

Atividade Investigativa para o Estudo de Poliedros: uma Construção Baseada em Condições e Restrições Didáticas e Históricas

Investigative Activity for the Study of Polyhedrons: a Construction Based on Didactic and Historical Conditions And Restrictions

Ivanildo Silva **ARAÚJO JÚNIOR**

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática –PPGEnM/UEFS

Eliane Santana de Souza **OLIVEIRA**

Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS

Eliene Barbosa **LIMA**

Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS

Correspondência do autor:

junioraraujojacuipe@gmail.com

RESUMO

Este trabalho objetivou elaborar uma atividade investigativa, baseada em uma Atividade de Estudo e Pesquisa (AEP) para o estudo de poliedros. Para isso, analisamos dois livros didáticos de diferentes períodos como recurso para elencarmos as condições e restrições explanadas nos livros sobre o estudo de poliedros. Para além disso, analisamos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no intuito de compreender as competências e habilidades elencadas nesse documento, sobre o estudo de poliedros. Essa pesquisa é de cunho qualitativo, e apoiados na Teoria Antropológica do Didático, especificamente no paradigma de questionamento do mundo de Chevallard (2002). Como resultado, destacamos que a atividade construída recai no paradigma de questionamento de mundo, fazendo assim, que o estudante desenvolva o pensamento geométrico, de forma integrada com a sua realidade, por meio de construções humanas.

Palavras-chave: Poliedros, Teoria Antropológica do Didático, Análise histórica de livros didáticos.

ABSTRACT

This work aimed to develop an investigative activity, based on a Study and Research Activity (AEP) for the study of polyhedra. To do this, we analyzed two textbooks from different periods as a resource to list the conditions and restrictions explained in the books on the study of polyhedra. Furthermore, we analyzed the National Common Curricular Base (BNCC) in order to understand the skills and abilities listed in this document, on the study of polyhedra. This research is qualitative in nature, and supported by the Anthropological Theory of Didactics, specifically the paradigm of questioning the world by Chevallard (2002). As a result, we highlight that the constructed activity falls within the



paradigm of questioning the world, thus enabling the student to develop geometric thinking, in an integrated way with their reality, through human constructions.

Keywords: Polyhedra, Anthropological Theory of the Didactic, Historical analysis of textbooks..



INTRODUÇÃO

Este trabalho objetivou elaborar uma atividade investigativa, baseada em uma Atividade de Estudo e Pesquisa (AEP) para o estudo de poliedros. Escolhemos este tópico da Geometria por entendermos que, com ele, poderemos trabalhar conceitos tanto da Geometria Plana (como medida da área lateral de um sólido), quanto da Geometria Espacial (o qual o tópico se encontra). Deste modo, poliedros representam um objeto do saber matemático que possibilita abordarmos tópicos de ambas as geometrias.

Ademais, poliedros, por serem figuras tridimensionais com superfícies planas, estão presentes em várias construções humanas, desenvolvendo assim o senso espacial e o pensamento geométrico dos estudantes.

Os poliedros, embora sejam recorrentes no âmbito escolar, quando se fala em Geometria Espacial, constituem um conteúdo que apresenta desafios recorrentes no processo de ensino e aprendizagem, sobretudo no que se refere à compreensão conceitual e à articulação entre diferentes registros de representação. De acordo com Ramos, Rodrigues Júnior e Henriques (2018), os estudantes enfrentam dificuldades relacionadas à mobilização simultânea de conceitos da Geometria Plana e Espacial, bem como ao reconhecimento e à interpretação dos sólidos geométricos em suas diversas representações. Além disso, a abordagem tradicional desse conteúdo tende a privilegiar procedimentos mecanizados, restritos à própria Geometria, o que pode limitar a compreensão dos poliedros como objetos matemáticos construídos historicamente e dotados de significado mais amplo (LIMA, 2024).

Assim, Ramos, Rodrigues Júnior e Henriques (2018), evidenciam que propostas didáticas que envolvem a construção, a manipulação e a investigação de poliedros favorecem o desenvolvimento do pensamento geométrico e do senso espacial, uma vez que possibilitam aos estudantes observar, relacionar e explorar propriedades dos sólidos

tridimensionais de forma mais significativa. Tais aspectos reforçam a escolha desse conteúdo e justificam a elaboração de uma atividade investigativa que considere condições e restrições didáticas e históricas, buscando superar dificuldades recorrentes e promover uma aprendizagem mais reflexiva e integrada da Geometria. Ressalta-se que a metodologia de investigação empregada apresenta caráter qualitativo, visto que, nesse tipo de abordagem, a pesquisa assume natureza predominantemente interpretativa. Ademais, o pesquisador mantém-se intrinsecamente vinculado às próprias vivências, o que possibilita a utilização de múltiplos métodos de obtenção de dados (CRESWELL, 2007).

No processo de elaboração deste estudo, tornou-se imprescindível recorrer a um referencial teórico que possibilitasse compreender a relação entre o sujeito, o objeto do saber e as instituições. Nesse sentido, adotou-se como fundamento a Teoria Antropológica do Didático (TAD), sistematizada por Chevallard (1999). A TAD dedica-se ao estudo do ser humano em sua relação com o conhecimento matemático (CHEVALLARD, 1999). Por meio de dispositivos institucionais, a TAD possibilita às organizações praxeológicas, tanto matemáticas quanto didáticas, identificar lacunas existentes e elaborar propostas que visem supri-las. O conceito de praxeologia tem origem nos termos gregos *praxis* e *logos*, que significam, respectivamente, prática e razão (CHEVALLARD, 2002).

Nesse trabalho, com intuito de elaborar uma atividade investigativa para o estudo de poliedros, nos baseamos especificamente na AEP que é fundamentada na TAD. A AEP “se concentra em reformar os saberes e suas razões de ser (ALMOULOUD, 2022, p. 262). Dessa forma, inserido no paradigma do questionamento do mundo, o conhecimento matemático é compreendido como resultado de respostas elaboradas diante de problemáticas que, ao serem enfrentadas, favorecem uma experiência mais significativa na vida em sociedade (CHEVALLARD, 2013). É nesse



movimento que se estabelece a razão de ser do conhecimento.

Desse modo, esse trabalho está organizado da seguinte forma: Inicialmente expomos as condições e restrições de duas obras didáticas, sobre poliedros, por meio de uma análise de dois livros didáticos; em seguida, exploramos o que apresenta a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sobre os poliedros; posteriormente, discutimos como organizamos e construímos a atividade investigativa; e, por fim, apresentamos as considerações finais.

O QUE OBRAS DE DIFERENTES ÉPOCAS DIZEM SOBRE POLIEDROS

A seguir, analisamos obras que estão integradas, ao que se chama na AEP de modelo dominante. De acordo com Oliveira (2020), o modelo dominante é aquele que está posto nas instituições dominantes para o estudo de um conteúdo que, no nosso caso, são os poliedros. Assim, utilizamos como parte de instituições a serem analisados, dois livros de distintos períodos históricos, para evidenciarmos as condições e restrições que temos para o ensino de poliedros.

No que tange aos livros didáticos, propomos-nos a realizar uma análise da abordagem do conteúdo poliedros objetivando compreender as semelhanças, diferenças e permanências na abordagem desse conteúdo, em diferentes tempos históricos. Para tanto, elencamos como pergunta norteadora: que abordagem do conteúdo poliedros está presente em dois livros didáticos? Os livros analisados foram *Curso de Matemática* (1974), de Bezerra e *Multiversos Matemática: Geometria*, publicado por Souza em 2020.

A escolha do primeiro livro se deu por ele imprimir características próprias do período

histórico em que foi produzido, cuja análise se justifica pela presença de uma abordagem formal e axiomática da Geometria, evidenciada pela apresentação direta de definições e demonstrações com forte ênfase algébrica, pelo uso restrito de recursos imagéticos e pela ausência de propostas investigativas ou de contextualização, aspectos que caracterizam o modelo dominante do ensino de Matemática sob a influência do Movimento da Matemática Moderna. O segundo livro foi escolhido por ser amplamente utilizado na região do território da Bacia do Jacuípe, no estado da Bahia, contexto no qual se insere a atuação profissional do primeiro autor, uma vez que a obra foi adotada na escola da rede pública estadual em que ele leciona.

Análise histórica dos livros didáticos

O livro de Bezerra (1974) tem um único volume que compreende todos os assuntos de matemática¹ do primeiro, segundo e terceiro anos dos Cursos de Segundo Grau (equivalente ao atual Ensino Médio). No que concerne à parte de geometria, são abordados nove tópicos, a saber: retas e planos; poliedros; superfícies; prismas; pirâmides e troncos; cilindros; cones; esferas; seções cônicas.

A obra de Bezerra (1974) foi publicada em meio à influência do Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil. De acordo com Guimarães (2007), este movimento surgiu na década de 1950, em muitos países da Europa e nos Estados Unidos e tinha a intenção de atualizar os currículos do ensino secundário² de Matemática. Essa atualização incluía:

[...] a ênfase na unidade da Matemática (a ideia da "fusão" Aritmética/Álgebra e da "síntese" Álgebra/Geometria, a integração da Trigonometria

ensinada no terceiro ano.

² Equivalente na atualidade ao Novo Ensino Médio.

¹ Esses assuntos são, respectivamente: aritmética e álgebra que eram ensinadas nas três séries; geometria que era reservada ao ensino do primeiro ano; trigonometria que era trabalhada no segundo ano; geometria analítica, sendo



em outros tópicos curriculares); a importância dada à Álgebra e à Geometria vetorial, bem como às estruturas matemáticas; a orientação axiomática do ensino, isto é, a organização do currículo tendo como última meta o estudo axiomático da Matemática; a preocupação com o rigor e com a linguagem e simbologia matemáticas. (Guimarães, 2007, p. 43)

Para Lima *et al.* (2010), outro aspecto do MMM referiu-se às críticas em relação à geometria euclidiana:

Defendia-se uma reestruturação no seu ensino e a inclusão no currículo de outras abordagens para construir o pensamento geométrico, por exemplo, explorando o espaço euclidiano a partir das noções de álgebra linear, mais especificamente, noções de espaços vetoriais. (Lima, *et al.*, p. 15)

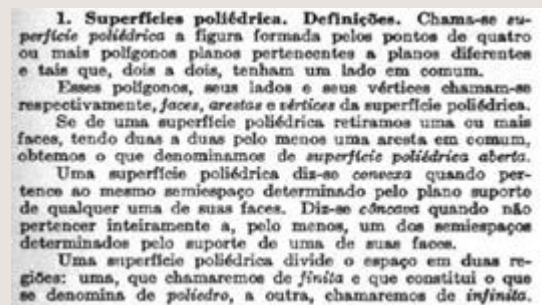
O ensino de geometria por meio de vetores deriva da valorização da álgebra, defendida pelo Grupo Bourbaki, que teve influência sobre o MMM (GUIMARÃES, 2007). Para este Grupo

[...] axiomatizar uma dada teoria seria equivalente a definir uma estrutura matemática por meio da linguagem dos conjuntos, criando-se uma espécie de estrutura conjuntista. Isto quer dizer que os matemáticos desse grupo davam ênfase à exposição da matemática por meio das estruturas matemáticas, tais como as algébricas (introdução à noção de operação), as topológicas (são as que permitem trabalhar com noções tais como as de limite, continuidade e vizinhança) e as de ordem (introdução das noções de ordenação) (Lima, *et al.*, p. 15).

O primeiro aspecto que levantamos refere-se a forma como Bezerra (1974) inicia o capítulo

sobre poliedros: o autor apresenta a definição de superfície poliédrica sem contextualização, seja por meio de imagens, de situações do cotidiano, ou até mesmo com problemas matemáticos. Tal abordagem pode ser observada na Figura 1:

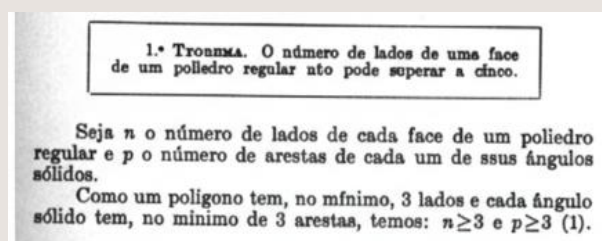
Figura 1: Início do capítulo poliedros em Bezerra (1974)



Fonte: (Bezerra, 1974, p. 368)

Além disso, em Bezerra (1974), as demonstrações tendem a privilegiar o rigor algébrico, sem a utilização frequente de imagens, como pode ser visto em Figura 2, Figura 3 e Figura 4. Essa abordagem diferencia-se diferenciando-se assim da forma de demonstrar de Euclides, que pode ser evidenciada em *Os elementos*, obra traduzida pelo professor Irineu Bicudo, em 2009, na qual o referido autor se baseava em construções realizadas com régua e compasso para auxiliar suas demonstrações.

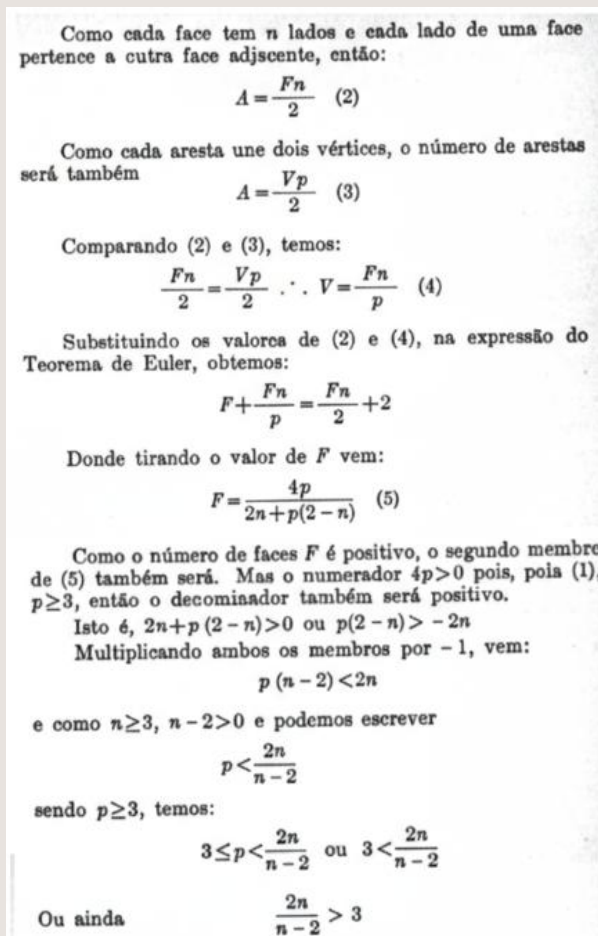
Figura 2: Início da demonstração de um teorema



Fonte: (Bezerra, 1974, p. 372)

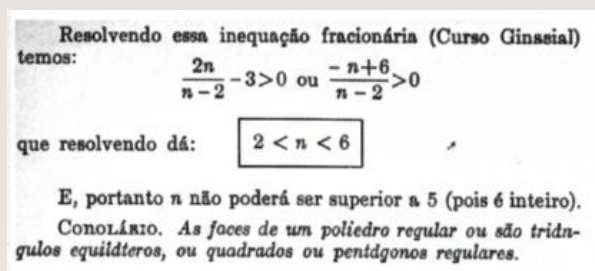


Figura 3: Continuação da demonstração de um teorema



Fonte: (Bezerra, 1974, p. 373)

Figura 4: Finalização da demonstração de um teorema

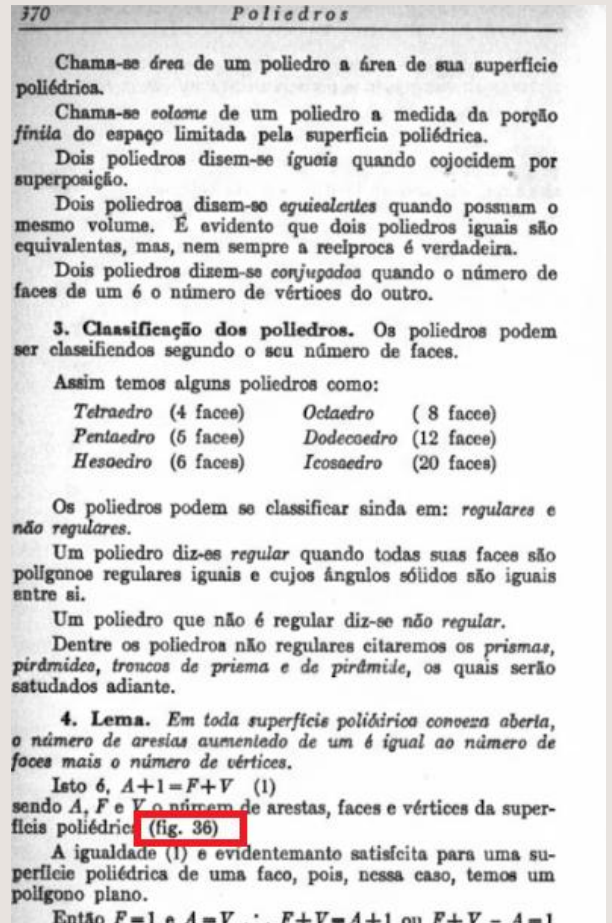


Fonte: (Bezerra, 1974, p. 374)

Ainda sobre a utilização das imagens, quando estas são utilizadas, não há uma preocupação em posicioná-las junto às demonstrações, como fica evidente e, Figura 5 e Figura 6. Na demonstração do lema, mencionou-se uma imagem, contudo, ela só foi apresentada apareceria ao final da página seguinte, o que sugere que o autor não priorizou

colocar imagens próximas às demonstrações, provavelmente por não considerar o recurso imagético relevante para a compreensão delas.

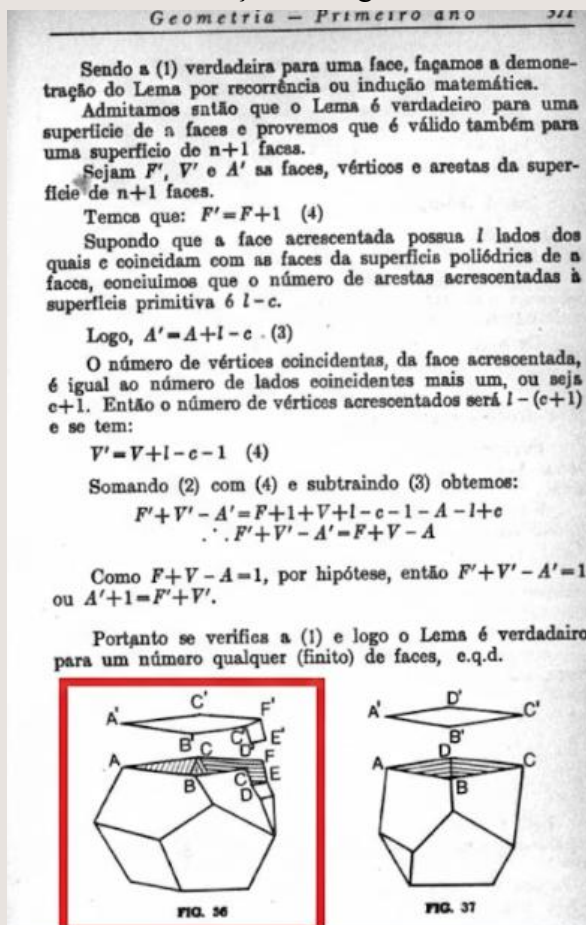
Figura 5: Distanciamento entre demonstração e imagem



Fonte: (Bezerra, 1974, p. 370, grifo nosso)



Figura 6: Distanciamento entre demonstração e imagem



Fonte: (Bezerra, 1974, p. 371, grifo nosso)

A partir da análise do livro de Bezerra (1974), é possível observar características da abordagem dos poliedros próprias do contexto histórico em que a obra foi produzida, como a valorização de definições formais, de demonstrações com forte ênfase algébrica e o uso restrito de imagens. Esses aspectos servem de referência para a continuidade da análise, na qual se busca examinar como o mesmo conteúdo é tratado em uma obra atual, produzida em um contexto curricular distinto.

Em continuidade à análise dos livros, passamos a examinar a obra de Souza (2020), que compõe o primeiro lote de coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro e do material Didático (PNLD), ocorrido em 2021, após a implementação da BNCC. Este documento de caráter normativo, institui uma reorganização curricular ao propor que os conteúdos deixem de ser estruturados

prioritariamente por série ou ano escolar, passando a ser orientados por competências e habilidades, o que implica mudanças significativas na organização e na abordagem dos conteúdos nos livros didáticos.

Sob a influência da BNCC, Souza (2020) produziu uma coleção composta por seis livros didáticos, cada um abordando um ramo da Matemática estudado no atual Novo Ensino Médio, a saber: Geometria; Conjuntos e Função Afim; Funções e suas Aplicações; Sequências e Trigonometria; Matemática Financeira, Gráficos e Sistemas; Estatística e Probabilidade. Dessa forma, selecionamos o volume que trata da Geometria.

No início do capítulo 3, denominado *Figuras geométricas espaciais, área de superfície e volume*, que trata do tópico poliedros, há a indicação das competências e habilidades que serão desenvolvidas. Consideramos que todas as competências e habilidades mencionadas se relacionam, em maior ou em menor grau, com o estudo dos poliedros.

As competências são: competências gerais – 2(exercitar a capacidade de investigação, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções), 5(compreender, utilizar e criar tecnologias digitais para produzir conhecimento e resolver problemas) e 6 (valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais) e competências específicas de Matemática e Suas Tecnologias 3 – (utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos definições e 5 (investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas) Brasil (2018).

Já as habilidades são: EM13MAT201 (propor ou participar de ações adequadas às demandas de sua região, envolvendo medições de perímetro, área e volume) EM13MAT309 (resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas e pirâmides em situações reais) e



EM13MAT504 (investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas e pirâmides) Brasil (2018)³.

Diferente de Bezerra (1974), em Souza (2020), a ideia de poliedros é trabalhada inicialmente com uma situação do cotidiano do aluno (construções), trazendo primeiro uma definição intuitiva de um poliedro, associando uma imagem real a sua representação em figura poliédrica, como mostra a Figura 7.

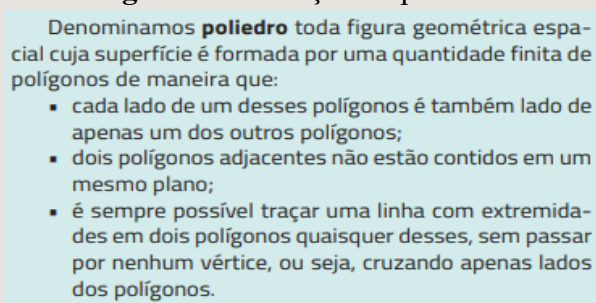
Figura 7: início do capítulo poliedros em Souza (2020)



Fonte: (Souza, 2020, p.88)

Essa contextualização se aproxima da proposta da habilidade EM13MAT201, que diz respeito às ações voltadas ao local de moradia dos estudantes, envolvendo cálculos como medida de área, volume e capacidade, adequadas às demandas de sua região (BRASIL, 2018). O livro segue trazendo exemplos de construções de bairros e cidades e continua utilizando o recurso imagético para a melhor visualização do aluno para, só então, trazer a definição matemática de poliedros.

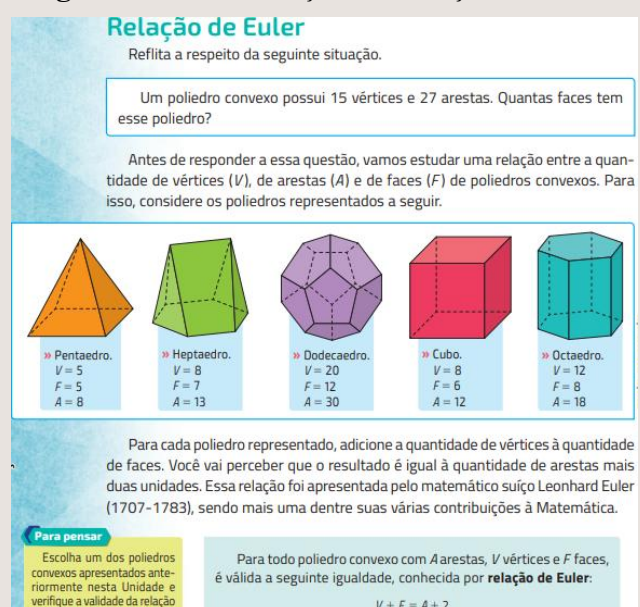
Figura 8: Definição de poliedros



Fonte: (Souza, 2020, p. 88)

Observa-se que essa definição é introduzida de forma articulada ao uso de imagens e exemplos contextualizados, o que favorece a compreensão do conceito e diferencia essa abordagem daquela mais formal e direta identificada em Bezerra (1974). Em relação aos teoremas, encontramos apenas a relação de Euler. Souza (2020) se apropria de desenhos de diferentes poliedros, elencando a quantidade de seus respectivos vértices, arestas e faces, proporcionando uma ideia intuitiva do que representa o teorema, como evidencia a Figura 9. Em seguida, Souza (2020) enuncia o teorema sem demonstrá-lo algebricamente, como ocorre em Bezerra (1974). O que está de acordo com a competência específica de Matemática 5.

Figura 9: Demonstração da Relação de Euler



Fonte: (Souza, 2020, p. 90)

Assim, elencamos três pontos de análise entre as duas obras: a forma como é introduzida a definição de poliedros, a maneira como os autores trabalham os teoremas e a utilização de imagens como recurso didático. Em relação ao primeiro ponto, ambos trazem a definição por escrito, o que configura uma permanência deste aspecto. Contudo, em Bezerra (1974) não há contextualização alguma, diferentemente de Souza (2020) que aborda a ideia de um poliedro

³Mais detalhes, ver: Brasil (2018).

a partir de uma construção humana.

Outra diferença diz respeito à demonstração dos teoremas. Bezerra (1974) opta por demonstrações algébricas, enquanto Souza (2020) se apropria das imagens para apresentar a ideia do teorema de forma intuitiva, sem recorrer a demonstração algébrica alguma. Dito isso, observamos diferenças no terceiro ponto: Souza (2020) parte de imagens para trabalhar a demonstração, ao passo que Bezerra (1974), parece não demonstrar a preocupação em utilizá-las na sequência da explicação.

Por fim, entendemos que as duas obras são influenciadas pelo contexto histórico em que cada autor está inserido: Enquanto Bezerra (1974) produz uma obra sob a influência do MMM, Sousa (2020), para atender à demanda de livros didáticos do ensino atual, buscou estar em conformidade com a proposta da BNCC, um documento normativo que rege o que se deve ensinar e como se deve ensinar.

Assim, concluímos que, seja qual for a obra que pretendemos analisar, saber é necessário reconhecermos que ela é produto de seu tempo, não cabendo assim, uma análise desconectada de seu contexto histórico.

Condições e restrições dos livros didáticos

Análise de condições e restrições do livro didático *Curso de Matemática* de Bezerra (1974), em relação ao tópico Poliedros.

Condições

- Aborda a ideia de superfície poliédrica, a classificação dos poliedros, a relação de Euler e poliedros regulares. Desse modo temos uma ideia geral do tópico.

Restrições

- Não traz contextualização alguma com o cotidiano e o contexto do aluno.
- Há prioritariamente demonstrações algébricas de teoremas

- Não há a utilização satisfatória de imagens para ajudar na compreensão dos estudantes em relação ao tópico estudado.

- Todos os exercícios são do tipo: “calcule” ou “resolva” sem contextualização alguma com o cotidiano do estudante.

Análise de condições e restrições do livro didático *Multiversos Matemática: Geometria* de Souza (2020) em relação ao tópico Poliedros.

Condições

- Começa o trabalho contextualizando poliedros como cotidiano do aluno.
- Traz a definição após trabalhar a ideia intuitiva, com a contextualização.
- Aborda a nomenclatura de maneira que o aluno perceba o padrão e o porquê de cada nome.
- Explana poliedros convexos e não convexos com uma definição clara e com o auxílio de figuras que ajudam a visualização e o entendimento.
- Não trabalha com uma demonstração rigorosa da Relação de Euler, abordando de forma intuitiva: antes de dar a fórmula, existem várias figuras e, abaixo delas, o número de suas faces, arestas e seus vértices, estimulando os alunos a encontrarem o padrão existente entre eles e formular conjecturas.

Restrições

- Poliedros de Platão não são abordados nas páginas de explicação do tópico, aparecendo apenas com uma breve explicação em uma das atividades resolvidas. Considerando que os poliedros de Platão aparecem ocasionalmente no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), essa abordagem pouco enfática pode prejudicar o aluno.
- Não encontramos nas explicações, a ideia de reconhecer que



figuras tridimensionais podem ser decompostas em componentes menores, cujas propriedades são conhecidas, com o intuito de calcular a sua área e volume totais. Entendemos que além de ajudar no desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno, auxilia nas aplicações do cotidiano, proposta pela própria obra, uma vez que nas construções humanas, encontramos estruturas que são a junção da representação de vários poliedros.

A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)

A BNCC constitui-se como um documento de caráter normativo que define as aprendizagens essenciais a serem desenvolvidas ao longo da Educação Básica (BRASIL, 2018). Conforme destacam Castro et al. (2020), a homologação da BNCC transforma orientações antes tratadas como possibilidades em exigências formais, impondo às escolas e aos professores um ensino orientado pelo desenvolvimento de competências e habilidades.

Embora o documento se apresente como orientador e flexível, diferentes autores apontam que esse fator tende a subordinar os conteúdos escolares a demandas pragmáticas e adaptativas, aproximando o currículo de interesses vinculados ao mercado e às políticas neoliberais, em detrimento de uma formação crítica e científica mais aprofundada (MARSIGLIA *et al.*, 2017; BRANCO *et al.*, 2018).

No que se refere especificamente ao ensino de Geometria no Ensino Médio, a BNCC não explicita o estudo dos poliedros enquanto objeto matemático, mas o coloca de forma indireta, por meio de competências e habilidades da área de Matemática e suas Tecnologias. Entre as competências gerais e específicas relacionadas a esse conteúdo, destacam-se aquelas que mobilizam a interpretação de situações, a construção de modelos, a resolução de

problemas e a elaboração de conjecturas (BRASIL, 2018).

Souza (2020) identifica que o tópico Poliedros pode ser associado às competências gerais 2, 5 e 6, às competências específicas de Matemática 3 e 5, bem como às habilidades EM13MAT201, EM13MAT309 e EM13MAT504. Essas habilidades contemplam o estudo de prismas, pirâmides e sólidos geométricos em geral, possibilitando que os poliedros sejam abordados no Ensino Médio, ainda que o termo não seja explicitamente mencionado no documento oficial.

Condições e restrições da BNCC

Essa forma de organização evidencia tanto as condições quanto as restrições impostas pela BNCC ao ensino de Geometria. Abaixo elencamos as condições e restrições que consideramos ao analisar tal documento.

Condições

As competências e habilidades nos permite flexibilidade para trabalhar o conteúdo, ficando a cargo do professor e do autor do livro didático, a escolha de como irá abordá-las.

- Incentiva o uso de tecnologias para ministrar os assuntos
- Recomenda o exercício da curiosidade intelectual, investigação, reflexão e análise crítica.
- Valoriza a diversidade de saberes e vivências culturais, inclusive a realidade do mundo do trabalho.
- Estimula a construção de modelos para a resolução de problemas em diversos contextos.
- Instiga a investigação de padrões e a construção de conjecturas matemáticas, observando padrões, experimentações e diferentes tecnologias.

Restrições

- As competências e habilidades se restringem a estimular o estudo de prismas e pirâmides, que são tipos especiais de poliedros, porém, no dia a dia, os alunos podem encontrar



em suas vivências poliedros de diferentes tipos. Essa limitação foge à proposta da BNCC, de uma educação contextualizada e conectada com a realidade do aluno.

ORGANIZANDO UM MODELO DE REFERÊNCIA PARA UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA SOBRE POLIEDROS

A partir do levantamento das condições e restrições, fruto da análise de algumas instituições do saber do modelo dominante sobre ensino de poliedros, e fundamentados na TAD, apresentamos o desenho de um esboço de modelo de referência, baseado no Modelo Epistemológico de Referência (MER).

Desse modo, em busca de promover a mudança paradigmática de visitação às obras para questionamento do mundo, objetivamos elaborar uma atividade investigativa, baseada em uma AEP para o estudo de poliedros. O paradigma de visitação às obras, conforme discutido por Carvalho e Santos (2023), caracteriza-se por uma organização do ensino em que os saberes matemáticos são apresentados como obras já prontas e legitimadas institucionalmente, às quais os estudantes têm acesso de forma mediada e sequencial, sobretudo por meio da ação do professor e da estrutura disciplinar. Nesse paradigma, o estudo centra-se na exposição dos conteúdos, na transmissão de definições, propriedades e procedimentos, e na resolução de tarefas previamente determinadas, com pouca problematização acerca das razões de ser desses saberes ou de sua gênese histórica e social.

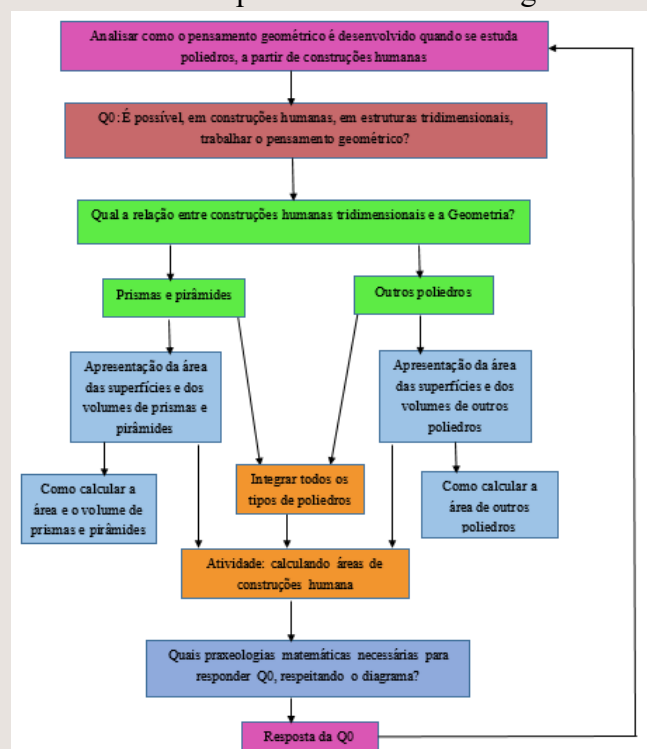
Em contraposição, busca-se projetar o paradigma de questionamento do mundo, que, para Almouloud et al. (2021), é aquele em que “[...] as obras podem ser visitadas e estudadas na procura de dar resposta a um questionamento inicial; nesse paradigma, é importante estudar as

razões de ser que fizeram e fazem existir determinada obra” (p. 439).

Com base nas condições e restrições que elencamos, dos dois livros e da BNCC, e a partir de estudos sobre a construção do objeto do saber matemático poliedros, podemos inferir que um dos motivos de estudo dos poliedros pode estar relacionada ao fato de que eles têm muitas representações na sociedade e, consequentemente, várias aplicações práticas na vida de quem o estuda. Ademais, este tópico permite o estudo interligado das geometrias plana e espacial e ajudando a desenvolver habilidades de visualização espacial e raciocínio geométrico.

Para fugirmos do ensino tradicional que recai sobre o paradigma de visitação às obras, propomos um modelo de referência que o objetivo é trabalhar o tópico poliedros, pelo paradigma do questionamento de mundo. Iremos analisar como o pensamento geométrico é desenvolvido, quando se estuda poliedros, por meio de construções humanas. Abaixo segue a nossa proposta de construção do MER.

Figura 10: Proposta de um Modelo de Referência para Atividade Investigativa



Fonte: Elaborado pelo primeiro autor.



ATIVIDADE INVESTIGATIVA: um esboço para uma Atividade de Estudo e Pesquisa

Antes de apresentar a Atividade Investigativa propriamente dita, faz-se necessário explicitar o percurso que conduziu à sua construção, bem como as escolhas teóricas e didáticas que a fundamentam. Desse modo, o tema poliedros foi escolhido tanto pela sua relevância matemática, por articular conceitos da Geometria Plana e Espacial, quanto pela sua constante presença em construções humanas, o que possibilita estabelecer relações significativas entre o conhecimento escolar e o mundo vivido pelos estudantes.

A atividade foi concebida com base na TAD, especificamente por meio do dispositivo da AEP, que se insere no paradigma do questionamento do mundo. Assim, as escolhas das tarefas, das questões orientadoras e dos encaminhamentos propostos foram guiadas pela intenção de criar condições para que os estudantes investiguem, formulem conjecturas e mobilizem diferentes praxeologias matemáticas relacionadas ao estudo dos poliedros. Além disso, a construção da atividade buscou propor uma organização que dialogue com o modelo dominante, mas que também explore possibilidades mais diversas e contextualizadas.

Como o contexto local é importante para a elaboração desta atividade investigativa, uma vez que o paradigma do questionamento do mundo pressupõe a problematização de situações socialmente significativas para os estudantes, faz-se necessária uma breve apresentação de tal contexto. Riachão do Jacuípe é um município da Bahia, que dista 191 km da capital, Salvador. Faz parte do território de identidade Bacia do Jacuípe e está inserido no bioma caatinga. Periodicamente, sofre com os períodos de estiagem, quando, devido à falta de chuva, muitas pessoas, sobretudo na zona rural,

recorrem a caminhões-pipa para conseguir água para consumo próprio e de seus animais.

Nessa cidade, há uma barragem conhecida como Barragem Grande, construída inicialmente para abastecer as residências da sede do município. Quando seu volume deixou de ser suficiente para suprir a demanda de água da população, a Empresa Baiana de Águas e Saneamento (EMBASA), passou a utilizar outra barragem, muito maior, que abastece toda a região. Atualmente a Barragem Grande funciona como ponto turístico durante as cheias do Rio Jacuípe e, em tempos de estiagem, é utilizada para abastecer os caminhões pipas que, levam água para a zona rural de várias cidades da Bacia do Jacuípe.

Figura 11: Foto panorâmica da



Barragem Grande.

Fonte: foto tirada pelo primeiro autor.

Em relação ao turismo, encontramos barracas que oferecem petiscos e bebidas, além de uma piscina construída às margens do rio, que é abastecida com as águas da Barragem Grande. Nela, há um sistema que permite a renovação periódica e a sua autolimpeza, evitando o desperdício de água tratada.

Figura 12: Foto da piscina da Barragem



Grande.

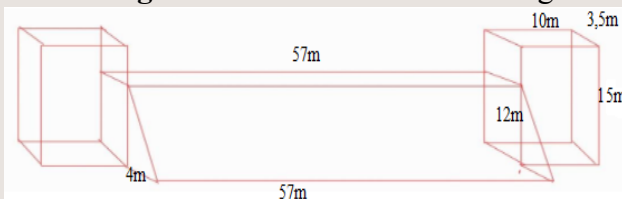
Fonte: foto tirada pelo primeiro autor.

Assim, queremos investigar:

1- Sabendo que a piscina mede 25 m largura, 12 m de comprimento e 2,2 m de profundidade, quantos litros de água tratada são economizados pela piscina, a cada ciclo de limpeza?

2- Como a barragem é de pequeno porte e, não há tantos impactos ambientais, pensa-se em construir outra, com modelo semelhante, como mostra a Figura 13, para suprir a demanda no tempo de estiagem, de outros municípios. Para isso, quantos metros cúbicos de concreto serão necessários para a construção?

Figura 13: modelo da nova barragem



Fonte: elaborada pelo primeiro autor

3- Durante uma visita à Barragem Grande, quais estruturas tridimensionais podem ser identificadas? De que forma essas estruturas se assemelham ou se diferenciam entre si?

4- Observando a piscina da Barragem Grande, é possível identificar quais figuras geométricas planas compõem suas faces? Como essas faces se organizam para formar o sólido tridimensional?

5- A piscina apresentada pode ser classificada como um poliedro? Justifique sua resposta a partir das características que definem esse tipo de sólido geométrico.

6- Quais elementos dos poliedros (faces, arestas e vértices) podem ser identificados na piscina e nas estruturas da barragem? Como esses elementos se relacionam entre si?

7- Caso a profundidade da piscina fosse alterada, mantendo-se as demais dimensões, como isso impactaria o volume de água economizado a cada ciclo de limpeza? O que

essa variação revela sobre a relação entre volume e dimensões de um poliedro?

8- Comparando a piscina da Barragem Grande com outras piscinas da cidade ou da região, que diferenças e semelhanças podem ser observadas quanto à forma geométrica e ao volume?

A atividade investigativa apresentada permite observar que o ensino de poliedros, quando articulados com situações do contexto local e com a mobilização de conceitos geométricos, favorece a construção de aprendizagens em Geometria, ao focar em uma perspectiva investigativa e reflexiva. Ao propor questões que envolvem a análise de estruturas reais, como a piscina e a barragem, cria-se um ambiente favorável para que os estudantes identifiquem, descrevam e relacionem elementos constitutivos dos poliedros, como faces, arestas e vértices, bem como explorem medidas de área e volume de forma integrada. Nesse sentido, a atividade favorece a articulação entre a Geometria Plana e a Geometria Espacial, superando abordagens restritas a procedimentos algorítmicos.

O conceito de poliedros, nesse contexto, emerge como um objeto matemático munido de significado, associado a construções humanas e a problemáticas sociais relevantes. Tais características evidenciam que a atividade se alinha ao paradigma do questionamento do mundo e ao dispositivo da AEP, ao criar condições para a investigação, a formulação de conjecturas e a mobilização de diferentes praxeologias matemáticas no estudo da Geometria.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho realizamos a construção de uma atividade investigativa sobre poliedros, baseada em AEP. Para tanto, fizemos a análise de dois livros de matemática, de diferentes épocas, que abordam este tópico e elencamos diferenças, semelhanças e permanências que nos permitiram vislumbrar as condições e



restrições desse conteúdo. Também analisamos a BNCC que é atualmente o documento de caráter normativo da Educação Básica, em vigência, e levantamos suas condições e restrições em relação aos poliedros.

Esse movimento nos permitiu enxergar parte do modelo dominante de um objeto do saber matemático, a fim de compreender o que temos e o que não podemos mudar, para apresentar algo novo e investigativo sobre o objeto do saber poliedros. Daí, apresentamos uma organização de um modelo que serviu como referência para construção de nossa atividade. Vale salientar, que esse modelo foi baseado no que Chevallard (2013) chama de um MER, e a partir desse desenho de modelo de referência, traçamos a atividade investigativa sobre poliedros, baseada no paradigma de questionamento de mundo, proposto pela TAD.

A atividade construída buscou permitir que os estudantes desenvolvessem o pensamento geométrico por meio do estudo de espaço e forma, de maneira integrada à sua realidade, e permitindo a investigação. Vale salientar a importância desse movimento de mobilizar em uma atividade investigativa, elementos que favoreçam o questionamento, de modo que os estudantes possam desenvolver sua autonomia e, ao mesmo tempo, assumir responsabilidade pelo processo de construção do conhecimento, em nosso caso, sobre o estudo de poliedros. Dessa forma, a atividade pode possibilitar aos estudantes exercer o papel de protagonismo em sua trajetória de aprendizado, enquanto o professor atua como mediador desse processo.

REFERÊNCIAS

ALMOULOU, S. A., *et al.* Percurso de estudo e pesquisa como metodologia de pesquisa e de formação. **REVASF**. Petrolina, v. 11, n. 24, p. 427 - 467, jan. 2021. Disponível em: <https://www.periodicos.univasf.edu.br/index.php/revasf/article/view/1538/1008>. Acesso em 06

dez. 2024.

ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. 2. ed. revisada e ampliada. Curitiba: Editora UFPR, 2022. 344 p.

BEZERRA, M. J. **Curso de Matemática**. 31. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1974.

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; SOUZA, P. Roberto C. **Prisma Matemática: Geometria**. São Paulo: FTD, 2020.

BRANCO, E. P.; BRANCO, A. B. G.; IWASSE, L. F. A.; ZANATTA, S. C. Uma Visão Crítica Sobre a Implantação da Base Nacional Comum Curricular em Consonância com a Reforma do Ensino Médio. **Debates em Educação**, v. 10, n. 21, p. 47-70, 2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018.

CARVALHO, D. G.; SANTOS, M. R.. O paradigma do questionamento do mundo entre o didata Yves Chevallard e o pedagogo Paulo Freire. **REMATEC**. Belém, v. 18, n. 43, p. 1 - 20, jun. 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023017.id488> . Acesso em: 6 dez. 2024.

CASTRO, G. A. M.; SANTO, C. F. A. E.; BARATA, R. C.; ALMOULOU, S. A.. Desafios para o Professor de Ciências e Matemática Revelados pelo Estudo da BNCC do Ensino Médio. **REVEMAT**, v.15, p. 1-32, 2020.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 9, n. 2, p. 221-266, 1999.



CHEVALLARD, Y. Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. In: 3ES JOURNÉES D'ÉTUDE FRANCO-QUÉBÉCOISES, 2002.

Université René-Descartes, 2002. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php?id_article=62. Acesso em: 12 dez. 2024.

CHEVALLARD, Y. **La matemática en la escuela**: por una revolución epistemológica y didáctica. Buenos Aires: Libros del Zorzal, 2013.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa**: Métodos qualitativo, quantitativo e misto. Tradução Luciana de Oliveira da Rocha. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

EUCLIDES. **Os elementos**. Tradução de Irineu Bicudo. 1ª edição. São Paulo: Ed. UNESP, 2009.

GUIMARÃES, H. M. Por uma Matemática nova nas escolas secundárias: perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. In: MATTOS, J. M.; VALENTE, W. R. (org.). **A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal**: primeiros estudos. São Paulo: GHEMAT, 2007. p. 21-45.

LEONARDO, F. M. de. **Conexões Matemática e suas Tecnologias**: Geometria. São Paulo: Editora Moderna, 2020.

LIMA, E. B. *et al.* A institucionalização da matemática moderna nos currículos escolares ou a hegemonia da cultura matemática científica nas escolas. In: Jornadas Latinoamericanas de Estudios Sociales de la Ciencia y Tecnologia, 8., 2010, Buenos Aires. **Anais [...]**. [S.I.:s.n], 2010. p. 1-19.

LIMA, W. F. R. Movimento lógico-histórico

do conceito de poliedro: o processo de elaboração e desenvolvimento de uma sequência didática nos anos finais do Ensino Fundamental. **Obutchénie**, v. 8, p. 1-21, 2024.

MARSIGLIA, A. C. G.; PINA, L. D.; MACHADO, V. O.; LIMA, M.. A Base Nacional Comum Curricular: um novo episódio de esvaziamento da escola no Brasil. **Germinal: Marxismo e Educação em Debate no Brasil**, v. 9, n. 1, p. 107-121, 2017.

OLIVEIRA, E. S. S. **Estudo das funções seno e cosseno por meio de um modelo didático alternativo integrado ao GeoGebra**. Tese (Doutorado), Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências – Universidade Federal da Bahia, Salvador – Ba, 2020.

RAMOS, M. S.; RODRIGUES JÚNIOR, J. F. S.; HENRIQUES, A. Um estudo praxeológico de poliedros em um livro didático de Matemática do Ensino Médio. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 20, n. 3, p. 26-50, 2018.

SOARES, F. O Movimento da Matemática Moderna no Brasil. In: SOARES, F. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil: avanço ou retrocesso?** 2001. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 2001. p. 67-110.

SOUZA, J. R. **Multiversos Matemática**: Geometria. São Paulo: FTD, 2020.

