



MAYRA ALEJANDRA JIMÉNEZ-  
CONSUEGRA<sup>1</sup>,  
Colombia.  
MARCEL DAVID POCHULU<sup>2</sup>,  
Argentina

## Relación entre la Idoneidad Epistémica y el Potencial Matemático en Tareas de Área de Figuras Compuestas

### *Relationship between Epistemic Suitability and Mathematical Potential in Composite Figure Area Tasks*

#### RESUMEN

En este artículo se presenta un estudio de la idoneidad epistémica y el potencial matemático de las tareas que atienden el cálculo de área de figuras compuestas en libros de texto de secundaria en México. Los diez textos analizados son los proporcionados por la secretaria de Educación Pública (SEP), mediante la comisión nacional de libros de textos gratuitos. Los lineamientos teóricos y metodológicos están basados en las herramientas del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS). En particular, se usa la noción de configuración epistémica como herramienta de análisis y se hace una propuesta de criterios de idoneidad epistémica específicos para el área de figuras compuestas. Los resultados señalan que la valoración alta o baja de la idoneidad epistémica de estas tareas, se encuentran íntimamente ligado al potencial matemático de las mismas. Por esto, se expone la necesidad de rediseñar las tareas con baja idoneidad, de modo que se logre en la resolución, poner en juego de forma articulada los objetos primarios (conceptos, propiedades, procedimientos, argumentos, lenguaje) que aseguran un aprendizaje significativo.

**Palabras clave:** *Idoneidad epistémica, cálculo área, figuras compuestas.*

#### ABSTRACT

This article presents a study with the objective of evaluating the epistemic suitability of the tasks that attend to the calculation of the area of figures composed in secondary school textbooks. The ten texts analyzed are those provided by the Secretary of Public Education (SEP), through the national commission of free textbooks. The theoretical and methodological guidelines are based on the theoretical constructs of the Onto-semiotic Approach to Knowledge and Mathematical Instruction (EOS). In particular, the notion of epistemic configuration is used as an analysis tool and the criteria of epistemic suitability to carry out the evaluations. The results indicate that the high or low evaluation of the epistemic suitability of these tasks is closely linked to the mathematical potential of the tasks. For this reason, the need to redesign the tasks that lack suitability is exposed, so that the resolution is achieved, articulately bringing into play the primary objects (concepts, properties, procedures, arguments, language) that ensure significant learning of the concept.

**Keywords:** Epistemic suitability, area calculation, composite figures.

<sup>1</sup> Universidad de la Costa, Colombia  
<sup>2</sup> Universidad Nacional de Villa María,  
Argentina

#### Correspondencia:

<sup>1</sup>mjimenez74@cuc.edu.co  
<sup>2</sup>mpochulu@unvm.edu.ar

Recibido el 04/12/2023  
Aprobado en 04/01/2024



## INTRODUCCIÓN

Investigaciones recientes en el campo de la educación matemática se han enfocado no solo en los problemas que surgen en la enseñanza y aprendizaje en el aula de clases, sino en el tipo de materiales y herramientas que utiliza el profesor, tales como: los libros de textos, el material didáctico, el tipo de tareas y actividades que se proponen en la clase para que el estudiante alcance los logros de acuerdo con los aprendizajes esperados, entre otros. Por esta razón, varios estudios realizan análisis de los textos que usualmente los profesores utilizan en la clase, centrando la atención en los contenidos, los problemas y los ejercicios propuestos.

En este sentido, recobra importancia el tipo de tareas que se proponen en la clase de matemáticas, puesto que, como expresan (POCHULU; FONT; RODRÍGUEZ, 2016, p. 76), “las tareas son las situaciones que el profesor propone (problema, investigación, ejercicio, etc.), a los alumnos, y son además el punto de partida de su actividad, la cual, a su vez, produce como resultado su aprendizaje”. De hecho, estos autores mencionan que el diseño y análisis de tareas debe considerarse un aspecto clave para conseguir una enseñanza de calidad.

Algunas investigaciones se han centrado en analizar las tareas y contenidos que plantean los libros de texto de matemáticas, donde se realizan juicios de valor, que giran en torno a si estos son adecuados para alcanzar los aprendizajes esperados en el grado escolar para el que fueron diseñados. En OLIVER et al., (2003), fijan la atención en la geometría, y reportan que normalmente los libros de texto suelen disponer de tres o cuatro unidades sobre esta parte de las matemáticas, además de la existencia de diferencias tanto en la cantidad como en la calidad de las actividades que se presentan. El mismo estudio reveló que se proponen pocas actividades geométricas, las cuales no inducen a la formación de conceptos, sino que éstos

simplemente se enuncian (se comunican) con escasos ejemplos.

Lo anterior resulta preocupante debido a que la geometría es una rama importante dentro de las matemáticas, se encuentra en nuestro entorno inmediato y es la que modela el espacio que percibimos, razón por la cual es la matemática del espacio. Además, la geometría ofrece a quien la aprende, una oportunidad para emprender un viaje hacia formas superiores de pensamiento, promoviendo el desarrollo de la percepción del espacio, la capacidad de visualización y de abstracción (GARCÍA; LÓPEZ, 2011).

Por otro lado, la literatura resalta que uno de los temas geométricos en los que se presentan dificultades durante su enseñanza es el de cálculo de áreas. Una de las dificultades más evidentes es el uso inadecuado de los términos área y superficies, debido a que están íntimamente relacionados, pero hacen referencia a conceptos distintos (GODINO; BATANERO; ROA, 2002). Asimismo, la enseñanza de la medida de superficies pareciera limitarse al cálculo directo del área usando simplemente las fórmulas (CASTRO; FLORES; SEGOVIA, 1997). Usualmente se enseña al estudiante a calcular áreas, pero no a explicar, argumentar y entender las implicaciones que tiene la relación que se establece entre las dimensiones de una figura cuando se realiza este cálculo.

En consecuencia, resulta necesario seguir investigando en torno al área como objeto matemático, debido a que este tópico juega un papel relevante en la construcción de otros conceptos matemáticos como las fracciones, la integración, los porcentajes, el volumen, etc. A su vez, contribuye en el desarrollo de destrezas y habilidades matemáticas como la resolución de problemas, el razonamiento, la argumentación y la visualización (GONZÁLEZ; MARMOLEJO, 2015).



En este mismo sentido, el (INEE, 2015) señala que en las Pruebas Planeas de matemáticas en México, la mayoría de los estudiantes de secundaria pudieron solucionar problemas que implicaban estrategias de conteo básicas (visuales), o que suponían comparar o realizar cálculos con números naturales. Sin embargo, cerca del 65.4 % no lograron resolver problemas con números fraccionarios o decimales, o calcular el perímetro del círculo y las áreas de figuras compuestas, entre otras habilidades y conocimientos.

Considerando que los profesores recurren habitualmente a los libros de texto para seleccionar problemas y actividades, lo anteriormente expuesto lleva a cuestionar el tipo de tareas que están presentes en ellos para el tratamiento del cálculo de áreas de figuras compuestas. Sobre todo, interesa determinar si estas tareas promueven la argumentación y el uso de propiedades, procedimientos, proposiciones y diversas formas de expresión para la resolución de las situaciones problemas, o solamente inducen al uso indiscriminado de procedimientos y rutinas.

De acuerdo con lo expresado anteriormente, se propuso estudiar la idoneidad epistémica y el potencial matemático de las tareas que atienden el cálculo de área de figuras compuestas en los libros de secundaria en México, que permitan establecer una relación entre las mismas, de manera que se contribuya con el rediseño y diseño de las tareas que se proponen al abordar este objeto matemático.

## FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Esta investigación está fundamentada teórica y metodológicamente en el enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) como línea de la matemática educativa. Si bien es un sistema modular bastante amplio, en este apartado se describen los aspectos y herramientas centrales que se tuvieron en cuenta en este estudio.

Asimismo, se complementa con la noción de tarea que proponen (POCHULU; FONT; RODRÍGUEZ, 2016).

La noción de idoneidad didáctica, según (GODINO, 2017), es el grado en que un proceso de instrucción matemática o parte de este reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles. Para ello, se requiere la articulación coherente y sistémica de seis facetas o dimensiones: epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional. No obstante, este estudio centra la atención en la dimensión epistémica, la cual alude al conocimiento didáctico-matemático sobre el propio contenido. Es decir, para el EOS la diversidad de significados que pueden tener los objetos matemáticos según los distintos marcos institucionales y contextos de uso.

Más específicamente, la noción de idoneidad epistémica, según (GODINO, 2013), se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia. Para el EOS la noción de significado no se usa en el sentido habitual de la misma palabra, como la definición de un objeto, sino que está asociada al conjunto de prácticas operativas y discursivas puestas en juego al resolver una situación-problema.

En la tabla 1 se presentan los componentes e indicadores relevantes que hacen operativa la noción de idoneidad epistémica, propuestos en GODINO (2013). Los mismos se tuvieron en cuenta, junto con el significado de referencia, para la elaboración de criterios específicos que permiten la valoración de las tareas que atienden el cálculo de área de figuras compuestas.



Tabla 1 – Componentes e indicadores de idoneidad epistémica (GODINO, 2013, p.119)

Componente	Indicadores
Situaciones-problemas	-Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación. -Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)
Lenguaje	-Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica), traducciones y conversiones entre los mismos. -Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige.
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	-Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen. -Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado. -Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos.
Argumentos	-Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen. -Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar -Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar
Relaciones	-Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí. -Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas

Otro elemento teórico que se tuvo en cuenta en esta investigación es la noción de tarea, que de acuerdo con POCHULU, FONT Y

RODRÍGUEZ (2016) está conformada por tres partes: una consigna, un contexto y el objetivo, las cuales mantienen una coherencia entre ellas (ver figura 1.)

Figura 1 – Partes de una tarea



Fuente: Pochulu (2016)

## METODOLOGÍA

La investigación se enmarca en una metodología cualitativa (HERNÁNDEZ; FERNÁNDEZ; BAPTISTA, 2014) de tipo exploratorio, descriptivo y no experimental, el cual se llevó a cabo en cuatro fases: 1) La selección de los libros de texto; 2) Construcción del significado de referencia; 3) Establecimiento de criterios de idoneidad epistémica específicos para el área de figuras compuestas; 4) Determinación de la idoneidad epistémica y potencial matemático de las tareas. Para las tres primeras frases se describe globalmente los procedimientos realizados y para la cuarta, por considerarse la más relevante, los principales resultados.

### La selección de los libros de textos

Los libros de textos tenidos en cuenta para este estudio son proporcionados por la comisión Nacional de Libros de Textos Gratuitos (Conaliteg) y aprobados por la Secretaría de Educación Pública de México (SEP). Los 10 libros seleccionados hacen parte de la colección de 31 ejemplares para Matemáticas II (primer criterio de selección) y eran los más recientes para el año 2018 (segundo criterio de selección). La tabla 2 muestra algunos detalles de los libros de textos cuyas tareas fueron objeto de estudio.



Tabla 2 – Libros de textos seleccionados para el estudio

Código y nombre del libro	Año de Edición
S00143- Matemáticas 2. Construyo y aprendo matemáticas	2014
S00144- Matemáticas 2. Desafíos matemáticos	2014
S00145- Matemáticas 2. Segundo grado	2014
S22004- Retos matemáticos 2	2014
S00140-MatemáticaMente 2. Desarrollo y fortalecimiento de competencias	2014
S22002- Convive con las matemáticas 2	2015
S00175- Matemáticas 2.	2015
S00174- Matemáticas 2. Habilidades y competencias	2015
S00196- Matemáticas 2. Integral	2015
S22013- Matemáticas 2. Por competencias	2016

Fuente: Elaboración Propia (2023)

### **Establecimiento de criterios de idoneidad epistémica específicos**

Los criterios de idoneidad epistémica específicos para la valoración de las tareas de área de figuras compuestas se establecieron teniendo en cuenta el significado de referencia y los criterios de idoneidad epistémica generales establecidos en (GODINO, 2013)

### **Determinación de la idoneidad epistémica y potencial matemático de las tareas**

La discusión se realiza en torno a tres tipos de tareas identificadas: 1) tareas con potencial matemático rico e idoneidad epistémica alta, 2) tareas con idoneidad epistémica intermedia y 3) tareas con potencial matemático e idoneidad epistémica baja. El análisis de las tareas se hace teniendo en cuenta la resolución de las mismas, identificando los objetos primarios emergentes o

intervinientes, el señalamiento de los conflictos semióticos (si los hay). Posteriormente, se establece su configuración epistémica y por último, se valora la idoneidad teniendo en cuenta los criterios específicos establecidos.

## **RESULTADOS Y DISCUSIONES**

Se aborda, en primera instancia, la construcción del significado de referencia del área de figuras compuestas. Posteriormente, se presenta una propuesta de criterios de idoneidad epistémica específicos para este contenido, los cuales se utilizan seguidamente para la valoración de las tareas. Es necesario resaltar que solamente se muestran algunas consignas representativas y no todas las que presentan los libros para atender este tema.

El significado de referencia (prácticas operativas y discursivas que realiza un sujeto a propósito de un objeto matemático) construido para este estudio, revela que el área ha sido uno de los conceptos matemáticos importantes a través de la historia, que impulsó no solo estudios de tipo geométrico sino también a nivel del cálculo. Además, hay que agregar que la forma de enseñar este concepto puede favorecer el desarrollo de habilidades y destrezas matemáticas, así como la construcción de otros conceptos matemáticos (MARMOLEJO; GONZÁLEZ, 2015). De esta manera, el cálculo de áreas en general involucra procesos de comparación y estimación, así como habilidades tales como el razonamiento, la argumentación y la resolución de problemas al momento de enfrentar situaciones que implican este objeto matemático.

Los significados asociados al concepto de área encontrados, de acuerdo con los contextos de uso, fueron cuatro: el área como cantidad de plano ocupado por la superficie, el área como magnitud autónoma, el área como número de unidades que recubren la superficie y el área como producto de dos dimensiones lineales (CORBERAN, 1997).



En cuanto al área de figuras compuestas se asumen dos posturas, la primera de RICH Y THOMAS (2009) que sugiere que estas áreas pueden calcularse mediante la determinación de las áreas individuales, seguidas de la suma o la resta de las mismas, según resulte conveniente. La segunda postura corresponde a la de WENTWORTH Y SMITH (2000) quienes presentan un método utilizado para la agrimensura, el cual consiste en trazar una de las diagonales más larga y de los vértices se trazan perpendiculares a ella. De este modo la figura queda dividida en polígonos, cuyas áreas son fáciles de calcular y con ello determinar el área total.

Por otra parte, se realizó la revisión de algunos documentos curriculares, donde se especifican los tipos de situaciones problemas, conceptos, propiedades y procedimientos apropiados para el tratamiento del cálculo de áreas de figuras geométricas y compuestas, así como el lenguaje (verbal, gráfico o simbólico) en que están expresados los problemas y las formas de expresión que deben ser promovidas en la resolución de estas. Es importante aclarar que la decisión de elegir los lineamientos curriculares obedece al hecho de que en ellos se presentan acuerdos de una comunidad académica, basados en revisiones bibliográficas y de investigaciones, sobre el significado institucional de referencia para cada objeto matemático en particular. De alguna manera, los lineamientos curriculares contienen algunas especificaciones precisas sobre los indicadores de la idoneidad epistémica que debería tener el significado institucional de referencia.

A las situaciones-problemas el EOS les otorga un papel central pues permiten que se articulen el resto de los objetos primarios. De esta manera, para alcanzar una alta idoneidad epistémica se requiere la elección y adaptación de tareas matemáticamente ricas (GODINO, 2013). Para que esta situación ocurra, la comunidad de educación matemática pareciera estar de acuerdo en que sean contextualizadas y desafiantes, permitiendo la ejercitación, la exploración y la aplicación.

En cuanto al tema del cálculo de áreas se prioriza la asignación numérica, pero en realidad, este es apenas un subproceso del complejo proceso de medición, donde no necesariamente se designa un número para denotar medición (MEN, 1998). De esta forma, recobra importancia la estimación, la asignación de la unidad de medida, el rango de la magnitud y el trasfondo social de la medida.

En cuanto al componente del lenguaje, en este trabajo se ha considerado el uso de representaciones gráficas, verbales y simbólicas, como medio para expresar y soportar el conjunto de reglas implementadas en las resoluciones de las tareas. Este tipo de representaciones son importantes porque permiten al individuo expresar conceptos e ideas (RICO; CASTRO; ROMERO, 2000), las que dependen, en gran medida, de la información que se posee sobre un concepto determinado.

Por otro lado, GODINO (2013, p. 120) señala que “aunque las situaciones problemas constituyen un elemento central, el logro de una idoneidad epistémica alta requiere también atención a las diversas representaciones o medios de expresión, las definiciones, procedimientos, proposiciones, así como las justificaciones de estas”. Esto sugiere que las definiciones establecidas en los textos deben ser claras, correctas y apropiadas de acuerdo con el nivel educativo al que está dirigido. Además, que las situaciones planteadas permitan relacionar las definiciones, propiedades y procedimientos, de manera que se puedan seguir diferentes rutas de solución.

ITZCOVICH (2005) menciona que los problemas geométricos se caracterizan por poner en juego una variedad de propiedades de los objetos geométricos, como así también, el dominio de estas propiedades son herramientas que se utilizan en todo proceso deductivo. Además, señala que “las argumentaciones a partir de propiedades conocidas de los cuerpos y figuras producen nuevos conocimientos sobre los mismos” (ITZCOVICH, 2005, p.13).



Este autor establece una relación entre objetos primarios que no solo posibilitan la resolución de la situación, sino también, la emergencia de nuevos conocimientos acerca del objeto de estudio.

Como se ha resaltado, un aspecto importante está relacionado con la necesidad de solicitar argumentos en las situaciones que se plantean. En este sentido, ITZCOVICH (2005) presenta algunos problemas que requieren comparar medidas de áreas de superficies sin medirlas directamente, haciendo necesario interpretar las relaciones que sugiere el cálculo de las áreas de las figuras que aparecen. A su vez, los argumentos deductivos son los que permiten determinar finalmente la solución de la situación.

### **CRITERIOS DE IDONEIDAD EPISTÉMICA ESPECÍFICOS PARA EL CÁLCULO DE ÁREA DE FIGURAS COMPUESTAS**

En GODINO (2013) se presenta un conjunto general de indicadores de idoneidad epistémica para cada componente del significado de un objeto matemático (situaciones, conceptos, propiedades, procedimientos, argumentos, lenguaje y relaciones) los cuales, son útiles para determinar si los significados institucionales implementados o pretendidos son representativos del significado de referencia. En este trabajo, se han particularizado estos indicadores de idoneidad epistémica, de manera que sea posible valorar los contenidos relacionados con el cálculo de áreas de figuras compuestas.

Los criterios de idoneidad epistémica que propone el EOS para cada componente son enunciados que sirven para cualquier objeto matemático en estudio. No obstante, al tener un objeto matemático definido (en este caso el cálculo de área de figuras compuestas) se hace necesario especificar cada criterio. Por tal razón, en la Tabla 5 se muestran los indicadores generales de idoneidad epistémica con base en (GODINO, 2013), y bajo el título de criterios específicos (en letra negrita), se describen

indicadores establecidos en esta investigación (JIMENEZ-CONSUEGRA; POCHULU, 2018).

Tabla 3 – Criterios de idoneidad Epistémica específicos propuestos para el área de figuras compuestas

<b>Componente</b>	<b>Criterio específico</b>
Situaciones-problemas	<p>Se deben abordar problemas de modo que:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Las situaciones requieran realizar la estimación de la medida de ciertas superficies.</li> <li>- Las situaciones permitan trabajar con unidades de medidas apropiadas para el rango de esta magnitud.</li> <li>- Las situaciones posibiliten la exploración de diferentes técnicas y procedimientos para la medición de superficies.</li> <li>- Las situaciones requieran realizar el proceso medición de superficies con trasfondo social dominable para el estudiante.</li> </ul>
Lenguaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Nivel del lenguaje de las tareas es adecuado para los estudiantes de segundo de secundaria.</li> <li>-Se promueve la utilización de representaciones gráficas, simbólicas y verbales en la resolución de las tareas.</li> </ul>
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se presentan con claridad los términos de área y superficie en el planteamiento de las situaciones.</li> <li>- Se requiere el dominio e identificación de propiedades de las figuras planas y cuerpos geométricos necesarios para calcular la medida de sus superficies.</li> <li>-Se necesita reconocer los atributos específicos de las figuras y cuerpos geométricos como número de lados, ángulos, número de caras iguales para el cálculo de sus áreas.</li> <li>-Se suscita la exploración de distintos caminos para solucionar las situaciones que involucran la medida de superficies.</li> <li>-Se plantean situaciones donde se requiera hallar la medida de superficies de diferentes figuras, poniendo en juego definiciones y</li> </ul>



	<p>propiedades de las mismas.</p> <p>-Se componen y descomponen cuerpos geométricos para realizar las medidas de sus superficies exteriores.</p>
Argumentos	<p>-Se solicitan explicaciones y comprobaciones de los procedimientos realizados para calcular el área de una figura compuesta.</p> <p>-Se requieren descripciones y explicaciones de los métodos empleados para calcular el área de la superficie exterior de cuerpos geométricos.</p>
Relaciones	<p>- Se corresponde el concepto de área de figuras compuestas con las propiedades, procedimientos, argumentos y el lenguaje puesto en juego en la resolución de las situaciones.</p>

Fuente: Elaboración Propia (2023)

Cabe resaltar, que estos indicadores que se proponen se pueden utilizar para el análisis, diseño o rediseño de las tareas que involucren el cálculo de área de figuras compuestas.

### Idoneidad epistémica y potencial matemático de las tareas

En este apartado se presentan ejemplos de tareas extraídas de los textos analizados. Se identificaron tres tipos: tareas con potencial matemático rico e idoneidad epistémica alta, tareas con idoneidad epistémica intermedia y tareas con potencial matemático e idoneidad epistémica baja. En particular, se explican las características epistémicas de estas tareas, que hacen que sean valoradas de esta manera.

### Tareas con potencial matemático rico e idoneidad epistémica alta

El Potencial matemático (PM) de una tarea alude a dos aspectos: 1) Las posibilidades de exploración que la tarea habilita o no y, 2) Las posibilidades de argumentar sobre la validez de

la resolución o de la respuesta. En consecuencia, un PM pobre o débil se da cuando la tarea no admita exploración y no requiera ningún tipo de argumentación y, un PM rico se da en el caso contrario (BARREIRO et al., 2017). Como ejemplo de una consigna de tarea con potencial matemático rico e idoneidad epistémica alta se tiene en la figura 2.

Figura 2 – Tarea analizada

II. A la carpintería de don Gerardo le han pedido que presente presupuestos de varios modelos de repisas de madera. Para esto requiere saber qué cantidad de madera se necesita para cada repisa. Los modelos son los siguientes, en los que las medidas están dadas en centímetros y las curvas son arcos de circunferencia.

a) Antes de hacer los cálculos, estimen cuál de las repisas requiere más madera y cuál requiere menos.

b) Calculen el área de cada repisa y comparen los resultados de sus estimaciones.

Modelo 1: \_\_\_\_\_ Modelo 2: \_\_\_\_\_

c) Expliquen cómo calcularon el área de las repisas que tienen curvas.

Comparen sus respuestas con las de otros compañeros y analicen a qué se deben las diferencias, si las hubiera. Con apoyo de su maestro verifiquenlas.

Fuente: Ángeles et al. (2015, p.44)

Esta actividad (ver figura 2) puede considerarse con idoneidad epistémica alta debido a que en su resolución se ponen en juego una serie de objetos primarios que se relacionan articuladamente. En el inciso (a) se solicita estimar cuál de los dos modelos requiere más o menos madera para su construcción, lo cual da lugar a argumentos basados en las estimaciones y los procedimientos realizados. Aquí toma importancia la comparación de áreas, en la figura 3 se marca con colores iguales las superficies de cada modelo que tienen igual área.

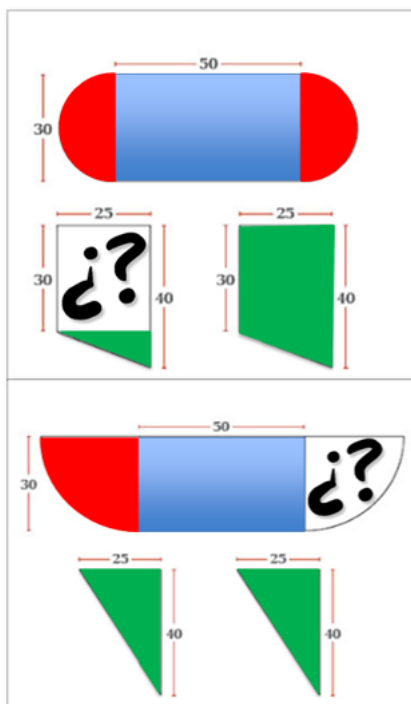
Nótese que la gráfica de la izquierda está conformada por un rectángulo de  $50\text{cm} \times 30\text{cm}$ , dos medios círculos de diámetro  $30\text{cm}$  y dos trapecios de altura  $25\text{cm}$  y bases  $30\text{cm}$  y  $40\text{cm}$ . Ahora el área de este modelo resulta de sumar las áreas de estos polígonos  $A_1 = (50 \times 30) + (\pi \times 15^2) + 2 \times$





$25 \left( \frac{30+40}{2} \right)$  luego,  $A_1 = 3956.9 \text{ cm}^2$  (**concepto y procedimiento** área de figuras planas). En cuanto al modelo 2, está conformado por un rectángulo de  $50\text{cm} \times 30\text{cm}$ , dos cuartos de círculo de radio  $30\text{cm}$  y dos triángulos con base  $25\text{cm}$  y altura  $40\text{cm}$ . Entonces,  $A_2 = (50 \times 30) + 2 \left( \frac{\pi \times 30^2}{4} \right) + 2 \left( \frac{25 \times 40}{2} \right) \rightarrow A_2 = 3913.7\text{cm}^2$  (**concepto y procedimiento** área de figuras planas).

Figura 3 – Comparación de área de las figuras que conforman los modelos de repisa

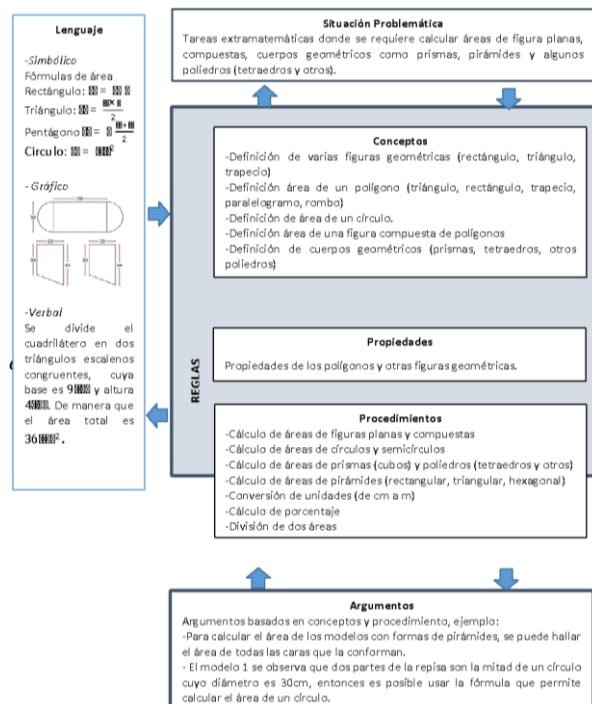


Fuente: Jiménez-Consuegra y Pochulu (2018)

En el inciso (c) de la tarea se pide explicar cómo se calculó el área de las repisas que tienen curvas, lo que implica resaltar que en la consigna se informa que estas curvas son arcos de circunferencias. Ahora, en el modelo 1 se observa que dos partes de la repisa son la mitad de un círculo cuyo diámetro es  $30\text{cm}$ , entonces es posible usar la fórmula que permite calcular el área de un círculo, análogamente se hace con las del modelo 2 (**argumentos** basados en el concepto y procedimientos).

En la parte final de la tarea se solicita comparar los resultados obtenidos, y se pide la supervisión del profesor durante la socialización, lo cual, propicia un espacio que permite el tránsito de un **lenguaje** simbólico y gráfico a uno verbal, así como al surgimiento de **argumentos** basados tanto en concepto, así como como en procedimientos realizados. Vea la gráfica 1.

Gráfica 1. Configuración epistémica de tareas con idoneidad epistémica alta



Fuente: elaboración propia

Ahora bien, esta tarea permite al estudiante la posibilidad de exploración y de argumentación sobre la validez de la resolución o de la respuesta, que es lo que se conoce en (Barreiro, et al. 2017) como una tarea con potencial matemático rico. En este sentido, se puede establecer que una tarea con idoneidad epistémica alta esta también clasificada dentro de las tareas que poseen un potencial matemático rico.

De acuerdo con los criterios de idoneidad epistémica propuestos para este objeto matemático, se puede catalogar la tarea de la Figura 1 con idoneidad epistémica alta, tal y



como se analiza en la tabla 4 que se presenta a continuación.

Tabla 4. Características de la tarea con idoneidad epistémica alta

Componente	Características de la tarea con idoneidad epistémica alta
Situaciones-problemas	<ul style="list-style-type: none"> <li>La situación posibilita la realización de estimaciones sobre el área de las superficies de las repisas para determinar cuál de ellas requiere más madera en su construcción.</li> <li>La situación propone unidades de medidas apropiadas para la superficie de repisas de madera.</li> <li>La situación posibilita la exploración de diferentes técnicas y procedimientos para la medición de superficies de las repisas de madera.</li> <li>La situación propone un trasfondo social dominable para el estudiante.</li> </ul>
Lenguaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>El lenguaje implementado en el planteamiento de la tarea es adecuado para los estudiantes de segundo de secundaria.</li> <li>Se promueve la utilización de representaciones gráficas, simbólicas y verbales en la resolución de la tarea.</li> </ul>
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Se presentan con claridad el término de área en el planteamiento de la situación.</li> <li>Se requiere el dominio e identificación de propiedades de las figuras planas involucradas para la estimación y cálculo de las áreas de las dos estructuras de repisa.</li> <li>Se requiere la exploración de distintos caminos para para la estimación y cálculo de las áreas de las dos estructuras de repisa.</li> <li>Se requiere hallar la medida de superficies de diferentes figuras planas, poniendo en juego definiciones y propiedades de las mismas.</li> <li>Es necesario la descomposición de los modelos de repisas en figuras planas, de las cuales se</li> </ul>

	conoce muy bien las formas de cálculo de área.
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> <li>Se solicitan explicaciones y comprobaciones de los procedimientos realizados en la estimación del área de los dos modelos de repisa.</li> <li>Se requieren descripciones y explicaciones de los métodos empleados para estimar el área de los modelos de repisa y verificarlo con ayuda del profesor.</li> </ul>
Relaciones	La situación propuesta permite articular coherentemente el concepto de área de figuras compuestas con las propiedades, procedimientos, argumentos y el lenguaje emergente en la resolución de la tarea.

Fuente: Elaboración Propia

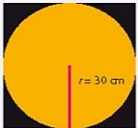
### Tareas con idoneidad epistémica intermedia

En las tareas propuestas en muchos de libros de textos de matemáticas se busca poner en juego una serie de conceptos, propiedades y procedimientos en la resolución de las tareas que se proponen. Sin embargo, en este intento se plantean situaciones problemas que no tienen ningún sentido en la vida real y que solo existen en un entorno que tiene de fondo usar articuladamente los objetos matemáticos en la solución. Ahora veamos algunos ejemplos de este tipo de actividades.

Figura 4. Tarea analizada 2

**Desarrolla tus habilidades**

Sobre una alcantarilla de base cuadrada se coloca una tapadera circular. Calcula el área sobrante de la base de la alcantarilla. Observa la imagen que te proporciona los datos para el cálculo y contesta lo que se te pide.



• ¿Qué estrategia es la más adecuada y directa para resolver el problema?

• ¿Qué criterio se debe utilizar para deducir correctamente los datos que no se encuentran indicados?

• ¿Cuál es el valor del área sobrante de la alcantarilla?

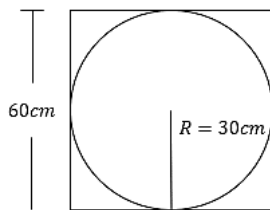
Fuente: Arriaga y Benítez (2016, p.50)



En la Figura 4 se presenta una tarea en un contexto extramatemático, que si bien exige explicar las estrategias y criterios utilizados para dar solución a lo solicitado, la situación planteada es inexistente en la vida real y que solo tiene sentido dentro de un contexto netamente matemático.

En la resolución de la tarea mostrada en la figura 4, se tiene que la estrategia más adecuada para resolver este problema es calcular el área de la base cuadrada de la alcantarilla, el área de la tapadera circular y la diferencia entre éstas para obtener finalmente el área sobrante (**argumento** basado en el concepto). Por otro lado, los criterios que deben tenerse en cuenta para deducir correctamente los datos que no se encuentran indicados en la figura, es el hecho de que el círculo (tapadera) está inscrito en el cuadrado (base de la alcantarilla), por tanto, como la información proporciona el radio del círculo (30cm) entonces también se tiene la longitud del cuadrado que resulta ser el doble del radio, es decir 60cm (**argumento** basado en el concepto) ver Figura 5.

Figura 5. Circunferencia inscrita en el cuadrado



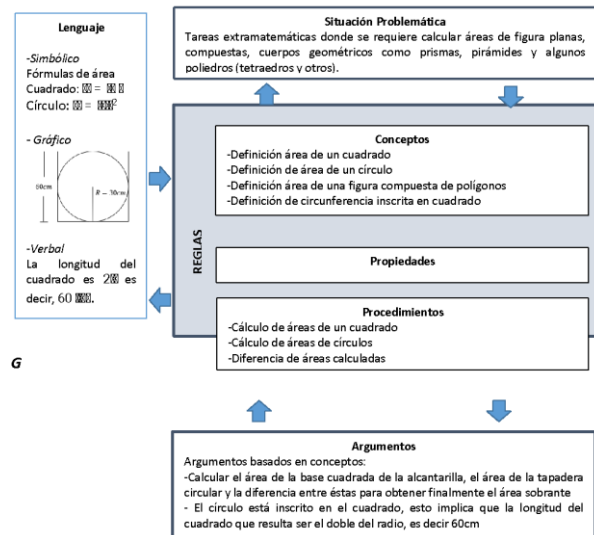
Fuente: Elaboración Propia

Otra forma para deducir los datos es observar la imagen, notando que el diámetro de la circunferencia es igual a la longitud del lado del cuadrado, por tanto, se tiene la información que se necesita para calcular el área de la base de la alcantarilla como la de su tapadera.

De esta manera, para obtener el valor del área sobrante de la alcantarilla primero se hallará el área del cuadrado ( $A_{\blacksquare}$ ) y luego la del círculo ( $A_{\bullet}$ ), luego  $A_{\blacksquare} = 60cm \times 60cm = 3600 cm^2$  y  $A_{\bullet} = \pi \times (30cm)^2 = 2827.4cm^2$ . Entonces el área sobrante es  $A_s = A_{\blacksquare} - A_{\bullet}$  luego  $A_s = 3600 cm^2 - 2827.4cm^2 = 772.6cm^2$

(**concepto y procedimiento**). Ver gráfico 2 con configuración epistémica de problema.

Gráfica 2. Configuración epistémica de tarea con idoneidad epistémica intermedia



Fuente: Elaboración propia

Es importante resaltar que en la resolución de esta tarea (figura 4) si bien aparecen algunos argumentos basados en conceptos, no hay mucho que explorar en términos de la solución. Esto quiere decir que esta tarea carece de posibilidades de exploración, por lo cual, no puede ser considerada como una tarea con potencial matemático rico. Ahora veamos en la Tabla 5 la valoración de esta tarea, que según su resolución podemos ubicarla con una idoneidad epistémica intermedia.

Tabla 5. Características de la tarea con idoneidad epistémica intermedia

Componente	Características de la tarea con idoneidad epistémica intermedia
Situaciones-problemas	<ul style="list-style-type: none"> <li>La situación no requiere realizar procesos de estimación para hallar lo solicitado.</li> <li>Las unidades de medidas apropiadas en el contexto de la situación extramatemática propuesta.</li> <li>La situación propuesta no posibilita la exploración de diferentes técnicas y</li> </ul>



	<p>procedimientos para la medición de superficies sobrante.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>La situación tiene un trasfondo social dominable para el estudiante de este ciclo escolar, sin embargo, en la vida real es poco probable que se coloque sobre una alcantarilla de forma cuadrada una tapa circular e irrelevante pretender calcular el área de la superficie sobrante.</li> </ul>
Lenguaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>El lenguaje de las tareas es sencillo y adecuado para los estudiantes del nivel escolar para el que está dirigido.</li> <li>Se promueve principalmente el lenguaje simbólico, aunque pueden aparecer el gráfico y el verbales en la resolución de las tareas.</li> </ul>
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Se requiere el dominio e identificación de propiedades de los cuadrados y círculos en el cálculo de las áreas.</li> <li>Se espera que el camino de solución implementado sea halla las áreas del cuadrado, el círculo y posteriormente la diferencia de las medidas de estas áreas. Es decir, se imposibilita explorar muchos caminos de solución en esta situación.</li> </ul>
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> <li>Algunos argumentos tienen lugar cuando la tarea solicita explicar el método adecuado y los criterios para deducir los datos en el cálculo del área sobrante.</li> </ul>
Relaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>Se evidencia muy bien el área de una figura compuesta en esta tarea y hay una relación coherente con el lenguaje, procedimientos y argumentos en la solución.</li> </ul>

Fuente: Elaboración Propia

### Tareas con potencial matemático e idoneidad epistémica baja


Muchas de las tareas propuestas en los libros de textos poseen una idoneidad epistémica baja dado a que solo se centran en los procedimientos. Es decir, las situaciones que se proponen tanto en el contexto extramatemático como

intramatemático giran en torno a la ejercitación, poniendo en práctica las fórmulas para encontrar un resultado. Veamos la tarea que se propone en la figura 6.

**Figura 6. Tarea analizada 3**

**PRACTICANDO LO APRENDIDO**

1. En la vida diaria encontramos figuras que podemos descomponer en figuras geométricas más simples. Este prisma se descompone de la siguiente forma:



a) ¿Cuántas caras tiene?  
b) ¿Cómo son las áreas de igual color?  
c) ¿Cuánto suma el área amarilla?  
d) ¿Cuánto suma el área roja?  
e) ¿Cuánto suma el área azul?  
f) ¿Cuánto suma el área del prisma?

**Glosario**

**Prisma:** Se forma al unir dos caras iguales y paralelas llamadas bases y de caras laterales llamadas paralelogramos.

**Poliedro:** Sólido geométrico formado por caras planas.

Fuente: Quijano, González y Castillo (2015, p.55).

En la tarea de la figura 6 se pide identificar el número de caras que posee el prisma de la imagen (6 caras), notando que las áreas de las superficies de igual color es la misma (**Concepto** de prisma). Ahora, el área de la superficie amarilla ( $A_m$ ) de lados  $b$  y  $c$  es  $A_m = bcu^2$ , por tanto  $2bcu^2$  suman las áreas de la superficie amarilla. El área de la superficie roja ( $A_r$ ) de lados  $a$  y  $b$  es  $A_r = abu^2$ , resultando,  $2abu^2$  suman las áreas de la superficie roja. Y el área de la superficie azul ( $A_z$ ) de lados  $b$  y  $c$  es  $A_z = bcu^2$ , entonces,  $2bcu^2$  suman las áreas de la superficie azul. Nótese que las superficies amarillas y azules tienen la misma área, de esta manera, el área de prisma ( $A_p$ ) es entonces  $A_p = (2ab + 4bc)u^2$  (**concepto y procedimiento** área de un rectángulo).

Es importante resaltar que en esta tarea es posible identificar un conflicto semiótico, que está ligado al concepto de área, puesto que en este artículo hemos asumido la postura del área como la medida de una superficie, es decir un número. Lo anterior implica que lo puede tener color es la superficie del objeto y no su área.

En el caso de esta tarea no pondremos en consideración una configuración epistémica dado que en la resolución se pone en juego principalmente conceptos y procedimientos relacionados en el cálculo de área de un prisma, lo cual nos deja sin muchos elementos que

relacionar en dicha configuración. Veamos en detalle en la Tabla 6. la valoración de la idoneidad epistémica de la tarea.

Tabla 6. Características de la tarea con idoneidad epistémica baja

Componente	Características de la tarea con idoneidad epistémica baja
Situaciones-problemas	<ul style="list-style-type: none"> <li>La situación planteada no solicita la realización de estimaciones de la medida de las superficies del prisma.</li> <li>No se establecen unidades de medidas en el planteamiento de la situación.</li> <li>La situación no posibilita la exploración de diferentes técnicas y procedimientos para la medición de las superficies.</li> <li>La situación está en un contexto intramatemático que se espera tenga un trasfondo social conocido para el estudiante.</li> </ul>
Lenguaje	<ul style="list-style-type: none"> <li>El lenguaje de las tareas es sencillo y entendible para los estudiantes del nivel escolar para el que está dirigido, sin embargo, se presenta un conflicto semiótico en la utilización de los términos <i>área</i> y <i>superficie</i>,</li> <li>Se promueve principalmente el lenguaje simbólico y el verbal en la resolución de la tarea.</li> </ul>
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Se presentan sin claridad los términos de <i>área</i> y <i>superficie</i> en el planteamiento de la situación, lo cual genera un potencial conflicto semiótico.</li> <li>Las propiedades del prisma no aparecen de manera explícita en la resolución de la situación.</li> <li>Los caminos de solución de la situación planteada están ligada estrechamente al sencillo uso de las fórmulas para calcular áreas de figuras planas.</li> <li>Es necesario la descomposición del prisma en figuras planas para realizar las medidas de su superficie exterior.</li> </ul>
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> <li>No se solicitan explicaciones y comprobaciones de los</li> </ul>

	<p><i>procedimientos realizados para calcular el área del prisma.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>No se requieren descripciones y explicaciones de los métodos empleados para calcular el área de la superficie exterior del prisma.</li> </ul>
Relaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dado que en la resolución de la tarea no se evidencia la aparición de propiedades y argumentos, no estableceremos relaciones entre los objetos primarios.</li> </ul>

Fuente: Elaboración Propia

De acuerdo con lo señalado en la tabla 6 se puede establecer que la tarea (ver figura 6) tiene una idoneidad epistémica baja. Además, es posible señalar que esta también posee un potencial matemático pobre, ya que no se subsista la necesidad de explorar diversos caminos de solución, ni la posibilidad de argumentar los procedimientos empleados durante el desarrollo de la tarea.

## CONSIDERACIONES FINALES

En este trabajo se ha resaltado la importancia de conocer los objetos matemáticos que se promueven y se relacionan en la resolución de una tarea, dado que la mayoría de los estudiantes están familiarizados con situaciones que le permiten hacer énfasis en los procedimientos que involucran, en gran medida el uso de fórmulas y algoritmos para realización de operaciones. Habitualmente se deja de lado la generación de argumentos, que de alguna manera permite evidenciar la comprensión de los conceptos matemáticos y como lo pone en práctica para resolver las situaciones problemas próximas a su entorno.

En este sentido, el estudio permitió establecer una relación directa entre la idoneidad epistémica y el potencial matemático de una tarea, lo cual se logra evidenciar en los ejemplos



propuestos. Cuando una situación problema promueve la argumentación, el uso de propiedades, procedimientos, proposiciones y diversas formas de expresión para la resolución (objetos primarios), regularmente será una tarea con potencial matemático rico debido a posibilidad de exploración y argumentación que tendrá que experimentar el estudiante durante la resolución.

Lo anterior, lleva a reflexionar sobre dos puntos importantes. El primero es la necesidad de valorar las tareas que se están proponiendo en los libros de texto que generalmente usa el profesor en las clases, de manera que sea posible identificar aquellas que pueden potenciar la comprensión del concepto puesto en juego y, además, se puedan anticipar los conflictos semióticos que están ligados a los conceptos. El segundo punto reside en la necesidad de diseñar o rediseñar tareas, buscando que las situaciones que se propongan no solo articulen bien los objetos primarios, sino que se hagan dentro de un contexto y trasfondo social acorde para los estudiantes a los cuales va dirigido.

Es importante mencionar que se propusieron criterios específicos para valorar las tareas relacionadas con el área figuras compuestas, tomando como punto de partida los criterios generales proporcionados en GODINO (2013). La idea es motivar a que expertos del área contribuyan al campo de la Matemática Educativa generando criterios de idoneidad epistémica particulares para los conceptos matemáticos donde los estudiantes presentan mayores dificultades, de manera que los profesores de matemáticas tengan un insumo en la valoración de las tareas que llevan al aula de clases.

## REFERENCIAS

ÁNGELES, J.; GUERRERO, R.; LOYOLA, E. & PREISSER, R. (2015). **Matemáticas**

**2, habilidades y competencias.** México: Ángeles Editores S.A.

ARRIAGA, A. & BENÍTEZ, M. (2016). **Matemáticas 2 por competencia.** México.: Pearson Educación.

BARREIRO, P.; LEONIAN, P.; MARINO, T.; POCHULU, M. & RODRÍGUEZ, M. (2017). **Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación matemática.** Los Polvorines, Argentina: Ediciones UNGS.

CASTRO, E.; FLORES, P. & SEGOVIA, I. (1997). Relatividad de las fórmulas de cálculo de superficies de figuras planas. *Suma*, 26, 23-32.

CORBERÁN, R. (1996). **El área: recursos didácticos para su enseñanza en Primaria.** México.

GARCÍA, S. & LÓPEZ, O. (2011). **La Enseñanza de la geometría. Materiales para apoyar la práctica educativa.** México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

GODINO, J. D.; BATANERO, C. & ROA, R. (2002). **Medida de magnitudes y su didáctica para maestros.** Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

GODINO, J. D. (2017). Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. **Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática.** Granada. Obtenido de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>

GODINO, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, 8(11), 111-132.



- GONZÁLEZ, M. & MARMOLEJO, G. (2015). El área de superficies planas en el campo de la educación matemática. Estado de la cuestión. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**, 10(1), 45-57.
- HERNÁNDEZ, R.; FERNÁNDEZ, C. & BAPTISTA, P. (2014). **Metodología de la investigación**. México: McGraw-Hill.
- INEE (2015). (25 de septiembre de 2017). **Resultados nacionales 2015. 6° de primaria y 3° de secundaria. Lenguaje y Comunicación. Matemáticas**. Obtenido de Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA): <http://www.inee.edu.mx/images/stories/2015/planea/final/fasciculos-finales/resultadosPlanea-3011.pdf>.
- ITZCOVICH, H. (2005). **Iniciación al estudio didáctico de la geometría. De las construcciones a las demostraciones**. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- JIMÉNEZ-CONSUEGRA, M. (2018). **Idoneidad epistémica de tareas sobre cálculo de áreas de figuras compuestas en textos de secundaria**. [Tesis de maestría no publicada]. Universidad Autónoma de Guerrero, México.
- JIMÉNEZ-CONSUEGRA, M. Y POCHULU, M., 2018. Marco epistémico y didáctico de referencia del área de figuras compuestas. En: M. Pochulu, ed., **Relatos De Investigación Y Experiencias Docentes En Educación Matemática, 1st ed.** [online] Villa María: GIDED, pp.103-120.
- MARMOLEJO, G. & GONZÁLEZ, M. (2015). El área de superficies planas en el campo de la educación matemática. Estado de la cuestión. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**, 10(1), 45-57.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (1998). **Matemáticas. Serie lineamientos curriculares**. MEN. Bogotá, Colombia.
- OLIVER, M.; ROCERAU, M.; VALDEZ, G.; VILANOVA, S.; MEDINA, P.; ASTIZ, M., et al. (2003). Análisis del Tratamiento de Algunos Temas de Geometría en Textos Escolares Para el Tercer Ciclo de la Educación General Básica. **Revista Iberoamericana de Educación**, 31(1), 1-8.
- POCHULU, M.; FONT, V. & RODRÍGUEZ, M. (2016). Desarrollo de la Competencia en Análisis Didáctico de Formadores de Futuros Profesores de Matemática a Través del Diseño de Tareas. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, 19(1), 71-98.
- QUIJANO, M.; GONZÁLEZ, A. & CASTILLO, J. (2015). **Convive con las Matemáticas 2. Segundo grado de educación secundaria**. México: Méndez Cortéz Editores S.A. de C.V.
- RICH, B. & THOMAS, C. (2009). **Geometry** (cuarta ed.). New York: Schaum's Outline Series.
- RICO, L.; CASTRO, E. & ROMERO, I. (2000). Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas. En J. Beltrán, **Intervención psicopedagógica y curriculum escolar** (págs. 153-182). Madrid: Pirámide.
- WENTWORTH, J. & SMITH, E. (2000). **Geometría plana y del espacio**. México: EDITORIAL PORRUA.