. 298-299).

Só depois dessa nota explicativa é que o coletivo de estudos iniciou a desenvolver os milieus, procurando respostas R_i que lhes foram colocados. Como se nota, essa busca de

foi feita por grupos X_i , distintos, criados logo na primeira seção. Estando a trabalhar em uma plataforma Moodle, X_i deveria postar suas respostas nesta plataforma, porém, havia também opção de gravar áudio e disponibilizar por via do WhatsApp. Estes elementos, que fazem parte da dinâmica dos alunos na busca por uma resposta e que constituem indicadores da manifestação das funções didáticas podem ser notados facilmente na apresentação e análise de resultados feitas, como por exemplo, é esclarecido no seguinte fragmento do texto da tese:

Os estudantes retomam o trabalho de discussão no grupo, agora em torno das novas questões propostas. Destacamos as respostas de quatro dos sete grupos, tendo em vista que dos sete, apenas quatro disponibilizaram o relatório escrito desse momento. Ressaltamos, que cada grupo deveria viabilizar o áudio do trabalho da equipe, pelo aplicativo de celular WhatsApp e o relatório escrito das conclusões ou reflexões feitas no grupo. Para tanto, em cada grupo tinha um monitor de áudio e um relator da parte escrita, a ideia foi que a cada sessão de trabalho essas funções fossem revezadas, de forma que todos os membros do grupo pudessem colaborar na produção do material (e dos dados). (FREITAS, 2019, p. 299)

Esta descrição cuidadosa das dinâmicas dos alunos segue em toda análise e a característica das intervenções dos estudantes é quase a mesma, atuando coletivamente, embora, implicitamente saibamos que foram feitas buscas individuais, discutidas e consensualizadas dentro do grupo, para depois que sejam partilhadas em um grupo em um coletivo maior. Essa dinâmica dos “topos”, fez com que $x_i \in X_i$ não agisse de forma monumental, podendo então considerar-se um sujeito autônomo e reflexivo na construção de seu milieus, que caracterizou o avanço da mesogênese. Assim, o avanço da mesogênese se deu por meio de

buscas provisória de resposta pela internet, livros didáticos, PCN e BNCC, que tinham em vista, responder as questões advindas de Q_o , proposta e discutidas dentro e fora dos grupos, como é destacado no seguinte fragmento do texto da tese: “o primeiro grupo (Grupo A) começa a discussão questionando os colegas sobre a GA no ensino superior, ou na pós-graduação e na educação básica. Buscaram na internet repostas, especialmente o que é GA, e discutem sobre a diferença entre GA e a Geometria Euclidiana” (FREITAS, 2019, p. 299).

A cronogênese, sendo a função que regula o tempo didático, pode ser notada ao longo da dinâmica dos grupos, quando se interrogam entre eles, apresentando e discutindo as respostas, gerando uma sequência de questões e resposta. No fragmento a seguir, é esclarecido como esse movimento de questões-resposta é feito, ao se apontar que:

[...] Na sequência, buscam construir a resposta para a segunda pergunta, o que é GA? Um dos membros do grupo relata que encontrou que GA é a conexão entre a geometria e a álgebra, o estudante afirma, ainda, que com seus alunos foi essa a explicação que fez para o que é GA. Depois outro membro do grupo afirma que é a junção da geometria cartesiana e da álgebra, perguntam entre si: 'a geometria é um ramo da matemática? Um outro estudante responde que sim, que a geometria assim como a álgebra é um ramo da matemática. O grupo começa buscar um documento que fundamente as respostas, por exemplo, do porquê se ensinar GA no terceiro ano, do ensino médio. Afirmam, portanto, que se ensina GA no terceiro ano conforme o livro didático e o Parâmetro Curriculares Nacionais (PCN). Um dos colegas pergunta: por que analítica? O que é o analítico? Alguém no grupo responde analítico vem de análise... detalhado, agora detalhar o que é? plano cartesiano? Alguém responde. Analítica vem de análise, análise do plano cartesiano através da álgebra polo o polo cartesiano? GA é o que? ramo da geometria que

estabelece a relação entre álgebra e geometria ... (FREITAS, 2019, p. 300)

As posições de Y e X são devidamente diferenciadas, pois, é notório em toda apresentação e análise que Y se manteve como pesquisadora e orientadora do estudo no processo levou cada $x_i \in X_i$ a uma relação com a Q_o , na busca por uma resposta satisfatória. X é então um sujeito herbartiano, reflexivo e autônomo no processo de procura de resposta a Q_o , embora, pela natureza do PEP, podendo atuar como professor, na reflexão do ponto de vista didático, como construiria uma situação sobre GA do ponto da reta para o ensino médio. Portanto, os elementos aqui apontados, esclarecem dentro do escopo da tese de Freitas (2019), como são manifestadas as funções didáticas na dinâmica dos estudantes quando confrontados com um processo de ensino e aprendizagem mediado por um PEP.

A oitava obra O_8 analisa foi a tese de *Maritza Luna Valenzuela*, defendida em 2021 cujo objetivo era “investigar como um dispositivo de PEP-FP pode contribuir, em particular para esse grupo de professores em formação, para que tenham uma visão crítica, para que possam questionar, analisar, desenhar e experimentar processos de ensino com respeito ao objeto matemático vetor para assim poderem introduzir a geometria vetorial”. Para alcançar este objetivo foi desenvolvidos um PEP-FP com professores, alunos do mestrado em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Peru, para o qual foram colocados um problema que acompanha a seguinte questão geratriz: $Q_o \rightarrow$ Como explicar a movimentação dos veleiros para alunos do primeiro semestre de estudos gerais (ciências e engenharia) de uma universidade peruana?

De acordo com Valenzuela (2021), para responder a Q_o , o PEP-FP foi desenvolvido em 11 encontros de 2 horas e 50 minutos e que envolveu trabalho em grupo e plenários que

aconteceram pelo Zoom. Diferentemente dos PEPs apresentados anteriormente, neste, a primeira sessão foi dedicada para capturar o perfil dos sujeitos de pesquisa, tendo sido aplicado um questionário aos participantes. A implementação do PEP iniciou na segunda sessão, com especificidade da segunda e terceira sessão ter sido reservada para discutir e formular as questões secundárias que conduziram a uma resposta satisfatória a Q_0 e, da quarta a nona sessão tendo sido para responder as questões que foram categorizadas no plenário (VALENZUELA, 2021).

O PEP foi realizado todo ele em ambiente virtual de aprendizagem, tendo sido utilizado o Zoom para as sessões síncronas, de onde foram criadas salas separadas para discussão de cada grupo e, uma sala geral para discussão conjunta de todos sujeitos de pesquisa. O drive, serviu para registrar e guardar as atividades dos encontros (relatórios, documentos que eram pesquisados nos prazos registrados na plataforma do Paideia da PUCSP – principal plataforma hospedeira das atividades decorrentes da implementação do PEP). De acordo com Valenzuela (2021, p. 203), “para cada avanço apresentado por cada grupo foi preciso dar algum tempo para a busca de informações ou revisão de literatura”. Uma parte do percurso foi desenvolvida como atividade a cada encontro.

Portanto, como pode notar nas exposições acima, a evolução da mesogênese nesse PEP por via da interação dentro dos grupos, onde cada membro teve oportunidade de individualmente dar sua contribuição, discutir sobre uma ideia geral do grupo e, posteriormente compartilhada individualmente a ideia aos demais participantes da pesquisa para uma discussão geral. De acordo com Valenzuela (2021, p. 207), “formular as questões individualmente obrigou o professor a sair do paradigma do

monumentalismo enquanto a discussão em grupo permitiu observar que, em geral, os sujeitos iniciaram com questões a respeito do veleiro, do movimento, das grandezas etc”.

Podemos aqui notar que, este movimento todo de questionamento e busca de respostas, demandou um certo tempo didático, que numa implementação do PEP tem sido insuficiente em relação ao tempo de aula definido institucionalmente, para que os intervenientes pudessem se apropriar da questão geratriz e a partir de diferentes mídias e meios, prover respostas. Este elemento é esclarecido na tese da seguinte forma: “Os professores tinham preocupação também com o tempo, porque as aulas eram de duas horas e fazer o mapa requer mais tempo, por isso consideramos dedicar dois encontros seguidos para que tivessem tempo para a busca de informações e o seu compartilhamento no drive”. (VALENZUELA, 2021, p. 219).

A topogênese também é embriada nesse processo, uma vez que se tratava de um PEP-FP, os estudantes desenvolviam suas ideias, pensando na posição de um professor que deveria orientar uma aula com referência a questão geratriz indicada. Estes indicadores, demarcam de forma clara as manifestações das funções didáticas em relação a intervenção dos estudantes na busca por uma resposta satisfatória a Q_0 do PEP. Em geral, o processo de construção de respostas a partir de mídias diferentes, que caracteriza a evolução da mesogênese e que a cronogênese e a topogênese está embriada é bem expandido na tese, mesmo pelos fragmentos que apresentamos e discutimos. O autor analisa a implementação do PEP mostrando com detalhes como foram articuladas as funções didáticas na intervenção dos estudantes em um PEP-FP. Esta dinâmica entrelaçada entre a busca individual e coletiva de respostas, que também é esclarecida no seguinte fragmento da tese:

Depois da leitura da situação, os 14 sujeitos da pesquisa se distribuíram em quatro grupos e cada um escreveu, individualmente, suas questões que, a seguir, foram compartilhadas e discutidas com os colegas dos seus respectivos grupos. A necessidade de respostas individuais foi imposta pela disciplina, tendo em vista que, como alunos de mestrado, precisam ser avaliados na disciplina. (VALENZUELA, 2021, p. 206).

Portanto, um olhar mais geral sobre as dinâmicas dos estudantes na intervenção em um PEP, podemos notar em todas as teses uma característica dos indicadores das funções didáticas que é comum, que é um trabalho de construção do meio ou da evolução da mesogênese, que começa gira num ciclo entre o individual e o coletivo, na busca de respostas a questão geratriz.

Embora haja grupos formados, quer logo no primário encontro ou nos encontros seguintes, a dialética indivíduo-coletivo está sempre presente e, nessa individualidade e coletividade, há sempre um tempo que se demanda e que muitas das vezes, em um PEP, tem sido insuficiente em relação ao tempo de aula definido institucionalmente. Portanto, a mesogênese tem influenciado bastante na cronogênese. Relativamente a topogênese, observa-se que na maior parte dos PEP-FP o coletivo de estudo assume um papel de professores, no sentido de que ele em si, deverá promover respostas a Q_0 que possam ser possíveis de aplicar em sala de aulas com alunos de outros níveis. Já o PEP aplicado diretamente aos alunos, estes intervenientes tem na sua maioria mantido os seus topos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O artigo evidencia como tem sido as dinâmicas de estudantes quando são submetidos a um processo de ensino e aprendizagem baseado em um PEP ou o PEP

aplicado a formação de professores (PEP-FP). O PEP constitui uma abordagem metodológica emergente, que ao contrário da pedagogia tradicional da monumentalização, aquela em que os saberes são apresentados em forma de inventário, sem que sejam questionados, aqui, o estudante é colocado o desafio de produzir a sua própria aprendizagem a partir de uma questão geratriz, que o leva a reflexão de possíveis respostas a um questionamento.

O estudante, nesta perspectiva metodológica de ensino e aprendizagem tende a sair do conforto monumental de inventário de saberes, passando a ser reflexivo, podendo se (re)questionar-se na busca por respostas que lhe levem a uma resposta ótima a questão geratriz, que na verdade, pretende de forma implícita alcançar ou acessar determinado objeto de saber. Neste caminho de questionamentos e respostas, ao construir o seu meio para buscar respostas, o estudante tende a manifestar várias ações que lhe permitem construir de forma autônoma seu universo cognitivo.

Estas manifestações em um PEP, estão diretamente ligadas ao que Chevallard designa por funções didáticas (mesogênese, cronogênese e topogênese), que são as manifestações que dinamizam o trabalho do estudante/professor e que o leva a construção do meio para o qual deva buscar respostas aos questionamentos advindos da questão geratriz. Assim, a mesogênese caracteriza o processo que dinamiza a evolução do meio na busca por respostas, a topogênese caracteriza a função que dinamiza o papel e a posição assumida pelos sujeitos intervenientes do sistema didático e a cronogênese, a função que regula o tempo didático no processo de estudo.

Estas funções, em um processo de ensino e aprendizagem, de formação de professores e de pesquisa por meio de um PEP devem ser bastante consideradas, pois, elas permitem

compreender todo processo de implementação do PEP, bem como, caracterizar o processo que conduz o estudante a acessar objetos de saber ou o professor no processo que lhe conduz a construção de situações de ensino que emerge da necessidade de responder à questão geratriz.

É sobre estas funções que este artigo se debruçou, com o principal objetivo de identificar e descrever os indicadores que as caracterizam, na intervenção dos estudantes ou professores quando lhes são colocados diante de uma questão norteadora de estudo mediante um PEP como metodologia de estudos e pesquisa. Para alcançar o nosso objetivo, nos subsidiamos da dialética mídiameios enquanto metodologia para identificação de teses e dissertações brasileiras, de 2016 a 2021, para o qual identificamos e analisamos as dinâmicas dos estudantes e professores, a partir das análises a posteriori feita apresentadas nas obras O_i .

Neste caminho metodológico, identificamos 8 teses cujo o PEP foi implantado e os pesquisadores em suas análises a posteriori, se interessaram em descrever e analisar as dinâmicas dos estudantes e dos professores em sua intervenção na busca por uma resposta a questão geratriz.

Nestas teses, constata-se que, a implementação do PEP é geralmente feita em sessões. Após a apresentação e problematização do estudo, a maior tendência é de organizar o coletivo de estudos X em grupos X_i , isto é,
$$X = X_1 \cup \dots \cup X_k = \sum_{i=1}^k X_i$$
, embora esses grupos muitas das vezes não sejam fixos, devido à ausência ou presença tardia dos sujeitos de pesquisa, que por razões diversas podem desintegrar cedo ou integrar tarde ao estudo ou pesquisa. Nos casos em que a Q_o começa por ser apresentada coletivo de

estudos singularmente, isto é, para cada $x \in X$, nas seções seguintes X é sempre reorganizado em grupos.

A partir dos grupos, os elementos $x_i \in X_i$ procuram individualmente construir seu meio para buscar respostas a questão norteadora dada. Esta busca é acompanhada de curiosidades que se traduzem em questões, que são auto feitas, para compreender a natureza da questão norteadora e por via disso, identificar-se mídias que sejam capazes de disponibilizar materiais (textos, livros, artigos, experimentos, softwares, etc.) por onde possam ser achadas ou produzidas respostas aos autoquestionamentos. O acesso a essas mídias permitem o avanço ou evolução do meio, por onde X desenvolve um conjunto de questões e respostas, podendo constituir um mapa, isto é, $Q \times R = \{(Q_1, R_1), \dots, (Q_k, R_k)\}$, entre questões e respostas descartadas e mantidas para lacer uma resposta ótima a Q_o .

Uma boa parte das mídias tem sido associados a internet, bibliotecas físicas, repositórios pessoais dos investigadores. Aliás, em muitos casos, sentimos que o próprio pesquisador ou diretor e estudos atua como uma mídia, na medida em que é a fonte para esclarecer os equívocos advindos da questão norteadora, ao abrir pistas e disponibilizar material para que X avance na constituição do seu reportório de questões e respostas, que lhe permitem ter uma relação com a Q_o , isto é, $R(X, Q_o)$.

Estas questões-respostas, que são produzidas individualmente, são então discutidas dentro do grupo e depois, compartilhadas ao orientador de estudos e outros sujeitos de pesquisa, para uma discussão maior sobre elas. As sugestões advindas destas discussões, permitem que os grupos retomem suas discussões, reorganizem suas ideias, descartem umas proposições e mantenha outras, ou ainda,

procurem outras proposições que os leve a uma boa relação com a Q_o .

Um dado menos importante é o papel de X no PEP-FP. Embora não seja descrito, ele inicia como sujeito de estudo ou pesquisa, porém, no decurso da implementação do PEP-FP, na busca por respostas para construir situações de ensino que possam ser experimentadas no ensino fundamental, médio, etc., acaba assumindo o papel de professor, no sentido de que precisa pensar no lugar do professor, para propor uma situação de estudos a seus alunos.

Esta trajetória de estudo é observada em quase todas obras O_i analisadas e, além de ditarem o percurso metodológico na busca por respostas a Q_o na implementação de um PEP, também identificam as marcas que caracterizam as funções didáticas (mesogênese, cronogênese e topogênese). Portanto, as dinâmicas dos estudantes que os leva à maturidade das respostas no sentido de aproxima-las a resposta ótima desejável, isto é, $R_1 \cup \dots \cup R_k \rightsquigarrow R^\heartsuit$, são ditadas pela troca permanente de impressões dentro dos grupos, que começam nas buscas individualizadas, discutidas nos grupos e depois, compartilhadas ao demais estudantes.

Estas dinâmicas associam-se a função didática mesogênese, a função que estimula X a construção do ambiente de trabalho individual e/ou coletivo, entrelaçando entre questões-respostas, impactando no topos de X. Este ciclo de ações, permite que se gere um mapa de questões-respostas $Q \times R = \{Q_1 \times R_1, \dots, Q_i \times R_j\}$, que influenciam no o tempo didático, a cronogênese, que muitas das vezes, em um PEP, entra em colisão com o tempo definido institucionalmente para decorrer uma aula. Estes três indicadores num PEP atuam quase que simultaneamente.

Portanto, a apresentação e análise das ações dos estudantes que identificam as funções didáticas é bastante importante para compreender o caminho trilhado pelos

sujeitos de pesquisa/estudo no alcance a uma resposta satisfatória a questão norteadora. Ademais, permitirá compreender melhor a natureza das praxeologias pessoais apresentadas para proporcionar solução a questão de estudo que é levantada pelo PEP ou PEP-FP.

REFERÊNCIAS

BARQUERO, B; BOSCH, M; ROMO, A. El uso del esquema herbartiano para analizar un REI online para la formación del profesorado de secundaria. **Educación Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.21, n.4, pp. 493-509, 2019.

BENITO, R. N. **Construção de um percurso de estudo e pesquisa para formação de professores: O ensino de crônicas**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

CARVALHO, E. F. **Integração de noções didáticas nas praxeologias matemáticas no estudo da função quadrática**. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Universidade Federal da Bahia, Salvador-BA, 2019.

CHEVALLARD, Y. A Teoria Antropológica do Didático face ao Professor de Matemática. In: ALMOULOUD, Saddo Ag (org.); FARIAS, Luiz Marcio Santos (org.); HENRIQUE, Afonso (org.). **Teoria Antropológica do Didático: Princípios e Fundamentos**. Curitiba: CRV, 2018. P. 31 – 50.

CHEVALLARD, Y. et al. **Estudar Matemática: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução Daisy Vaz de Moraes. **Artes Médicas**, Porto Alègre, 2001b.

CHEVALLARD, Y. La notion de PER: problèmes et avancées Toulouse. **UMR ADEF**, le 28 avril 2009 Texte d'un exposé présenté à l'IUFM de Toulouse.

CHEVALLARD, Y. La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné. **La Pensée Sauvage**, Grenoble, 1985.

CHEVALLARD, Y. Les TPE comme problème didactique. **Communication au Séminaire national de didactique des mathématiques**, 2001a.

CHEVALLARD, Y. Teaching Mathematics in Tomorrow's Society: a Case for an Oncoming Counterparadigm. In: **INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION**, 12, 2012, COEX, Seoul, Korea. Seoul: 2012.

CHEVALLARD, Y. Théorie Anthropologique du Didactique & Ingénierie Didactique du Développement. **Journal du Séminaire TAD/IDD**, 2013.

CHEVALLARD, Y. Un concept en émergence: la dialectique des médias et des milieux. Communication au Séminaire national de didactique des mathématiques le 23 mars 2007. Paru in G. Gueudet & Y. Matheron (Eds), **Actes du séminaire national de didactique des mathématiques**, année 2007, ARDM et IREM de Paris 7, Paris, pp. 344-366.

CHEVALLARD, Yves. Introdução à teoria antropológica do didático [bilingue]. **Planet résumé d'un cours donné**, du 4 au 13 mai 2011 à l'université Bandeirante de São Paulo (Brésil).

COMITI, C.; FARIAS, L. M. S. Importance et

Méthodologie de L'observation de Classe Pour les Recherches en Didactique et Rôle de la Problématique de Recherche pour la Modélisation Nécessaire Lors de L'analyse des Observations. **Caminhos da Educação Matemática em Revista – CEMeR, Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática – IFS**, p. 83-104, 2019.

COSTA, V. A.; ARLEGO, M.; OTERO, M. R. Las dialécticas en un Recorrido de Estudio e Investigación para la enseñanza del Cálculo Vectorial en la Universidad. **Revista de Formación e Innovación Educativa Universitaria**. Vol. 8, Nº 3, 146-161 (2015).

FREITAS, R. L. **Dispositivo de pesquisa e formação profissional PEP-FP/TAD: constituição do conhecimento docente para o ensino de geometria analítica plana do ponto e da reta**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

JÚNIOR, V. B. dos S. **Juros simples e compostos: análise ecológica, praxeológica e um percurso de estudo e pesquisa**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2017.

LLANOS, V.; OTERO, M. Caractérisation des fonctions didactiques Topogénèse, Mésogénèse et Chronogénèse dans un Parcours d'Étude et Recherche (PER) monodisciplinaire dans l'École Secondaire. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 10, n. 3, p. 220-227, 2018.

MATOS, F. C. **Praxeologias e Modelos Praxeológicos Institucionais: o caso da álgebra linear**. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) –

Universidade Federal do Pará, Belém-PA, 2017.

OLIVEIRA, E. S. de S. **Estudo das funções seno e cosseno por meio de um modelo didático alternativo integrado ao GeoGebra**. Tese (Doutorado em Ensino História e Filosofia das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2020.

PEREIRA, J. C. de S. **Alterações e recombinações praxeológicas reveladas por professores de matemática do ensino básico em formação continuada: a partir de um modelo epistemológico alternativo para o ensino da álgebra escolar**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Pará, Belém – Pará, 2017.

REVUZ, A. On the Teaching of Linear Algebra. In: **Dorier J. L. Mathematics Education Library**. Kluwer Academic Publishers. Volume 23. Monash University Melbourne, Australia, 2000 (Prefácio).

SILVA J. V. G. **Grandezas e medidas: um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

VALENZUELA, M. L. **Um Percurso de Estudo e Pesquisa para a formação de professores em cursos de ciências e engenharia: introdução ao estudo de vetores**. Tese (Doutorado em educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2021.