

Epistemologia Histórica e Didática dos Critérios de Divisibilidade

Historical Epistemology and Didactics of Divisibility Criteria

Hiago Martins de JESUS

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática –PPGenM/UEFS

Eliane Santana de Souza OLIVEIRA

Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS

Eliene Barbosa LIMA

Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS

Correspondência do autor:

hiagomjesus@gmail.com

RESUMO

A pesquisa tem como objetivo analisar se uma atividade de estudo e pesquisa por meio de um jogo matemático pode favorecer o estudo dos critérios de divisibilidade. Para isso, vamos compreender o que as instituições dominantes apresentam sobre o critério de divisibilidade; esboçar um modelo alternativo de referência para o estudo dos critérios de divisibilidade; e por fim desenvolver uma proposta de atividade investigativa baseada em uma Atividade de Estudo e Pesquisa por meio de um jogo para compreensão dos critérios de divisibilidade. É uma pesquisa qualitativa, fundamentada pela Teoria Antropológico do didático, que analisa as situações de ensino e aprendizagem escolar. Analisamos nesse trabalho elementos do modelo dominante, que são a BNCC e dois livros didáticos de anos distintos, a fim de compreender quais condições e restrições são reveladas no modelo dominante para o estudo dos critérios de divisibilidade. A partir disso, traçamos um desenho de modelo de referência que será a base da nossa atividade de estudo e pesquisa para os critérios de divisibilidade que construímos. Os resultados apontam que por meio de uma investigação das condições e restrições que o modelo dominante revela sobre os critérios de divisibilidade é possível construir atividades investigativas, por meio de jogos que busquem uma mudança nos processos de ensino, superando o modelo tradicional baseado no livro didático e em exercícios padronizados.

Palavras-chave: Critérios de divisibilidade, TAD, Livro didático.

ABSTRACT

This research aims to analyze whether a study and research activity through a mathematical game can promote the study of divisibility criteria. To achieve this, we will understand what the dominant institutions present regarding divisibility criteria; outline an alternative reference model for studying



divisibility criteria; and finally develop a proposal for an investigative activity based on a Study and Research Activity through a game for understanding divisibility criteria. It is qualitative research, grounded in the Anthropological Theory of the Didactic, which analyzes situations of school teaching and learning. In this work, we analyze elements of the dominant model, namely the BNCC (Brazilian National Common Curricular Base) and two textbooks from different years, to understand which conditions and restrictions are revealed in the dominant model for the study of divisibility criteria. From this, we outline a design of a reference model that will form the basis of the study and research activity we constructed for divisibility criteria. The results indicate that by investigating the conditions and restrictions that the dominant model reveals about divisibility criteria, it is possible to build investigative activities through games that seek to change teaching processes, overcoming the traditional model based on textbooks and standardized exercises.

Keywords: Divisibility criteria, TAD, Text book.



INTRODUÇÃO

Os critérios de divisibilidade surgem da necessidade de saber se um número n é divisível por um número m sem precisar de fato realizar o algoritmo da divisão euclidiana. Eles têm, portanto, o papel no que diz respeito a praticidade. Os critérios são consequências da maneira como representamos usualmente os números naturais: utilizando o sistema decimal. Além disso, a origem dos critérios de divisibilidade, possui relação direta com a aritmética modular (SANT'ANNA, 2013).

Esses critérios vêm da regra proposta pelo matemático Blaise Pascal (1623-1662), o qual propôs uma regra para determinar a divisibilidade de qualquer número. Apesar disso, os indianos já conheciam a divisibilidade por 3, 7 e 9 (McDOWELL, 2018). Alves (2020) salienta ainda, que os critérios de divisibilidade são comumente apresentados resumidamente nos livros didáticos no ensino fundamental.

Por meio de estudos realizados e pela compreensão da razão de ser dos critérios de divisibilidade, é perceptível que a questão da praticidade é iminente. Dessa forma, esse trabalho tem como objetivo estudar os critérios de divisibilidade por meio de um modelo alternativo por intermédio de um jogo matemático. As reflexões são baseadas na Teoria Antropológica do Didático (TAD), que analisa as situações de ensino e aprendizagem escolar. A TAD considera objetos, pessoas e instituições como elementos fundamentais, destacando a existência dos objetos pelo reconhecimento de pessoas e instituições. A TAD oferece elementos para compreender a produção e transmissão do conhecimento matemático (SANTOS; MENEZES, 2015).

Chevallard (2002) defende que toda ação humana implica algum tipo de organização. Essa organização pode ser compreendida a partir de uma tarefa a ser realizada, que exige uma técnica, apoiada por uma tecnologia voltada ao conhecimento, a qual, por sua vez, encontra fundamento em uma teoria. É nesse cenário que

surgem os conceitos de Organização Matemática (OM).

Salienta-se que a estratégia metodológica empregada nessa pesquisa inscreve-se no âmbito da pesquisa qualitativa, visto que, nessa perspectiva, o estudo assume natureza eminentemente interpretativa. Nessa abordagem, o pesquisador não se encontra apartado de sua própria experiência, o que possibilita a utilização de múltiplos procedimentos de coleta de dados (CRESWELL, 2007).

Nessa pesquisa ao compreender o que as instituições dominantes apresentam sobre o critério de divisibilidade, vamos esboçar um desenho de um modelo alternativo de referência para o estudo dos critérios de divisibilidade, para que por meio deste, consigamos desenvolver uma proposta de atividade investigativa baseada em uma Atividade de Estudo e Pesquisa (AEP) por meio de um jogo para compreensão dos critérios de divisibilidade, para atender nosso objetivo que é analisar se uma atividade de estudo e pesquisa por meio de um jogo matemático pode favorecer o estudo dos critérios de divisibilidade.

A opção pelo jogo como dispositivo didático justifica-se por seu potencial de engajamento, colaboração e problematização. Em vez de apenas aplicar regras, os alunos são desafiados a construí-las, testá-las e validá-las coletivamente. Essa abordagem alinha-se à TAD ao promover uma reorganização praxeológica do saber, articulando-se diretamente ao Modelo Epistemológico de Referência (MER) proposto, que por sua vez emerge da crítica ao Modelo Epistemológico Dominante (MED) identificado em documentos oficiais e livros didáticos. A seguir apresentamos elementos do modelo dominante, os quais são: a análise da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento norteador da Educação Básica no Brasil; e análise de dois livros referentes aos critérios de divisibilidade. Os livros analisados se encontram em momentos pedagógicos distintos, um datado do ano de 1965 e o outro do ano 2022, essa escolha justifica-se a fim de



revelar as influências e divergências de diferentes épocas sobre objeto do saber matemáticos estudado.

ELEMENTOS DO MODELO EPISTEMOLÓGICO DOMINANTE

O Modelo Praxeológico Dominante (MPD), também denominado Modelo Epistemológico Dominante (MED), constitui a estrutura que delinea as praxeologias vigentes e institucionalmente legitimadas nas instâncias hegemônicas (LUCAS, 2010). O MED segundo Oliveira (2020, p. 30), “é o modelo que está posto; faz parte da metodologia do PEP”. O Percuso de Estudo e Pesquisa (PEP) é um dispositivo didático que está inserido no paradigma de questionamento do mundo. A partir desse modelo, conseguimos analisar as condições e restrições nas instituições dominantes (livros didáticos e BNCC), que nos possibilitou chegar numa problemática para a construção de um Modelo Alternativo de Referência que servirá de sustentação para a construção da Atividade de Estudo e Pesquisa.

Para isso, analisaremos dois livros didáticos de épocas distintas, o primeiro é do autor Osvaldo Sangiorgi datado de 1965, e o outro de Dante e Viana datado de 2022. Sinalizamos que cada livro é produto do seu tempo, dessa forma foram produzidos pelos parâmetros as legislações, vagas pedagógicas e as referências curriculares de sua época. Em seguida, analisamos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

O LIVRO DE SANGIORGI (1965)

A escolha do livro, de autoria de Osvaldo Sangiorgi se deu pelo autor ser considerado um dos escritores de livros didáticos na década de

1960, época do Movimento da Matemática Moderna (MMM), esse movimento tinha como ideário a formalidade e rigor da matemática, além de focar em procedimentos. O livro escolhido de Sangiorgi (1965), é influenciado pelo MMM, que foi apropriado no Brasil como uma alternativa para superar as dificuldades do ensino tradicional, que enfatizava o adestramento dos alunos em regras e cálculos sem aplicações práticas (SOARES, 2001). Essa superação se dá no sentido de que haveria renovação do currículo e do Ensino de Matemática.

O livro é o primeiro volume da coleção didática para o ginásio. Valente (2008) salienta que Osvaldo Sangiorgi tinha grande influência e seus livros didáticos tinha sucesso editorial, assim ele estava presente

[em] praticamente todos os espaços ligados ao ensino de matemática. Com trânsito fácil por entidades e órgãos oficiais da educação paulista, é responsável por organizar e sugerir programas de ensino; representa São Paulo nos eventos nacionais; é autor de livros didáticos que mais e mais se impõem às escolas secundárias através de dezenas de edições; integra bancas de concurso de professores e de alunos nos exames de admissão ao ginásio, definindo pontos e provas de matemática (VALENTE, 2008, p.604).

Segundo Valente (2008), o programa elaborado pelo Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM), que tinha como coordenador Osvaldo Sangiorgi, elencou 24 itens de conteúdo para as quatro primeiras séries do ensino secundário – atualmente é referente ao Ensino Fundamental Anos Finais, dentre eles, está o conteúdo de divisibilidade; múltiplos e divisores; números primos.

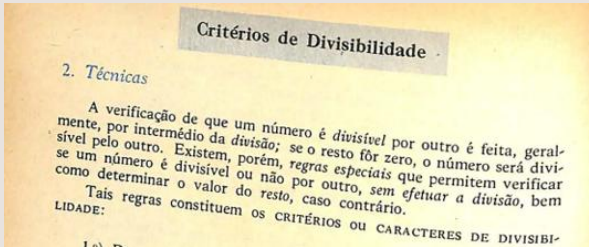
No entanto, além da revisão dos conteúdos matemático e da sua organização, o MMM pretendia também mudar os métodos de ensino



até então praticados (GUIMARÃES, 2007). No entanto, por mais que o livro convergisse com o ideário da MMM, o estudo da aritmética estava voltado para a memorização de regras, fatos, fazendo uma contradição dos argumentos propostos por Guimarães (2007), no qual o autor preza pela compreensão a partir de experimentações e aprendizagem feita por meio de descobertas.

O autor inicia o conteúdo utilizando o termo “técnica” e “regras especiais” para caracterizar esses critérios, enfatizando que o conteúdo ainda estava voltado ao ensinar regras e técnicas de memorização, características do ensino tradicional (Figura 1). Para mais, o autor só utiliza uma única forma para apresentar outros critérios.

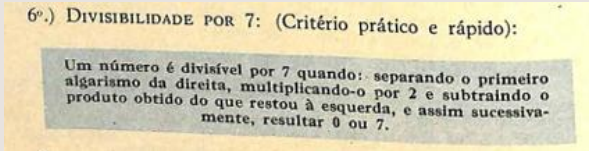
Figura 1 – Apresentação dos critérios de divisibilidade



Fonte: Sangiorgi (1965, p. 110)

Outro exemplo dá ênfase na praticidade, no qual o critério de divisibilidade por 7 é apresentado como “critério prático e rápido” (Figura 2). Ainda, o autor difere de Dante e Viana (2022), apresentando além do critério de divisibilidade por 7, os critérios de divisibilidade por 11 e 12.

Figura 2 – Critério de divisibilidade por 7

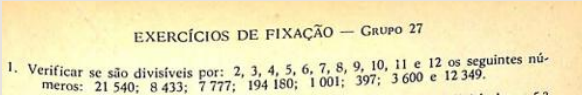


Fonte: Sangiorgi (1965, p. 112)

Por fim, os exercícios apresentados prezam pela fixação de forma prática e sem contextualização. Os exercícios são do tipo

“verifique se um número é divisível por outro” ou “escrever um algarismo que seja divisível por algum número pré-estabelecido” o que remete ao produto da sua época e a influência da MMM (Figura 3).

Figura 3 – Exemplo de exercício de fixação



Fonte: Sangiorgi (1965, p. 119)

A partir dessa análise, conseguimos traçar condições e restrições existentes no livro de Sangiorgi (1965) que serão utilizadas como referência para construir o nosso MER (Quadro 1).

Quadro 1 – Condições e restrições encontradas no livro de Sangiorgi (1965)

Referência	Condição/Restrição
Condição 01 de Sangiorgi (1965)	Apresenta os critérios de divisibilidade por 7, 11 e 12.
Condição 02 de Sangiorgi (1965)	Enfatiza que os critérios de divisibilidade em qualquer base dependem dos numerais. Nesse caso, o autor utiliza os algarismos hindu-arábicos.
Condição 03 de Sangiorgi (1965)	Aparece a decomposição e o teorema da divisão Euclidiana em alguns casos.
Restrição 01 de Sangiorgi (1965)	Ênfase na praticidade e rapidez.
Restrição 02 de Sangiorgi (1965)	Apesar de aparecer, não explora o teorema da divisão euclidiana e a decomposição ao longo de todos os critérios e nem nos exercícios.

Fonte: os autores



O LIVRO DE DANTE E VIANA
(2022)

O segundo livro escolhido é *Teláris essencial: Matemática* de Dante e Viana (2022). Os autores em sua exposição focam na formulação e resolução de problemas. O livro é influenciado pela implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Ainda, foi um livro que o primeiro autor utilizou como material de apoio em aulas ministradas no Ensino Fundamental. Para mais, é um livro aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2024-2027 no qual a coleção *Teláris Essencial* promove o desenvolvimento integral dos estudantes, valoriza as culturas juvenis e utiliza os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs) para conectar os interesses dos jovens às diferentes áreas do conhecimento nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Dante e Viana (2022), introduzem o capítulo referente ao critério de divisibilidade com uma situação problema (Figura 4). Além disso, os autores utilizam o artifício de fluxogramas para os alunos explorarem e entender como funciona os critérios.

Figura 4 – Introdução do capítulo **Critérios de divisibilidade e fluxogramas**

No início do ano, uma papelaria vai realizar uma grande promoção para vender 3180 cadernos que estão no estoque. A gerente pretende embalar todos, sem que sobrem cadernos, fazendo pacotes com a mesma quantidade de cadernos em cada um.

Vamos verificar se é possível que cada pacote contenha 2 cadernos, 5 cadernos ou 7 cadernos. Para isso, efetuaremos divisões.

Fonte: Dante; Viana (2022, p. 108)

Acrescenta-se, ainda, que os exercícios presentes em Dante e Viana (2022), os quais têm uma preocupação em trazer uma aproximação com o cotidiano dos alunos (Figura 5). Um aspecto que não está presente no livro de Sangiorgi (1965), no qual os poucos exercícios

apresentados tendem apenas a aplicar a regra aprendida.

Figura 5 – Exemplo de exercício

- 41 Das quantias listadas, quais podem ser obtidas só com cédulas de 5 reais?
- a) 143 reais. c) 335 reais.
b) 220 reais. d) 400 reais.

Fonte: Dante; Viana (2022, p.115)

Embora Dante e Viana (2022) apresentem a ideia de decomposição numérica em seções como ‘Explore para descobrir’, essa abordagem não é estendida aos exercícios propostos. Nos problemas de fixação, predomina novamente a ênfase na aplicação direta dos critérios, privilegiando a praticidade e a rapidez em detrimento de uma compreensão mais profunda, baseada na estrutura do número e no algoritmo da divisão.

Figura 6: Exemplo da seção ‘explore para descobrir’ utilizando decomposição.

2. Faça a decomposição dos números 49 312 e 5 304 nas ordens. $49\,312 = 40\,000 + 9\,000 + 300 + 10 + 2$
 $5\,304 = 5\,000 + 300 + 0 + 4$.
3. Analise os números que você decomps. Considere as parcelas da decomposição que representam as centenas, as unidades de milhar e as dezenas de milhar. O que podemos concluir em relação à divisibilidade dessas parcelas por 4?

Fonte: Dante; Viana (2022, p. 113)

Algumas condições e restrições foram traçadas a partir da análise desse livro (Quadro 2). Os autores buscam facilitar o algarismo da divisão, trazendo exemplos, incentivando os estudantes a mobilizar o registro escrito em língua materna, além de possibilitar o aluno a criar e analisar fluxogramas relacionados aos critérios de divisibilidade.

Quadro 2 – Condições e restrições do livro de Dante e Viana (2022)

Referência	Condição/Restrição
Condição 01 de Dante e Viana (2022)	Incentiva os estudantes a mobilizarem o registro escrito em língua materna.
Condição 02 de Dante e Viana (2022)	Possibilita os estudantes a criar e analisar fluxogramas



	relacionados aos critérios de divisibilidade.
Condição 03 de Dante e Viana (2022)	Aborda questões que se aproximam do cotidiano dos alunos.
Restrição 01 de Dante e Viana (2022)	Ainda existe ênfase na rapidez e praticidade.
Restrição 02 de Dante e Viana (2022)	Ainda que apareça exemplos, as atividades não exploram a decomposição.

Fonte: os autores

Os dois livros revelam que, embora separados por mais de cinco décadas, ambos perpetuam um MED centrado na praticidade e na aplicação de regras, com ênfase na memorização e na rapidez. No entanto, observa-se uma evolução discursiva e metodológica, no qual o livro de Sangiorgi (1965) se limita a apresentar os critérios como “técnicas” e “regras especiais”, com exercícios descontextualizados, o livro de Dante e Viana (2022) introduz elementos de problematização, contexto cotidiano e recursos visuais como fluxogramas, buscando uma maior aproximação do aluno. Apesar desses avanços, ambos ainda não exploram de maneira profunda os critérios através da decomposição numérica e do teorema da divisão euclidiana, mantendo os critérios de divisibilidade no paradigma da visitação às obras.

A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR – BNCC

A BNCC é um documento normativo que determina um conjunto organizado de competências (gerais e específicas), as habilidades. Além de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver durante as etapas da Educação Básica, garantindo seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento,

conforme está previsto no Plano Nacional de Educação (PNE) (BRASIL, 2018).

A BNCC, enfatiza que é fundamental considerar as experiências e os conhecimentos que os alunos já possuem, criando situações em que possam fazer observações sistemáticas sobre os aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo conexões entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas (BRASIL, 2018).

A BNCC trás oito competências específicas de matemática para o Ensino Fundamental. Cada uma dessas competências apresenta habilidades que se articulam com objetos do saber matemático a ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Na Figura 7, estão apresentadas essas oito competências.

Figura 7 – Competências específicas de matemática para o ensino fundamental

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: Brasil (2018, p. 267)

Os critérios de divisibilidade são referentes a unidade temática números. Essa temática, está incluída no tópico múltiplos e divisores de um



número natural. A habilidade referente a esse tópico é a (EF06MA05) habilidade referente ao 6º ano do Ensino Fundamental Anos Finais que permite

Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000” (BRASIL, 2018, p. 301).

A habilidade EF06MA05 articula-se principalmente às competências de Matemática 2 e 3 referentes ao Ensino Fundamental da BNCC, ao promover o raciocínio lógico, a investigação e a compreensão das relações entre conceitos aritméticos, podendo ainda dialogar com as competências 1 e 4 quando desenvolvida de forma investigativa e contextualizada.

Outras duas habilidades fornecem indícios de que podem trabalhar com os critérios de divisibilidade, mas não de maneira explícita. Uma habilidade é referente ao 6º ano do Ensino Fundamental Anos Finais “(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor” (BRASIL, 2018, p.301). E uma habilidade referente ao 7º ano do Ensino Fundamental Anos Finais “(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos” (BRASIL, 2018, p. 307). As duas habilidades têm ligação principalmente à competência 2 da BNCC, no qual se relaciona ao desenvolvimento do raciocínio lógico e a capacidade de resolver e elaborar problemas.

A partir da análise do documento, foi verificado que o nome ‘critérios de divisibilidade’ só é mencionado uma única vez durante todo o documento, justamente na habilidade que faz referência a esse tópico.

Diante disso, conseguimos traçar condições e restrições desse documento Quadro 3.

Quadro 3 – Condições e restrições encontradas na BNCC.

Referência	Condição/Restrição
Condição 01 da BNCC	Estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade.
Restrição 01 da BNCC	Ênfase na praticidade e memorização
Restrição 02 da BNCC	Falta de estímulo para os alunos utilizar esses critérios para resolver problemas matemáticos voltados para a realidade.
Restrição 03 da BNCC	O termo “critérios de divisibilidade” só é mencionado uma única vez no documento.

Fonte: os autores

A análise do MED evidenciou que, tanto nos livros didáticos quanto na BNCC, predomina uma abordagem marcada pela praticidade e pela memorização, com pouca ênfase na investigação e na compreensão conceitual dos critérios de divisibilidade. Diante dessas restrições, propomos um Modelo Epistemológico de Referência (MER) que visa ressignificar o ensino desses critérios por meio da decomposição numérica e do algoritmo da divisão, integrados a um jogo matemático.

DESENHO DE UMA PROPOSTA DE UM MODELO EPISTEMOLÓGICO DE REFERÊNCIA

Com base no MED conseguimos traçar algumas restrições e condições para o ensino dos critérios de divisibilidade. A partir disso, apresentamos nesse trabalho um desenho de um



possível Modelo Epistemológico de Referência (MER). Para Gascón (2014, p. 106), os MER “podem ser considerados como tipos ideais que permitiram a emancipação do ensino de matemática em relação aos modelos epistemológicos dominantes nas diversas instituições que fazem parte do seu objeto de estudo”.

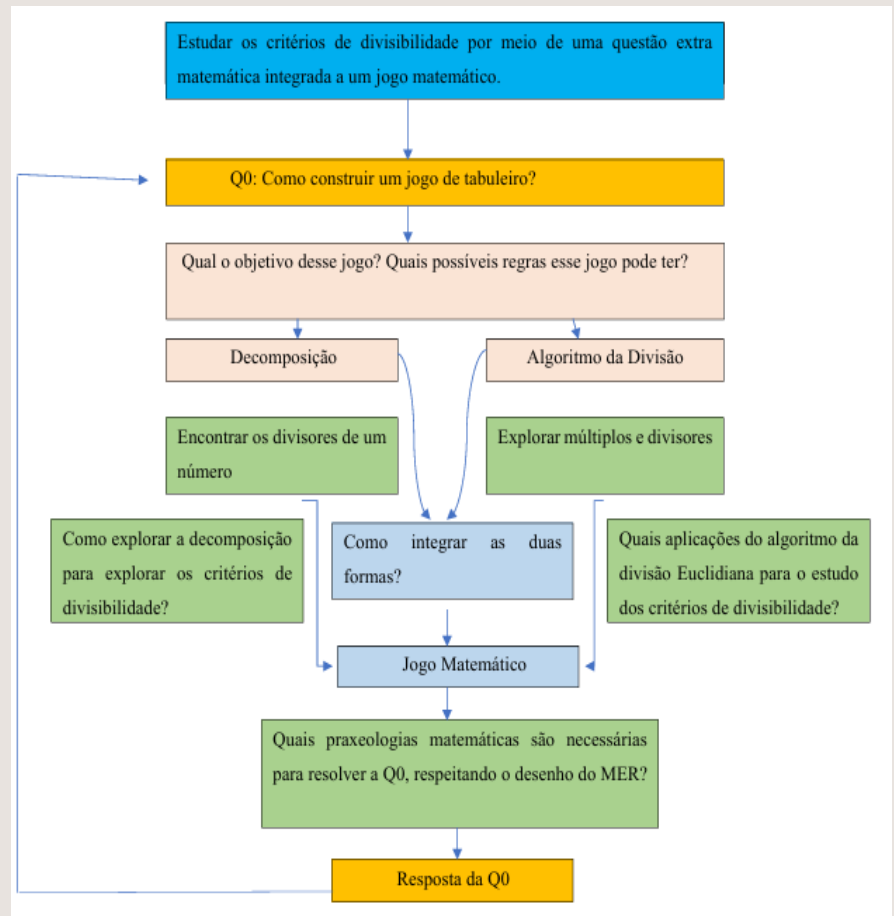
Pelas análises, os critérios de divisibilidade são apresentados como no paradigma de visitação as obras, os quais as técnicas e a praticidade são valorizadas. Diante disso, conseguimos apresentar esses critérios, por meio da decomposição (uma das restrições encontradas no livro didático), e pelo algoritmo da divisão. Dessa forma, estamos partindo de conhecimentos prévios dos alunos, propondo uma investigação por meio de um jogo, para que o estudo desses critérios chegue a questionamentos e indagações por parte dos alunos. Neste artigo não vamos explorar o MER, apenas apresentamos o seu desenho, conforme explicitado na Figura 8.

O desenho do MER apresentado representa uma tentativa de reconfigurar o ensino dos critérios de divisibilidade. Ele explicita uma ruptura com a abordagem tradicional ao priorizar processos de investigação em detrimento da memorização de regras, utilizando a decomposição e a divisão euclidiana como eixos estruturantes para a compreensão dos critérios. É a partir desse desenho que se constrói a Atividade de Estudo e Pesquisa (AEP) proposta na sequência. A AEP, materializada em um jogo de tabuleiro, será o meio pelo qual o MER ganhará vida em sala de aula, transformando o ensino em uma experiência lúdica, colaborativa e problematizadora, na qual os alunos não apenas aplicam esses critérios, mas utilizam os critérios

de divisibilidade em problemas a serem explorados.

O desenho do MER serve, portanto, como a base teórica e estruturante para a AEP que se

Figura 8 - Desenho do MER



Fonte: os autores

propõe. Propõe-se então um jogo de tabuleiro de modo que os critérios de divisibilidade saiam apenas do conceitual para a prática didática. Este jogo foi desenhado para materializar os princípios centrais do MER: a decomposição numérica e o algoritmo da divisão que são ferramentas de investigação no qual os jogadores são levados a utilizar e questionar para progredir ao longo do jogo. Dessa forma, o jogo se configura como o dispositivo concreto que permite vivenciar a reorganização praxeológica do saber, deslocando os critérios de divisibilidade do paradigma de visitação às obras para o paradigma de questionamentos.



A ATIVIDADE DE ESTUDO E PESQUISA

Brasil (2018) frisa que é importante utilizar diferentes recursos didáticos e materiais como os jogos e calculadoras. Esses recursos podem despertar o interesse dos alunos, além de representar um ambiente significativo para aprender e ensinar Matemática, porém, a utilização desses recursos

deve estar integrada a situações que propiciem reflexão, de modo que sistematize e formalize os conceitos matemáticos.

Assim, a proposta de atividade, parte de um jogo de tabuleiro que tem como objetivo do jogo estudar os critérios de divisibilidade (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10) de maneira lúdica e interativa, incentivando a pesquisa e o pensamento crítico. Além de utilizar o jogo como ferramenta de aplicação dos critérios, propomos que sua construção seja parte integrante do processo investigativo. Ao envolver os alunos no desenho do tabuleiro, na elaboração dos desafios e na definição das regras, transforma a atividade em um trabalho coletivo e colaborativo. Nesse percurso, os alunos não somente exercitam os critérios de divisibilidade, mas também os problematizam, testam se seus argumentos são válidos matematicamente e fazem contextualização que eles próprios podem criar. Dessa forma, ampliamos o potencial da AEP, ao articular criatividade, pensamento matemático e autonomia, fazendo do jogo não só um meio de aprendizagem, mas também uma atividade de produção coletiva.

A seguir, são apresentados os componentes e regras do jogo, além do esboço do jogo (Figura 9).

Componentes do Jogo:

Figura 9 - Esboço do jogo de tabuleiro



Fonte: os autores

1- Tabuleiro: O tabuleiro consiste numa trilha, numerada de 1 a 100, essa trilha é dividida em setores, no qual cada setor representa um critério de divisibilidade.

2- O jogo possui cartas de desafios

- Perguntas sobre divisibilidade: Por exemplo, 918 é divisível por 3? Por quê?
- Perguntas práticas: Por exemplo, quando um número é divisível por 2?
- Desafios: Por exemplo, dê um exemplo de um número que seja divisível por 2 e 3 ao mesmo tempo.

3- Peças para marcar

4- Dados

5- Diário de bordo: O diário servirá para os alunos fazerem anotações, que servirá de pontapé para discussões posteriores

Regras do Jogo:

1- Na sua vez, jogue o dado e ande o número de casas correspondente;

2- Algumas casas terão números, por exemplo na casa 5 (que corresponde ao primeiro setor, referente ao critério de divisibilidade por 2), estará o número 3020, o jogador que cair nessa casa terá que responder se 3020 é divisível por 2.



3- Ao cair numa casa denominada “desafio”, retire uma carta de desafio e realize a tarefa;

4- Casa bônus: Algumas casas tem bônus especiais, responda uma pergunta (prática ou sobre divisibilidade) se acertar:

- a) Avance para a próxima casa que seja divisível por 10;
- b) Avance duas casas;
- c) Escolha um jogador para voltar 3 casas;

5- Casa de penalidades: Algumas casas tem penalidades

- a) Volte 3 casas se errar o critério de divisibilidade;
- b) Volte para a casa que seja divisível por 2.

6- Consulte o diário de bordo e os colegas caso tenha errado algum critério.

7- Vence o jogador que terminar primeiro a trilha.

O jogo se configura como objeto integrador dos modelos propostos no MER para a atividade de estudo e pesquisa. O uso de jogos, nessa perspectiva, contrapõe-se ao ensino tradicional e considera o aluno como ponto central no processo de construção do conhecimento. De acordo com Smole; Diniz; Cândido (2007, p. 11) afirma que;

em se tratando de aulas de matemática, o uso de jogos implica uma mudança significativa nos processos de ensino e aprendizagem, que permite alterar o modelo tradicional de ensino, o qual muitas vezes tem o livro e em exercícios padronizados seu principal recurso didático. O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, que estão estreitamente relacionadas ao chamado raciocínio lógico.

Dessa forma, esse jogo potencializa uma reorganização praxeológica do saber sobre critérios de divisibilidade, deslocando o conteúdo do paradigma de visitação as obras a um paradigma de questionamento de mundo. Além disso, o jogo opera uma inversão na lógica de ensino, em vez de começar pela apresentação dos critérios, ele parte de situações-problema que levam os estudantes a formular, testar e validar suas próprias conjecturas sobre a divisibilidade. Dessa forma, o jogo transcende a função de mero recurso motivacional para se tornar um dispositivo didático investigativo, no qual o conhecimento é construído de forma ativa, significativa e articulada aos princípios do Modelo Epistemológico de Referência (MER) que o sustenta.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nessa pesquisa o intuito foi estudar os critérios de divisibilidade por meio de um modelo alternativo por intermédio de um jogo matemático. A partir disso, visitamos algumas instituições como o livro didático e a BNCC, de modo que conseguimos encontrar condições e restrições para o estudo dos critérios de divisibilidade.

Assim, iniciamos com o MED de dois livros didáticos, a partir do primeiro livro analisado, datado de 1965 notados que o modelo dominante já era presente nele, porém o livro apresenta restrições na forma que é apresentado o conteúdo, focado mais na técnica e praticidade. No segundo livro, já apresenta algumas condições, mas o mesmo modelo dominante do livro está presente.

Ao analisar o modelo dominante da instituição BNCC, também conseguimos traçar algumas condições e restrições. A partir disso, propomos um MER, cujo objetivo é trabalhar os critérios de divisibilidade, utilizando a decomposição e o algoritmo da divisão convencional, por meio de um jogo, de modo que os alunos consigam fazer investigações e



construir seus próprios critérios de divisibilidade.

Dessa forma, o jogo não seria apenas uma aplicação lúdica das mesmas regras, sem promover a investigação. Os desafios ao longo do jogo não pedem apenas a verificação se é ou não divisível, mas sim uma justificativa. O diário de bordo e a possibilidade de consulta aos colegas criam um espaço de discussão e validação, em que os alunos precisam articular argumentos matemáticos. Isso se afasta da simples aplicação de regras e se aproxima de uma organização matemática de tipo investigativo. Para mais, em futuras pesquisas pretendemos aplicar o jogo e testar suas funcionalidades, de modo que consigamos sair da teoria e partir para a prática.

REFERÊNCIAS

- ALVES, Rafael Pimenta. **Um estudo sobre os critérios de divisibilidade**: questionamento sobre a inserção deste como conteúdo a ser abordado no ensino médio. 2020. 79 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Tocantins, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Arraias, 2020.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.
- CHEVALLARD, Y. Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. *In*: 3ES JOURNÉES D'ÉTUDE FRANCO-QUÉBÉCOISES, 2002. Université René-Descartes, 2002. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php?id_article=62. Acesso em: abr. 2018.
- CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução Luciana de Oliveira da Rocha. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Teláris essencial: matemática – 6º ano**. São Paulo: Ática, 2022.
- GASCÓN, J. Los modelos epistemológicos de referencia como instrumentos de emancipación de la didáctica y la historia de las matemáticas. **Educación Matemática**. Ciudad de Mexico, p. 99-123, marzo, 2014.
- GUIMARÃES, Henrique Manuel. Por uma Matemática nova nas escolas secundárias: perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. *In*: MATTOS, José Manuel; VALENTE, Wagner Rodrigues (org.). **A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos**. São Paulo: GHEMAT, 2007, p. 21-45.
- LUCAS, C. **Organizaciones Matemáticas Locales Relativamente Completas**. 2010. 256 f. Tese (Doutorado em Técnicas Matemáticas Avanzadas y sus Aplicaciones) – Departamento de Matemática Aplicada I, Universidade de Vigo, Vigo, 2010.
- McDOWELL, Eric L. **Divisibility Tests: A History and User's Guide**. Convergence, Mathematical Association of America, May 2018.
- OLIVEIRA, E. S. S. **Estudo das funções seno e cosseno por meio de um modelo didático alternativo integrado ao GeoGebra**. Tese (Doutorado), Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências – Universidade Federal da Bahia, Salvador – Ba, 2020.
- SANGIORGI, O. **Matemática: curso moderno para cursos ginásiais**. Volume 1. 5. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1965.
- SANT'ANNA, Iury Kersnowsky de. **A Aritmética Modular como Ferramenta para**



as Séries Finais do Ensino Fundamental.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT) – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, RJ, 1º semestre 2013.

SANTOS, M. C.; MENEZES, M. B. A Teoria Antropológica do Didático: uma Releitura Sobre a Teoria. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, n. 18, 18 dez. 2015.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira; CÂNDIDO, Patrícia Terezinha. **Cadernos do Mathema: jogos de matemática de 1º a 5º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SOARES, Flávia. O Movimento da Matemática Moderna no Brasil. *In*: SOARES, Flávia. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil: avanço ou retrocesso?** 2001. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2001. p. 67-110.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Osvaldo Sangiorgi e o movimento da matemática moderna no Brasil. **Revista Diálogo Educacional**, v. 8, n. 25, p. 583-613, set./dez. 2008.

