



## ÉDITORIAL

### LE SAVOIR DANS LES STRUCTURES THÉORIQUES DE LA DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

C'est avec enthousiasme que nous présentons ce numéro thématique de la revue *Caminhos da Educação Matemática em Revista - CEMeR*, coordonné par les enseignants-chercheurs Pierre **JOB** et Luiz Márcio **FARIAS**.

L'une des particularités de la didactique des mathématiques, par rapport à d'autres disciplines, est qu'elle considère que l'étude des savoirs offre une clé pour mettre en évidence et comprendre les phénomènes d'enseignement. Ce dossier invite donc les chercheurs à expliquer la manière spécifique par laquelle le savoir est traité dans les cadres théoriques utilisés. Plus précisément, quelle modélisation du savoir un cadre théorique donné propose-t-il, et comment cette modélisation est-elle utilisée dans la recherche en didactique ? Ce thème a été développé en abordant une ou plusieurs des questions suivantes (parmi d'autres que les auteurs ont jugées pertinentes). Disposons-nous d'outils pour produire des modèles didactiques d'un savoir ? Quels sont les critères disponibles pour évaluer la validité des modèles obtenus ? Comment un modèle peut-il être utilisé pour s'assurer que les résultats obtenus sont bien des résultats de recherche ? Comment la théorisation des savoirs et la méthodologie de recherche interagissent-elles ? Une méthodologie de recherche spécifique découle-t-elle de la théorisation adoptée des savoirs ? Dans cette optique, quinze articles ont été sélectionnés pour répondre aux objectifs de ce numéro spécial de *CEMeR*.

Le premier, de Michèle **ARTAUD**, intitulé « **DE LA MODÉLISATION DES SAVOIRS DANS LA THÉORIE ANTHROPOLOGIQUE DU DIDACTIQUE** », se penche sur l'intersection entre la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) et l'épistémologie, en examinant les outils fournis par cette théorie pour comprendre la vie des savoirs dans les institutions éducatives. L'auteure explore la notion de nécessité épistémologique et praxéologique, en mettant en contexte des exemples tirés de l'enseignement des mathématiques dans le secondaire pour illustrer sa relativité. L'introduction situe la TAD dans le contexte plus large de la science didactique, en soulignant l'évolution de la relation entre le savoir et la didactique au fil du temps. Elle considère l'idée du savoir comme une construction et non comme une donnée absolue, mettant en lumière l'importance de la modélisation du savoir dans le paradigme de la TAD. La conclusion met en évidence la TAD comme une perspective à partir de laquelle le savoir peut être compris comme construction en constante transformation, façonnée par les pratiques et les contextes institutionnels. L'article souligne la relativité du savoir et la nécessité d'une approche dialectique pour comprendre sa dynamique dans les établissements d'enseignement et dans la société en général.

Par la suite, l'article intitulé « **LE 'SAVOIR' COMME FONCTION** », de Jean-Pierre **BOURGADE**, Gisèle **CIRADE** et Clément **DURRINGER**, présente une analyse détaillée de la théorisation du savoir à la lumière de la TAD. En abordant le savoir comme une fonction, les auteurs cherchent à fournir une compréhension plus profonde et contextualisée de sa nature, en soulignant que sa validité et son applicabilité sont intrinsèquement liées à des contextes praxéologiques ou didactiques spécifiques. L'introduction commence par des définitions communes du savoir dans le langage courant, mettant l'accent sur son acquisition, sa préservation et son application pratique dans divers domaines de la connaissance humaine. Dans ce contexte, la TAD apparaît comme un outil analytique fondamental, mettant en évidence l'interaction complexe entre le savoir et le savoir-faire. Les auteurs soutiennent que le savoir n'atteint sa pleine signification que lorsqu'il est inséré dans un contexte pratique et fonctionnel, soulignant que son existence est intrinsèquement liée à son application dans des situations réelles. Tout au long du texte, des exemples concrets d'analyses praxéologiques et didactiques sont proposés, y compris une étude détaillée d'un protocole expérimental dans le domaine des probabilités. Ces exemples illustrent le risque potentiel de confusion entre la production et l'utilisation du savoir, soulignant l'importance de la clarté conceptuelle et de la compréhension contextuelle dans l'enseignement des mathématiques et dans d'autres disciplines. La conclusion de l'article signale le besoin urgent de comprendre les nuances et les différences entre l'expérimentation et la théorisation en mathématiques, en particulier dans le contexte des probabilités. Les auteurs soulignent que la confusion entre les gestes didactiques et praxéologiques peut considérablement nuire à l'efficacité de l'enseignement, indiquant l'importance de maîtriser les techniques dialectiques de la mathématisation pour une pratique éducative plus efficace et plus éclairante. En résumé, l'article offre une vision critique et approfondie de la nature du savoir et de son application dans le contexte éducatif contemporain.

Le troisième article, intitulé "**LES SAVOIRS ET LA THÉORIE DES SITUATIONS**", de Claire **MARGOLINAS** et Annie **BESSOT**, traite de la Théorie des Situations Mathématiques (TSM), une approche conçue par Guy Brousseau dans les années 1960. Celle-ci propose une nouvelle perspective sur le savoir et sa transmission, notamment dans le contexte de l'enseignement des mathématiques. L'article propose un examen approfondi de la TSM, un cadre conceptuel qui cherche à reformuler la manière dont le savoir est compris et transmis, en particulier dans le contexte de l'enseignement des mathématiques. Cette théorie propose une approche plus dynamique et interactive, où les savoirs ne sont pas simplement transmis passivement, mais sont activement construits par les étudiants au travers d'expériences et d'interactions dans des situations spécifiques. La distinction fondamentale entre savoir et connaissance est un élément clé de la TSM. La connaissance fait référence à la compréhension contextualisée de la connaissance dans une situation spécifique, tandis que le savoir est une construction sociale. Sur la base de cette distinction, la théorie des situations propose l'identification et l'analyse de situations fondamentales, qui servent de points de départ à la construction de la connaissance mathématique. Un aspect important de l'article réside dans l'accent mis sur l'ingénierie didactique en tant qu'outil fondamental pour la recherche dans la théorie des situations. L'ingénierie didactique implique la création et l'observation de situations d'enseignement spécifiques qui ne se produisent pas « naturellement » dans l'environnement d'apprentissage. Ces situations sont conçues pour faciliter la compréhension et la construction des connaissances par les élèves, en leur donnant l'occasion d'explorer les concepts mathématiques de manière active et significative. Le texte souligne également l'importance de

l'observation des pratiques de classe dans un cadre expérimental. Cette observation systématique des interactions entre enseignants et élèves, ainsi que l'analyse des situations d'enseignement, contribuent au développement et à l'affinement de la TSM.

L'article numéro 4, intitulé "**ÉPISTEMOLOGIE ET DIDACTIQUE DU RAISONNEMENT EN ARITHMÉTIQUE**", propose une approche de l'enseignement et de la recherche en mathématiques en se concentrant spécifiquement sur le raisonnement dans le domaine de l'arithmétique. L'auteure, Véronique **BATTIE**, présente une analyse détaillée de la manière dont une compréhension plus approfondie de l'épistémologie peut enrichir les pratiques d'enseignement et d'apprentissage dans ce domaine spécifique, en particulier concernant les processus de formation et de développement des concepts mathématiques. En utilisant un outil épistémologique développé spécifiquement pour analyser le raisonnement et la preuve en arithmétique, l'auteure éclaire non seulement ses analyses didactiques, mais aussi les pratiques d'enseignement à l'université, en particulier lors de la transition des étudiants de l'enseignement secondaire vers l'enseignement supérieur. L'article commence par présenter le cadre théorique épistémologique utilisé dans la recherche sur l'enseignement du raisonnement arithmétique. Ce cadre ne se contente pas d'informer, mais soutient également les analyses didactiques de **BATTIE**, en permettant de mieux comprendre les caractéristiques de l'activité mathématique, en particulier en ce qui concerne le raisonnement. L'un des points les plus importants du texte est la distinction faite entre les dimensions organisationnelle et opérationnelle du raisonnement mathématique. Cette différenciation permet une analyse plus fine des interactions entre les différents concepts arithmétiques et la manière dont ils sont appliqués dans la résolution de problèmes. En outre, l'article explore diverses approches didactiques, telles que les activités de preuves multiples, les analyses de raisonnement emblématique (y compris le raisonnement par récurrence et celui par l'absurde) et les tests de compréhension. Ces approches enrichissent non seulement la conception des activités d'enseignement, mais aussi l'analyse des résultats des élèves en arithmétique. En passant en revue les travaux antérieurs sur le raisonnement et la preuve en mathématiques, **BATTIE** souligne la nécessité d'une approche plus détaillée et plus spécifique, capable de rendre compte de la complexité du raisonnement en arithmétique. Selon elle, la structuration traditionnelle des preuves peut ne pas englober entièrement la nature du travail mathématique impliqué, soulignant ainsi l'importance d'une approche plus contextualisée et interactive. Pour résumer, l'article souligne l'importance de l'intégration de l'épistémologie et de la didactique dans l'enseignement des mathématiques, offrant des perspectives précieuses aux chercheurs et aux éducateurs désireux d'améliorer leurs pratiques d'enseignement et d'apprentissage de l'arithmétique. À l'aide d'exemples concrets et d'analyses détaillées, l'article démontre que l'épistémologie peut informer et enrichir la pratique de l'enseignement des mathématiques.

L'article suivant, intitulé "**SAVOIR MATHÉMATIQUE ET ACTION DIDACTIVE DANS LA THÉORIE DE L'OBJECTIVATION**", par Luís **RADFORD**, Isaias **MIRANDA** et Rodolfo **VERGEL**, propose un examen approfondi des concepts de savoir et d'apprentissage dans le contexte de la Théorie de l'Objectivation (TO). Les auteurs s'éloignent des approches traditionnelles de l'enseignement technico-instrumental et des perspectives constructivistes pour présenter une réflexion théorique basée sur la philosophie matérialiste dialectique. L'introduction captive les lecteurs avec un scénario pratique dans une école de Sudbury au Canada, où l'enseignant organise un cours de mathématiques pour des enfants de 6-7 ans. Ce

scénario sert de point de départ pour explorer les questions relatives au rôle du savoir et de l'apprentissage des mathématiques, ainsi qu'au rôle de l'enseignant dans le processus éducatif. La Théorie de l'Objectivation, inspirée de la philosophie hégélienne et du matérialisme dialectique de penseurs tels que Marx et Vygotsky, cherche à offrir une conception plus large et plus contextualisée de l'apprentissage des mathématiques. La première partie de l'article se concentre sur la réflexion théorique sur le savoir, soulignant la nécessité de repenser les conceptions traditionnelles qui le considèrent comme quelque chose de transparent ou réduit à l'action subjective des participants. La deuxième partie aborde la question de l'action didactique, en soulignant l'interdépendance entre le concept d'apprentissage et les attentes liées aux actions de l'enseignant et des élèves. En ce sens, la Théorie de l'Objectivation propose une approche dans laquelle la connaissance est conçue comme un système dynamique, en interaction constante avec l'environnement et socialement institutionnalisé. La conclusion de l'article renforce l'importance de l'activité humaine dans la construction de la connaissance, en soulignant que l'apprentissage est un processus qui va au-delà de la simple acquisition d'informations. Dans la Théorie de l'Objectivation, ce dernier est considéré comme une rencontre consciente avec la connaissance, où les participants s'engagent dans des processus d'objectivation et de subjectivation. Le rôle de l'enseignant est redéfini dans ce contexte, non plus en tant que détenteur du savoir, mais en tant que participant actif au processus de construction collective du savoir. L'approche de la théorie de l'objectivation souligne l'importance de l'activité collective, symbolique et matérielle dans l'apprentissage des mathématiques, mettant en évidence la nécessité d'une réflexion ontologique sur la connaissance et la pratique éducative. En résumé, l'article apporte une contribution significative à la compréhension de la relation entre la connaissance, l'apprentissage et la pratique éducative, en promouvant une approche plus large et plus contextualisée de l'enseignement des mathématiques. Soulignant l'importance de l'activité humaine dans la construction de la connaissance, la Théorie de l'Objectivation offre de nouvelles perspectives aux chercheurs et aux éducateurs souhaitant promouvoir un enseignement des mathématiques plus significatif et plus efficace.

Le sixième article s'intitule « **CONSTRUCTION DE MODÈLES EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES : L'EXEMPLE DE LA TSD ET DES ÉTUDES SÉMIOTIQUES** », par Isabelle **BLOCH** et Patrick **GIBEL**. Le texte questionne le développement de modèles en didactique des mathématiques en abordant leur application dans différentes dimensions. Les auteurs soulignent la complexité de la construction et de l'utilisation des modèles didactiques, notamment pour amener les élèves aux savoirs visés. Ils signalent l'importance de la dimension épistémologique dans l'organisation de l'enseignement des concepts mathématiques, l'analyse des conceptions des élèves d'un point de vue social et institutionnel, ainsi que la difficulté de comprendre et de s'approprier les signes scientifiques dans la dimension sémiotique. A travers les critères de recherche et les schémas de développement des situations mathématiques, des réflexions sont proposées sur l'évolution des modèles didactiques et leur efficacité à guider les élèves vers les concepts visés. Les auteurs montrent l'intérêt et l'importance de l'apport et de la prise en compte de la sémiotique de Peirce au sein de la TSD, en proposant une articulation raisonnée entre ces deux théories. Cela leur permet notamment d'aborder la question de la validité des modèles didactiques et de ce que peut être un résultat de recherche. L'importance de la formation des enseignants est soulignée comme un élément clé dans la mise en œuvre d'approches favorisant une compréhension plus

profonde et plus stable des concepts mathématiques, à travers des situations d'enseignement qui stimulent l'autonomie et le raisonnement des élèves dans différents contextes éducatifs.

Ensuite, Viviane **DURAND-GUERRIER** et Nicolas **SABY** présentent « **USAGES DE LA THÉORIE DES CHAMPS CONCEPTUELS EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES. L'EXEMPLE DE LA TRANSITIVITÉ** », en soulignant les utilisations de la Théorie des Champs Conceptuels (TCC) dans la recherche, avec un accent sur la transitivité. Le résumé aborde l'importance de la transitivité et de la relation de pré-ordre, d'un point de vue épistémologique et didactique, en explorant sa pertinence dans la construction du schéma de comptage depuis l'école primaire jusqu'aux premiers cours universitaires. Les auteurs soulignent la nécessité de poursuivre l'étude de ces questions, y compris dans l'enseignement secondaire. Dans l'introduction, ils situent leur recherche dans la Théorie des Champs Conceptuels, en particulier lorsqu'ils étudient le développement des concepts tout au long du curriculum. Ils soulignent l'approche de Vergnaud, qui met l'accent sur l'évolution des concepts à travers la relation entre les connaissances opérationnelles et prédictives, ainsi que sur la dialectique entre le concept-en-acte et le concept mathématique. Dans la conclusion, des analyses sont présentées, qui démontrent l'importance de la transitivité dès les premières étapes de l'apprentissage à l'école primaire, en particulier dans la construction du schéma de comptage. La nécessité d'explorer les relations de pré-ordre et la transitivité de manière plus explicite dans l'enseignement secondaire est soulignée, étant donné que ces concepts ne sont souvent pas clairement abordés dans les programmes scolaires. Une étude écologique est proposée pour identifier les opportunités de travailler sur ces concepts en classe, en vue d'enrichir l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée.

Le huitième article, intitulé « **LA RELATIVITÉ INSTITUTIONNELLE DES ORGANISATIONS MATHÉMATIQUES** », écrit par Yves **MATHERON**, propose une analyse approfondie de la manière dont les mathématiques sont organisées et appliquées dans différents contextes institutionnels, en mettant l'accent sur la transposition didactique. **MATHERON** introduit l'article en s'interrogeant sur la manière dont les mathématiques sont organisées dans différents contextes institutionnels, et sur la manière dont elles satisfont les besoins associés aux tâches qui définissent une institution, qu'elles soient didactiques ou professionnelles. **MATHERON** remet en question l'idée selon laquelle les objets mathématiques sont intangibles et identiques à eux-mêmes, indépendamment du temps, du lieu et de l'institution. Il soutient au contraire que l'organisation mathématique est variable et dépend du contexte institutionnel. L'objectif principal de l'article est d'analyser la relativité des organisations mathématiques autour d'un même objet mathématique, en utilisant le théorème de Thalès comme exemple. L'auteur explore comment différents ouvrages mathématiques, des *Éléments* d'Euclide aux manuels modernes, révèlent la diversité des approches et des organisations autour d'un théorème spécifique. **MATHERON** adopte une approche clinique de l'analyse des organisations mathématiques, en confrontant les observations aux références théoriques fournies par les mathématiques et la théorie anthropologique de la didactique. Il examine des ouvrages qui utilisent des concepts tels que les espaces affins, les vecteurs et l'algèbre linéaire. Tout au long de l'article, l'auteur discute de l'évolution des organisations mathématiques autour d'un même théorème, en soulignant l'influence des différentes institutions et approches méthodologiques. Il observe comment les différentes formulations d'un même théorème reflètent les organisations mathématiques qui les ont précédées et celles à



venir. Dans sa conclusion, MATHERON signale l'importance de comprendre la relativité institutionnelle des organisations mathématiques, notamment en ce qui concerne l'enseignement de la géométrie et l'application pratique des théorèmes mathématiques dans des contextes professionnels. Il insiste sur la nécessité d'une approche flexible et adaptative qui tienne compte de la diversité des institutions et des besoins associés aux mathématiques dans différents contextes. L'article contribue à une meilleure compréhension de la nature dynamique et contextuelle des mathématiques, en démontrant comment les différents contextes institutionnels influencent l'organisation et l'application des concepts mathématiques. Il souligne également l'importance d'une approche réflexive et critique de l'enseignement et de la pratique des mathématiques, en reconnaissant la diversité des perspectives et des approches dans ce domaine.

Alain **KUZNIAK**, Elizabeth **MONTOYA DELGADILLO** et Laurent **VIVIER** proposent dans l'article 9, intitulé « **LA DUALITÉ SAVOIR-FAIRE DANS LA THÉORIE DES ESPACES DE TRAVAIL MATHÉMATIQUES** », une présentation de la Théorie des Espaces de Travail Mathématiques (ETM), un cadre conceptuel qui cherche à caractériser le travail mathématique effectué par les individus dans des contextes éducatifs. Cette théorie prend en compte trois dimensions essentielles : sémiotique, instrumentale et discursive. Ces dimensions sont cruciales pour comprendre comment les savoirs mathématiques sont construits, partagés et appliqués dans différents contextes. Les auteurs adoptent et utilisent des exemples concrets du Chili et de la France pour illustrer leurs arguments. La Théorie des ETM prend en charge la dialectique entre savoir et connaissance et les enjeux qu'elle soulève en distinguant entre les plans épistémologique et cognitif. L'article apporte des contributions significatives au domaine de l'enseignement des mathématiques, en fournissant un cadre conceptuel solide pour comprendre la relation entre savoir et connaissance. Il souligne l'importance de reconnaître les connaissances individuelles dans la pratique éducative et la nécessité de développer des ETM appropriés qui peuvent faciliter une intégration efficace entre les connaissances personnelles des étudiants et les attentes du système éducatif. L'article encourage une réflexion critique sur la nature de la connaissance mathématique et sa transmission dans les contextes éducatifs. Il soulignant l'importance d'une approche holistique et intégrée de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques.

L'article numéro 10, intitulé « **EPISTEMOLOGICAL MODELS OF MATHEMATICAL STRUCTURALISM IN THE FRENCH DIDACTIC TRADITION** », écrit par Thomas **HAUSBERGER**, aborde des questions clés liées à l'enseignement et à l'apprentissage du structuralisme mathématique dans le contexte universitaire. En explorant l'intersection entre les différents cadres théoriques de la didactique des mathématiques, l'auteur cherche à mieux comprendre les phénomènes complexes qui imprègnent ce domaine. L'objectif principal de l'article est de discuter de la spécificité et de la complémentarité de deux références théoriques importantes dans la tradition didactique française : la Théorie des Situations Didactiques (TSD) et la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD). L'analyse de ces cadres, en particulier en ce qui concerne la théorisation du savoir et les positions épistémologiques adoptées, permet de mieux comprendre les défis rencontrés dans l'enseignement de structures axiomatiques abstraites, telles que la théorie des groupes. **HAUSBERGER** soutient que la compréhension de l'épistémologie du structuralisme mathématique est cruciale pour développer des approches d'enseignement efficaces. En ce sens,

il propose des modèles d'enseignement innovants, tels que l'ingénierie des banquets, qui vise à faciliter l'assimilation de la pensée structuraliste par les étudiants. Ces modèles sont fondamentaux pour transposer les savoirs mathématiques dans un contexte éducatif plus accessible et compréhensible. L'analyse des données recueillies révèle des informations précieuses sur les phénomènes didactiques liés à l'enseignement du structuralisme mathématique. L'interaction entre les cadres théoriques de la TSD et de la TAD enrichit non seulement la compréhension de ces phénomènes, mais stimule également des réflexions méthodologiques et épistémologiques plus profondes. Le dialogue entre ces cadres remet en question les concepts établis et ouvre de nouvelles perspectives de recherche dans le domaine de l'enseignement des mathématiques. HAUSBERGER souligne l'importance d'une approche interdisciplinaire et réflexive de l'étude de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques au niveau universitaire. En plus de contribuer à l'avancement des connaissances dans ce domaine, la tradition didactique française, enrichie par cette recherche, participe à leur diffusion internationale. Cet article illustre la complexité et l'importance du travail pédagogique dans la promotion de la pensée critique et analytique des étudiants, en particulier dans des domaines aussi fondamentaux que le structuralisme mathématique.

Par ailleurs, « **MODÉLISATION DES SAVOIRS DANS LE CADRE DE L'APPRENTISSAGE PAR PROBLÉMATISATION ET CONSÉQUENCES DIDACTIQUES** », écrit par Magali HERSANT, offre une analyse approfondie de la modélisation des connaissances dans le contexte de l'apprentissage problématisé, en se concentrant là aussi particulièrement sur l'enseignement des mathématiques. L'auteure souligne l'importance cruciale de comprendre les connaissances construites au cours du processus d'apprentissage et leur relation avec le domaine scientifique de référence. Elle souligne que la modélisation des savoirs joue un rôle fondamental en tant que médiateur entre la discipline de référence et la discipline scolaire, contribuant non seulement à la compréhension du processus d'enseignement-apprentissage, mais aussi à l'élaboration d'une base scientifique solide pour les études didactiques. Le cadre de l'apprentissage par problématisation (CAP), développé à l'origine pour l'enseignement des sciences de la vie et de la terre (SVT), est présenté comme cadre théorique qui met l'accent sur la construction du problème en tant qu'élément central de la construction de la connaissance. L'article explore les motivations qui ont conduit à l'adoption du CAP dans l'enseignement des mathématiques, et examine en détail la modélisation des savoirs dans ce contexte ainsi que ses implications didactiques, en particulier en ce qui concerne la gestion des débats et des mises à jour. HERSANT illustre les conditions didactiques offertes par le CAP à l'aide d'exemples pratiques tirés de l'enseignement des SVT et des mathématiques, mettant en évidence l'applicabilité et l'efficacité de ce modèle dans différents domaines disciplinaires. L'un des exemples présentés est l'étude pionnière de l'auteure sur l'apprentissage de l'idée d'impossibilité en mathématiques par des élèves de 8 à 11 ans. HERSANT montre comment la modélisation des savoirs dans le cadre du CAP influence la conception de séquences d'enseignement. Dans sa conclusion, elle souligne l'intérêt de ce cadre pour aborder l'apprentissage de la résolution de problèmes en mathématiques en combinant la construction de savoirs et la construction de problèmes. L'auteure signale l'importance d'identifier les savoirs spécifiques liés à la résolution de problèmes mathématiques, et met en évidence la pertinence du concept d'épistémologie régionale de Bachelard dans ce contexte. En outre, HERSANT souligne comment la modélisation des savoirs dans le CAP offre des conditions favorables à la conception de situations d'apprentissage, en complément d'autres références didactiques. Elle

mentionne également des outils intéressants offerts par ce cadre pour analyser l'activité des élèves et identifier les ressources qu'ils mobilisent dans l'optique de résoudre des problèmes mathématiques à différents niveaux d'enseignement.

Rédigé par Marc **ROGALSKI**, Aline **ROBERT** et Janine **ROGALSKI**, l'article 12, intitulé « **DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES : DE QUESTIONS EMPIRIQUES À DES CHOIX SYSTÉMATIQUES DE COMPRÉHENSION DE L'ENSEIGNEMENT** », offre une analyse approfondie des défis rencontrés dans l'enseignement des mathématiques, et propose des approches systématiques pour comprendre et aborder ces questions au travers d'une double approche, qui relie à la fois didactique et préoccupations ergonomiques. L'introduction de l'article met en lumière la complexité de cet enseignement, en soulignant les difficultés récurrentes auxquelles élèves et enseignants font face dans le processus éducatif. Les « apports empiriques », qui sont des observations et des situations pratiques issues de l'environnement éducatif, servent de point de départ aux réflexions présentées. D'autres, questions, telles que les transitions entre les différents niveaux d'enseignement ou encore les changements dans les cursus et les programmes éducatifs, sont abordées en détail. Ces questions ne reflètent pas seulement la dynamique du système éducatif, mais soulignent également le besoin pressant de développer des stratégies pédagogiques efficaces. L'approche proposée par les auteurs souligne l'importance de considérer trois perspectives principales : les mathématiques elles-mêmes, les pratiques des enseignants et les activités des élèves en classe. En intégrant ces trois éléments, les chercheurs visent à fournir une compréhension plus complète du processus d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Cette approche holistique reconnaît l'interaction dynamique entre les différentes variables éducatives. Un aspect central de l'article est l'analyse détaillée d'exemples pratiques, tels que l'enseignement de l'intégrale et du théorème de Thalès, qui illustrent la manière dont les approches pédagogiques peuvent être appliquées en classe. Cependant, l'article reconnaît également les défis et les limites rencontrés dans le processus de mise en œuvre d'approches innovantes de l'enseignement des mathématiques. Des facteurs tels que les changements rapides dans les programmes d'enseignement, les contraintes de temps et les difficultés dans la formation des enseignants représentent des obstacles importants à surmonter. Malgré ces défis, les auteurs défendent l'importance de continuer à développer et à rechercher de nouvelles stratégies pédagogiques susceptibles d'améliorer la qualité de l'enseignement des mathématiques et de promouvoir un apprentissage plus efficace des élèves. L'article souligne le rôle fondamental des chercheurs en didactique des mathématiques dans l'identification et la résolution de problèmes éducatifs complexes. En collaborant avec les enseignants, les étudiants et les établissements d'enseignement, ces derniers peuvent apporter une contribution significative à l'avancement de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques, en aidant à créer un environnement éducatif plus inclusif, plus dynamique et plus efficace.

L'article 13, « **ANALYSE DU SAVOIR EN JEU DANS L'ACTION DIDACTIQUE CONJOINTE : LE CAS DE L'OBSERVATION DES PHASES DE LA LUNE** », propose une analyse approfondie de l'interaction entre enseignants et élèves lors d'activités didactiques. Partant de la Théorie des Situations Didactiques (TSD), les auteurs Alain **MERCIER**, Maria **POLO** et Sebastiana **LAI** montrent comment le questionnement de certains présupposés de cette théorie conduit à l'émergence de la Théorie de l'Action Conjointe en Didactique (TACD). Ils soulignent que la compréhension des pratiques pédagogiques et des interactions entre les



enseignants et les étudiants est fondamentale pour une compréhension globale des processus éducatifs. En ce sens, l'analyse des connaissances impliquées dans l'action didactique conjointe cherche à identifier les différentes connaissances mobilisées par les élèves au cours de l'observation des phases de la lune, et la manière dont ces connaissances se modifient dans l'élaboration de modèles dans un va-et-vient entre modèles et monde sensible. Une approche collaborative entre les enseignants et les élèves est considérée comme essentielle pour promouvoir une compréhension plus profonde des concepts et faciliter un apprentissage significatif. Les auteurs affirment que l'action conjointe des enseignants et des élèves crée un environnement favorable à la construction collective des connaissances, où les perspectives individuelles sont valorisées et intégrées dans le processus d'enseignement et d'apprentissage. Reconnaître et valoriser les différentes formes de connaissances présentes dans la classe est fondamental pour créer des expériences éducatives plus significatives et promouvoir le développement global des élèves. Le texte conclut sur la nécessité de promouvoir une culture de collaboration et d'engagement entre enseignants et élèves. En créant un environnement d'apprentissage dynamique et inclusif, les enseignants peuvent offrir des expériences éducatives plus enrichissantes et favoriser la réussite scolaire et personnelle des élèves. Ce texte offre ainsi un aperçu précieux des pratiques pédagogiques et des interactions en classe, soulignant l'importance d'une approche réfléchie et centrée sur l'élève dans le développement de pratiques éducatives efficaces. En reconnaissant et en valorisant les perspectives des élèves, les enseignants peuvent créer un environnement d'apprentissage qui inspire la curiosité, favorise la pensée critique et stimule le développement académique et personnel.

Dans l'avant-dernier article, intitulé « **DIMENSIONS EPISTÉMOLOGIQUE ET DIDACTIQUE DE LA DÉFINITION FORMELLE DE LA NOTION DE LIMITE D'UNE FONCTION RÉELLE** », les auteurs, Cheick Oumar **DOUMBIA**, Saddo **AG ALMOULOU** et Luiz Márcio **FARIAS** développent leurs réflexions à partir d'une enquête épistémologique exploratoire, menée auprès d'enseignants et de futurs enseignants du secondaire, et d'une analyse détaillée de la définition formelle de la limite. L'étude souligne l'importance de comprendre la limite non seulement dans son contexte historique et épistémologique, mais aussi dans son application pratique dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. L'analyse épistémologique fournit une base solide pour saisir les processus impliqués dans l'acquisition et le développement des connaissances relatives à la limite d'une fonction réelle. Par ailleurs, l'analyse didactique permet d'identifier les défis et les obstacles rencontrés par les étudiants au cours du processus d'apprentissage de ce concept. L'un des principaux résultats de l'étude est la prise de conscience que la compréhension intuitive de la limite prévaut souvent chez les étudiants, devenant un obstacle important à une compréhension plus profonde et plus précise du concept. Bien que l'introduction de la définition formelle soit essentielle, elle est fréquemment abordée de manière superficielle, sans une analyse détaillée qui permette aux étudiants de comprendre pleinement son importance et son application. Par conséquent, une analyse détaillée de la définition formelle est fondamentale pour minimiser les obstacles épistémologiques et aider les étudiants à attribuer une signification mathématique solide au concept de limite. Cela implique la création de situations d'apprentissage qui requièrent l'application du concept de limite et sa connexion explicite avec la définition intuitive, promouvant une compréhension plus profonde et plus significative du concept. Les auteurs soulignent également l'importance de la formation des enseignants dans ce contexte, en insistant sur la nécessité pour les éducateurs de bien comprendre la définition

formelle de la limite et les obstacles éventuels auxquels les élèves peuvent être confrontés au cours du processus d'apprentissage. Une approche plus consciente et plus approfondie de la définition formelle de la limite peut améliorer de manière significative l'efficacité de l'enseignement. Ainsi, l'article fournit un aperçu complet des dimensions épistémologiques et didactiques de la notion de limite d'une fonction réelle, signalant les apports de cet abordage de l'enseignement d'un tel concept fondamental en mathématiques.

Enfin, le texte « **APRENDER A ENSEÑAR DESDE LA FORMACIÓN PERMANENTE DE PROFESORES CON DISTINTOS REGISTROS SEMIÓTICOS DE REPRESENTACIÓN** » traite de la formation continue des enseignants en mettant l'accent sur la résolution de problèmes, et en soulignant l'importance de prendre en compte la variété des formes de représentation sémiotique des objets mathématiques. L'objectif de l'étude de Miguel **DELGADO PINEDA** est d'aborder un problème pédagogique en résolvant des problèmes mathématiques, tenant compte de la loi de l'effort pédagogique minimal et du principe de stimulus et de réponse qui régit l'activité mentale. L'auteur souligne l'importance de fournir des stimuli adéquats pour promouvoir une réponse active de la part des enseignants pendant la formation, en évitant les approches traditionnelles qui ne tiennent pas compte de l'expérience antérieure des éducateurs. L'approche proposée par l'auteur consiste à présenter des problèmes mathématiques relativement simples mais suffisamment stimulants pour susciter la réflexion et l'engagement des enseignants. Ces problèmes servent de point de départ à ces derniers pour explorer les différentes formes de représentation des objets mathématiques et développer des méthodes de résolution appropriées à chaque registre sémiotique. Un élément clé de la proposition consiste à analyser les méthodes utilisées par les enseignants pour résoudre les problèmes éducatifs, en tenant compte de la manière dont les élèves enregistrent les objets mathématiques et tentent de résoudre les problèmes. Cette analyse vise à élargir les perspectives d'enseignement de l'enseignant et à promouvoir une approche plus flexible et adaptative de la manière dont les élèves pensent et apprennent les mathématiques. L'auteur souligne que la formation continue des enseignants ne doit pas se contenter de fournir des théories et des concepts abstraits, mais aussi des outils pratiques et des exemples concrets qui peuvent être appliqués directement à la pratique de l'enseignement. L'accent est mis sur l'importance de reconnaître l'expérience et l'expertise des enseignants, tout en élargissant leurs compétences et leurs perspectives par la résolution de problèmes et l'exploration de différents registres sémiotiques de représentation. L'auteur conclue en soulignant l'importance d'une approche pratique et ciblée de la formation continue des enseignants, en insistant sur la nécessité de reconnaître et de valoriser la pratique de l'enseignement tout en encourageant le développement professionnel et la réflexion sur la pratique. Avec une approche centrée sur la résolution de problèmes et l'exploration de différentes formes de représentation mathématique, les enseignants peuvent améliorer leurs compétences pédagogiques et promouvoir une compréhension plus significative et plus profonde des mathématiques de la part de leurs élèves.

Les différentes réflexions présentées dans ce numéro thématique de *Caminhos da Educação Matemática em Revista-CEMeR* révèlent une diversité d'approches imprégnant l'étude du savoir mathématique et de sa transmission. Les articles regroupés offrent un aperçu important des théories et des pratiques qui influencent l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. De l'exploration des théories TO, TSD, ETM, TACD, TAD, TCC, APP, double approche, entre autres, aux différentes analyses selon plusieurs perspectives, chaque

contribution met en évidence la complexité intrinsèque des interactions entre les savoirs, les savoir-faire et les connaissances, les pratiques éducatives et le contexte institutionnel. Il est donc essentiel de reconnaître que la connaissance mathématique n'est pas statique, mais plutôt une construction dynamique qui se façonne et s'adapte aux exigences et aux changements sociaux, culturels et pédagogiques. L'approche critique et réflexive présentée par les auteurs nous invite non seulement à repenser nos pratiques d'enseignement, mais aussi à considérer les implications éthiques, sociales et culturelles de l'enseignement des mathématiques. Les textes rassemblés dans ce dossier thématique ne se contentent pas d'offrir des perspectives et des analyses aux chercheurs et aux enseignants en mathématiques ; ils nous incitent également à remettre en question et à imaginer à nouveaux frais les paradigmes établis dans le domaine de la didactique des mathématiques. En reconnaissant et en valorisant la diversité des approches, des perspectives et des contextes éducatifs, nous pouvons promouvoir des pratiques pédagogiques plus inclusives, plus significatives et plus efficaces. Par conséquent, en plus d'enrichir notre compréhension de la nature et de l'objectif de l'enseignement des mathématiques, les travaux présentés ici nous invitent à rechercher constamment de nouvelles formes d'engagement et d'apprentissage à l'intérieur et à l'extérieur de la salle de classe. En reconnaissant l'importance de la réflexion critique et du dialogue collaboratif, nous serons mieux préparés pour relever les défis et saisir les opportunités qui se présentent dans le paysage éducatif contemporain.

Pierre **JOB** – *Éditeur Invité*<sup>1</sup>

Luiz Marcio **FARIAS** – *Éditeur Invité*<sup>2</sup>

Laerte **FONSECA** – *Éditeur de Patron*<sup>3</sup>

Estaner Claro **ROMÃO** – *Rédacteur en Chef Adjoint*<sup>4</sup>

Paulo Rogério Miranda **CORREIA** – *Rédacteur en Chef Adjoint*<sup>5</sup>

---

<sup>1</sup> Chargé de cours à l'ICHEC Brussels Management School. E-mail: pierre.job@gmail.com

<sup>2</sup> Enseignant-chercheur – IHAC-UFBA, Faculté d'éducation de l'UFBA et Programme de troisième cycle en éducation et Programme de troisième cycle en enseignement, philosophie et histoire des sciences de l'UFBA/UEFS, LIG-UGA, LIRDEF-UM. E-mail: lmsfarias@ufba.br

<sup>3</sup> Professeur Professeur Agrégé à l'Emil Brunner World University – Floride/États-Unis. Professeur Titulaire de Éducation Mathématiques de l'Institut Fédéral de Sergipe. Professeur du Programme Supérieur d'Enseignement des Sciences et de Mathématiques à l'Université Fédérale de Sergipe. E-mail: laerte.fonseca@ifs.edu.br

<sup>4</sup> Professeur Professeur Agrégé à l'Université de São Paulo. Professeur à l'École d'Ingénierie de Lorena. E-mail: estaner23@usp.br

<sup>5</sup> Professeur Professeur Agrégé à l'Université de São Paulo. Professeur à l'École des Arts, des Sciences et des Sciences Humaines de l'Université de Sao Paulo. E-mail: prmc@usp.br