

Investigando o Resto: Uma Proposta de Atividade de Estudo e Pesquisa para Divisão Euclidiana

Investigating the Remainder: A Proposal for a Study and Research Activity on Euclidean Division

Laiza do Prado Ferreira de **OLIVEIRA**

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática –PPGenM/UEFS

Eliane Santana de Souza **OLIVEIRA**

Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS

Eliene Barbosa **LIMA**

Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS

Correspondência do autor:

laizapradof@gmail.com

RESUMO

Este artigo investiga o ensino da Divisão Euclidiana no Ensino Fundamental – Anos Finais, com ênfase na exploração conceitual do resto da divisão. Fundamentado na Teoria Antropológica do Didático, o estudo desenvolve uma análise praxeológica e histórica de dois livros didáticos de tempos pedagógicos distintos: *Curso moderno de matemática* (Sangiorgi, 1965), situado no contexto do Movimento da Matemática Moderna, e *A Conquista da Matemática* (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018), elaborado à luz da Base Nacional Comum Curricular. A partir dessa análise, constrói-se um Modelo Epistemológico Dominante (MED), evidenciando praxeologias que privilegiam procedimentos algorítmicos e atribuem ao resto da divisão um papel secundário, frequentemente tratado apenas como “sobra”. Em contraposição, propõe-se um esboço de Modelo Epistemológico de Referência (MER), orientado pela ampliação das razões de ser da Divisão Euclidiana e pela reorganização da economia do saber matemático escolar. Com base nesse modelo, elabora-se uma Atividade de Estudo e Pesquisa (AEP), estruturada segundo o paradigma do questionamento do mundo, que visa promover a investigação, a problematização e a construção de significados em torno do conceito de divisão e, especialmente, do resto. A pesquisa, de natureza qualitativa e caráter interpretativo, busca contribuir para a reflexão sobre práticas pedagógicas que favoreçam uma aprendizagem mais conceitual da Divisão Euclidiana, deslocando o foco do ensino do algoritmo para a compreensão das relações matemáticas envolvidas.

Palavras-chave: Divisão Euclidiana, Ensino Fundamental – Anos Finais, Teoria Antropológica do Didático.

ABSTRACT

This article investigates the teaching of Euclidean Division in Elementary School – Final Years, with an emphasis on the conceptual exploration of the remainder of the division. Grounded in the Anthropological Theory of Didactics, the study develops a praxeological and historical analysis of



two textbooks from distinct pedagogical periods: *Curso moderno de matemática* (Sangiorgi, 1965), situated within the context of the Modern Mathematics Movement, and *A Conquista da Matemática* (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018), developed in light of the Brazilian National Common Curriculum Base (BNCC). From this analysis, a Dominant Epistemological Model (DEM) is constructed, highlighting praxeologies that privilege algorithmic procedures and assign a secondary role to the remainder of the division, frequently treated merely as "leftover." In contrast, an outline of a Reference Epistemological Model (REM) is proposed, guided by the expansion of the rationales for the existence of Euclidean Division and the reorganization of the economy of school mathematical knowledge. Based on this model, a Study and Research Activity (SRA) is developed, structured according to the paradigm of questioning the world, which aims to promote investigation, problematization, and the construction of meanings around the concept of division and, especially, the remainder. The research, of a qualitative and interpretative nature, seeks to contribute to reflection on pedagogical practices that favor a more conceptual learning of Euclidean Division, shifting the focus from teaching the algorithm to understanding the mathematical relationships involved.

Keywords: Euclidean Division, Elementary Education – Final Years, Anthropological Theory of Didactics.



INTRODUÇÃO

É comum escutarmos que a matemática é uma disciplina muito formal, distante da realidade, feita para poucos e que, para aprendê-la, é preciso ter neurônios capazes de possibilitar a aprendizagem, tal como o neurônio Z (Baldino, 2017). Essa caracterização da matemática formal decorre de uma corrente filosófica, a saber, o formalismo, cujo objetivo é conceber a matemática como um sistema de regras de manipulação simbólica, sem a necessidade de atribuir significados concretos aos objetos matemáticos. Nessa perspectiva, a matemática é entendida como baseada em estruturas lógicas segundo regras bem definidas, prescindindo de interpretações diretas oriundas do “mundo real”. A concepção que permeava essa corrente era a de que a matemática constituía um sistema completo, infalível e perfeito, no qual não haveria contradições em relação ao que já tivesse sido demonstrado. Tal compreensão não permaneceu restrita às instituições de ensino superior, estendeu-se também ao contexto escolar, em especial no período posterior à Segunda Guerra Mundial. Nesse cenário, emergiram movimentos educacionais, entre os quais se destaca a reforma do ensino secundário de Matemática, posteriormente conhecida como MMM, que propunha superar as limitações do ensino tradicional, então centrado no adestramento dos estudantes por meio da memorização de regras e da realização de cálculos desprovidos de aplicações (Soares, 2001).

No ensino escolar de matemática, ao abordar o conjunto dos números naturais, é comum utilizar algoritmos como estratégia para a resolução de determinados problemas. Contudo, observa-se que essa abordagem não garante a compreensão dos estudantes acerca dos conceitos envolvidos. Nos anos finais do Ensino Fundamental, ao trabalhar com as quatro operações, em especial a Divisão Euclidiana, objeto deste nosso estudo, verifica-se frequentemente a mecanização do

procedimento, sem que seja atribuído significado ao resto da divisão.

Em muitos livros didáticos do Ensino Fundamental - Anos Finais, o resto da Divisão Euclidiana tem sido apenas o de sobra, sem que haja uma exploração mais detalhada sobre o seu uso. Além disso, a maioria dos exercícios propostos objetivam apenas estabelecer relação entre o quociente, divisor e dividendo. Assim, compreendemos ser fundamental a utilização de problemas ou tarefas investigativas que possibilite ao estudante questionar-se sobre a funcionalidade do resto na divisão.

Em uma perspectiva ancorada na Teoria Antropológica do Didático, a análise do ensino de um objeto matemático implica a consideração dos modelos epistemológicos que regulam a organização do saber em uma determinada instituição. O Modelo Epistemológico Dominante (MED) expressa a forma hegemônica pela qual um determinado conhecimento é transposto e estabilizado no sistema didático, delimitando as praxeologias matemáticas e didáticas consideradas legítimas. Esse modelo regula as razões de ser do saber escolarizado, privilegiando determinadas técnicas, tipos de tarefas e discursos tecnológicos, ao mesmo tempo em que silencia outras possibilidades de problematização, produzindo uma economia do saber caracterizada pela redução da complexidade epistemológica do objeto matemático (Almouloud, 2022).

Em contraposição, o Modelo Epistemológico de Referência (MER) constitui-se como um modelo alternativo e provisório, construído no âmbito da investigação didática com a finalidade de reorganizar o objeto matemático a partir de suas condições epistemológicas de produção e de uso. O MER orienta a reconstrução das praxeologias ao explicitar outras razões de ser para o conhecimento, ampliando o espaço de problematização e reconfigurando a economia do saber instituída pelo modelo dominante. Trata-se, portanto, de um modelo que não descreve o funcionamento ordinário do ensino,



mas propõe um horizonte epistemicamente mais aberto, capaz de sustentar práticas investigativas e de colocar em tensão as formas estabilizadas de ensino (Almouloud, 2022).

Nesse quadro, as Atividades Exploratórias de Pesquisa (AEP) podem ser compreendidas como dispositivos didáticos coerentes com o MER, na medida em que instauram uma dinâmica de ensino fundada na investigação, na formulação de questões e na construção progressiva de respostas. As AEP deslocam o foco do ensino da mera execução de técnicas para a produção de praxeologias matemáticas completas, nas quais tarefas, técnicas, tecnologias e teorias são articuladas em um processo de questionamento e validação. Ao instituírem a dialética perguntas-respostas, essas atividades favorecem a emergência de novos modos de relação dos estudantes com o saber matemático, reconfigurando as condições de estudo do objeto (Almouloud, 2022).

Ao reinscrever essas categorias no ensino da Divisão Euclidiana, observa-se que o MED tende a organizar o resto da divisão como um simples resíduo do algoritmo, limitando sua razão de ser a uma consequência técnica da operação e restringindo as praxeologias a tarefas de cálculo e verificação. Essa organização do saber produz uma economia epistemológica empobrecida, na qual o resto não é tematizado como objeto de estudo, mas apenas como subproduto operacional. Em contraste, o MER permite conceber o resto da divisão como um elemento matemático dotado de funcionalidade conceitual, articulado a diferentes tipos de tarefas e a problemáticas que extrapolam o cálculo algorítmico, ampliando suas razões de ser no sistema didático. Nesse contexto, as AEP assumem papel central ao possibilitar a exploração de situações em que o resto emerge como elemento estruturante da análise matemática, favorecendo a reconstrução das praxeologias e a produção de significados mais consistentes para esse objeto.

Destacamos que a estratégia de investigação adotada foi de natureza qualitativa, uma vez que, nesse tipo de abordagem, o estudo

possui caráter essencialmente interpretativo e o sujeito pesquisador não se dissocia de sua própria experiência, permitindo o uso de diversos procedimentos de coleta de informações (CRESWELL, 2007).

Diante disso, traçamos o seguinte objetivo: analisar como o modelo dominante pode interferir para construção de uma atividade de estudo e pesquisa para o estudo de Divisão Euclidiana. O foco desse estudo é o Ensino Fundamental - Anos Finais, de modo que o resto da divisão seja explorado, e partir desse objetivo, sugiram inquietações que serão respondidas por meio da seguinte questão: *Como aprofundar o conceito de Divisão Euclidiana no Ensino Fundamental - Anos Finais, de modo que o resto da divisão seja explorado?*

Para isso, propomos nas próximas seções, discussões sobre a Divisão Euclidiana numa perspectiva histórica e praxeológica, a partir de dois livros didáticos de épocas distintas, o primeiro de Sangiorge (1965) situado no Movimento da Matemática Moderna (MMM) e o segundo dos autores Giovanni Júnior e Castrucci (2018) baseado na Base Nacional Comum Curricular; seguido de uma análise do que apresenta a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sobre Divisão Euclidiana; e após essas análises buscamos traçar um esboço de um modelo de referência para em seguida apresentar uma proposta de Atividade de Estudo e Pesquisa (AEP) que auxilie na aprendizagem dos estudantes a respeito de Divisão Euclidiana, além de gerar um entendimento e significado do resto.

ELEMENTOS DE UM MODELO DOMINANTE

Nesta seção realizamos um levantamento dos modelos dominantes no processo de ensino e aprendizagem da Divisão Euclidiana. Esse processo foi feito a partir da análise de dois livros didáticos de anos diferentes, a saber, 1970



e 2018, observando o que mudou nas praxeologias relacionadas à Divisão Euclidiana e como essas práticas se manifestam nos livros didáticos em épocas distintas. Os estudos realizados para construir o Modelo Epistemológico Dominante (MED), foram apoiados em questionamentos sobre a razão de ser da Divisão Euclidiana, para tanto, buscamos responder as seguintes questões: O que existe? Como existe? Por que existe? Como deveria existir? (Chaachoua; Bittar, 2019).

Assim, organizamos o nosso MED da seguinte maneira: análise histórica e praxeológica do livro didático sobre Divisão Euclidiana e análise da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

ANÁLISE HISTÓRICA E PRAXEOLÓGICA DA DIVISÃO EUCLIDIANA NO LIVRO DIDÁTICO

Os estudantes, com frequência, demonstram dificuldades com relação à compreensão dos conceitos que envolvem as quatro operações, isto porque, ainda é comum a utilização de processos mecânicos para solucionar determinadas situações.

A seguir apresentamos uma análise de dois livros didáticos com tempos pedagógicos diferentes com o intuito de compreender como o conteúdo de Divisão Euclidiana se manteve ao longo do tempo, e, ainda, faremos a análise do livro por meio da abordagem praxeológica da Teoria Antropológico do Didático (TAD). Dessa maneira, vamos explicitar os diferentes tipos de tarefas (**T**), as técnicas (**τ**), tecnologia (**θ**) e teoria (**Θ**) dos exemplos, exercícios resolvidos e propostos pelo livro.

Chevallard (2002) argumenta que toda atividade humana pressupõe algum tipo de organização. Essa organização pode ser delineada a partir de uma tarefa a ser executada, que demanda uma técnica, sustentada por uma tecnologia voltada ao conhecimento, a qual, por

sua vez, encontra respaldo em uma teoria. É nesse contexto que se apresentam os conceitos de Organização Matemática (OM).

A OM refere-se à forma como as práticas matemáticas são estruturadas. De acordo com Chevallard (1999), a OM é composta pelas chamadas organizações praxeológicas ou praxeologias, constituídas por tarefa, técnica, tecnologia e teoria, representadas por $[T, t, \theta, \Theta]$. Assim, a tarefa $[T]$ corresponde a uma ação a ser realizada; em seguida, identificamos os procedimentos para executá-la, ou seja, as técnicas $[t]$. Essas técnicas são fundamentadas por propriedades explicativas, denominadas tecnologias $[\theta]$, que dão sentido e legitimidade às práticas adotadas. Finalmente, a teoria $[\Theta]$ é o nível que sustenta e justifica as tecnologias utilizadas. Destarte analisamos os dois livros, considerando a organização matemática ou praxeologia matemática privilegiada pelos autores.

O primeiro livro a ser analisado é *Curso moderno de matemática: para cursos ginasiais*, publicado no ano de 1965, organizado pela Companhia Editora Nacional e possuindo como autor Osvaldo Sangiorge. A escolha do livro como objeto de análise justifica-se por sua relevância histórica, pedagógica e curricular no contexto do ensino de Matemática no Brasil. A obra insere-se no contexto do MMM, que, historicamente, conforme mencionado anteriormente, enfatizava o rigor lógico, a formalização e a estrutura matemática como sistema de regras, sem preocupação com contextualização ou aplicações concretas, tendo sido elaborada em diálogo com o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM) e reconhecida nacionalmente, inclusive com a concessão do Prêmio Jabuti em 1963.

A introdução do conteúdo acontece a partir de uma abordagem estrutural e relacional. O conteúdo de divisão emerge como uma operação inversa da multiplicação, integrada a um sistema de operações e propriedades, com ênfase na compreensão conceitual antes da técnica. Essa forma de introdução evidencia um deslocamento do ensino tradicional, centrado no algoritmo,



para uma proposta que privilegia o entendimento das relações matemáticas e das estruturas subjacentes ao conceito de divisão.

Figura 1- Problemas envolvendo divisão

Divisão de dois números inteiros

19. *Operação inversa da multiplicação: Divisão; resultado: Quociente*

Se, por exemplo, quisermos dispor as 20 mesinhas (fig. 29), de nossa classe de estudo, em fileira, de modo que cada fileira tenha 4 mesinhas, quantas fileiras são necessárias?

Você está percebendo que agora precisamos de uma operação inversa da multiplicação, pois conhecemos: o produto (20) de dois números, um deles (4) e queremos determinar o outro. Trata-se, portanto, de “desfazer” ou que a operação direta (multiplicação) fez determinando o número ($\square = ?$) que multiplicado por 4 dê 20 para resultado, isto é:

$$\square \times 4 = 20$$

Pela tábua de multiplicação é fácil ver, fazendo caminho “inverso”, que $\square$ é 5. Esse resultado (5) é denominado QUOCIENTE de 20 por 4 e indicamos:

$$20 : 4 = 5$$

O sinal $:$, que indica a operação divisão, é lido “dividido por”. O 20 e o 4 são os termos da divisão e são também denominados, respectivamente, DIVIDENDO e DIVISOR. Logo:

Divisão de dois números inteiros, dados numa certa ordem, é a operação que permite encontrar o Quociente desses números.

Erro comum: Confundir divisão, que é uma operação, com quociente, que é o RESULTADO da operação.

Usando o conhecido símbolo $\iff$ de equivalência, temos:

$$20 : 5 = 4 \iff 4 \times 5 = 20$$

que permite passar de uma igualdade a outra, mediante o emprêgo da operação multiplicação ($\times$) e de sua inversa, a divisão ($:$). Exemplos:

$$2 \times 4 = 8 \iff 8 : 4 = 2$$

$$15 : 3 = 5 \iff 5 \times 3 = 15$$

72

Fonte: Sangiorge (1965, p. 72)

O problema que introduz o conteúdo, não apresenta a divisão como uma “conta armada”, mas como operação inversa a multiplicação. Antes de tratar da técnica operatória, Sangiorge (1965) desenvolve a ideia geral de operação e de operação inversa, levando o estudante a compreender a divisão como uma relação entre números, e não somente como um procedimento mecânico. Assim defende compreensão das estruturas operatórias antes da execução de algoritmos. Na situação acima, temos como tipo de tarefa T_1 : encontrar quantas vezes uma quantidade cabe em outra. A técnica utilizada τ_1 é: utilizar a noção de divisão de quantidade, e o bloco tecnológico-teórico, e o bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]_1$: corresponde a divisão exata de números naturais.

Na figura 2, é apresentado a divisão como operação inversa a multiplicação, a noção de prova real da operação e a limitação do

conjunto, em que, a existência de um quociente inteiro exato é condicionada ao fato de o dividendo ser um múltiplo do divisor. Outro aspecto, é a demonstração da impossibilidade da divisão por zero, demonstrada por meio de uma contradição lógica simples, situando o leitor para uma regra básica da aritmética elementar.

Figura 2- Divisão como operação inversa à multiplicação

De um modo geral, se existir o quociente q entre dois números inteiros a e b , temos:

$$a : b = q \iff q \times b = a$$

ou

$$\boxed{\text{dividendo} : \text{divisor} = \text{quociente}} \iff \boxed{\text{quociente} \times \text{divisor} = \text{dividendo}}$$

relação que permite “tirar” a prova da operação divisão.

ATENÇÃO: A operação divisão nem sempre é possível com dois números inteiros quaisquer!

Como na subtração, nem sempre é possível determinar o quociente de dois números inteiros quaisquer usando o conjunto-universo dos números inteiros. É necessário que o primeiro deles (dividendo) seja múltiplo do segundo (divisor) para que exista o quociente. Exemplo:

$$20 : 3 = ?$$

Não existe o quociente entre 20 e 3, porque não há número inteiro que multiplicado por 3 dê como resultado 20!

OBSERVAÇÃO IMPORTANTÍSSIMA: Não é possível, em nenhum caso, dividir-se um número por zero!

Que seria, por exemplo, $7 : 0$??? Se você “forçar” a equivalência, teria:

$$7 : 0 = ? \quad ? \times 0 = 7, \text{ que é FALSA!}$$

pois, qualquer número multiplicado por zero resulta zero e não 7. Em outras palavras: “dividir por zero” não é uma operação e “multiplicar por zero” não tem operação inversa!

Aliás quem já teve curiosidade de “tentar dividir um número por zero”, usando uma máquina de calcular (manual ou elétrica), deve ter notado como a máquina *emperra*, como se estivesse “protestando” contra tal fato! Porisso, cuidado com os “estalos” e “choques” se tentar essa “espécie” de divisão.

Você pode acrescentar então que:

ZERO, como divisor, é o elemento IMPOSSÍVEL!

73

Fonte: Sangiorge (1965, p. 73)

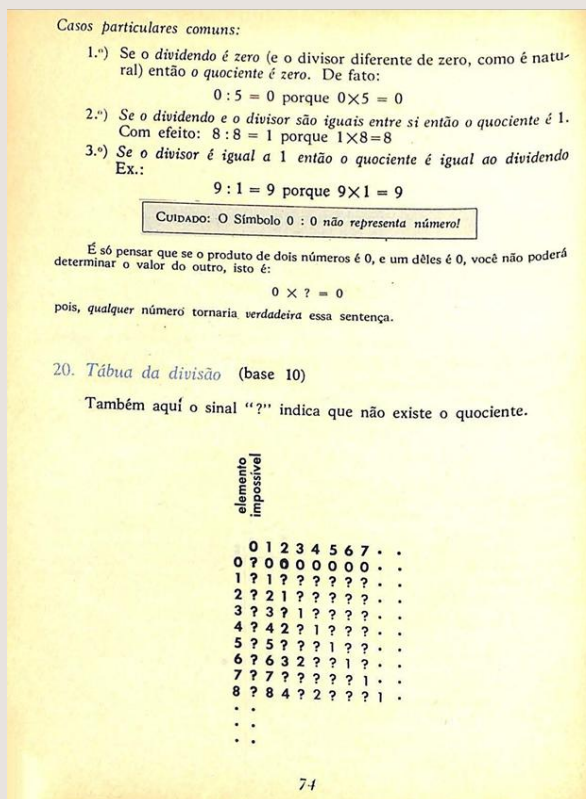
Analisando sobre a praxeologia da TAD, na divisão $20:3=?$ temos como tipo de tarefa T_2 : verificar a existência do quociente inteiro entre dois números dados. A técnica utilizada τ_2 é: multiplicar o quociente pelo divisor e encontrar o dividendo, divisão como operação inversa. E o bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]_2$: fundamentos da divisão euclidiana, ainda que o resto não seja formalizado. Já na operação $70=0?$ e $? \times 0=7$, o tipo de tarefa é T_3 : multiplicação e divisão por zero. A técnica utilizada τ_3 é: multiplicar um número por zero para resultar em um número maior que ele, ou, dividir um número por zero e, em seguida, fazer a operação inversa, para resultar no dividendo. E o bloco tecnológico-



teórico $[\emptyset, \emptyset]_3$: inexistência do inverso multiplicativo do zero.

A figura 3, o autor sistematiza o conteúdo de divisão por meio da apresentação de casos particulares, da explicitação de restrições formais como a inexistência de quociente em certas situações (por exemplo, $0 \div 0$), e da introdução da tabela da divisão em base 10 que ao utilizar o símbolo “?” indica a inexistência do quociente, reforçando a não universalidade do conjunto. Esses elementos evidenciam uma abordagem alinhada ao Movimento da Matemática Moderna, ao privilegiar a compreensão das propriedades, limites e estruturas da divisão em detrimento de procedimentos meramente operatórios.

Figura 3- Divisões com mais algoritmos no dividendo



Fonte: Sangiorge (1965, p. 74)

Neste exemplo, conseguimos verificar com detalhes como efetuar uma divisão e como a multiplicação se encaixa como a operação inversa. Dessa maneira, o tipo de tarefa é T_4 : determinar o quociente em casos particulares. A técnica utilizada é τ_4 : utilizar as propriedades da

divisão e o bloco tecnológico-teórico $[\emptyset, \emptyset]_4$ é: divisão de números naturais.

Por fim, na figura 4 a seguir, aborda a divisão euclidiana, concentrando-se na discussão de “divisão aproximada (por falta)” e na relação fundamental entre os seus componentes. Sangiorge (1965) define a divisão aproximada (por falta) como a operação que busca o maior número inteiro (q , quociente) que, multiplicado pelo divisor (d), resulta em um valor menor que o dividendo (D). Na prática, podemos observar o exemplo 536, onde 8 é escolhido porque $86 = 48$, sendo o maior múltiplo de 6 menor que 53. O resto (r) é definido como a diferença entre o dividendo e produto do quociente pelo divisor $r = D - qd$.

A partir dessas discussões, o livro estabelece a Relação Fundamental que rege a Divisão Euclidiana, onde o dividendo é igual ao produto entre o quociente e o divisor somado com o resto, além de enfatizar uma condição para as divisões aproximadas: o resto é sempre menor que o divisor $r < d$. Ainda, deixa implícito os tipos de divisão dentro dessa estrutura, divisão exata $r = 0$ e divisão não exata ou aproximada $0 < r < d$.

Figura 4 - Divisão inexata



Da mesma forma o 9 é o quociente aproximado por excesso, a menos de uma unidade.

Para as nossas aplicações, quando se fizer necessária a divisão aproximada, escolheremos o quociente aproximado por falta. Daí a definição:

Divisão aproximada (por falta) de um número inteiro por outro (diferente de zero), dados numa certa ordem, é a operação que tem por fim determinar o maior número que, multiplicado pelo segundo, dê um resultado menor que o primeiro.

Os números dados continuam recebendo os nomes de *dividendo* (o primeiro) e *divisor* (o segundo).

Chama-se resto de uma divisão aproximada (por falta) a diferença entre o dividendo e o produto do divisor pelo quociente aproximado. A indicação de uma divisão aproximada é, geralmente, feita com a "chave de divisão":

dividendo | divisor
resto | quociente (aprox.)

Para o exemplo estudado, temos:

$$\begin{array}{r} 53 \overline{) 6} \\ 5 \end{array} \quad \text{onde: } 53 = 8 \times 6 + 5$$

e de um modo geral:

$$\text{dividendo} = \text{quociente} \times \text{divisor} + \text{resto}$$

que é a *relação fundamental* entre o dividendo, o quociente, o divisor e o resto, para as divisões aproximadas. Pode-se pensar, naturalmente, a divisão (exata) como aquela de resto nulo, pois para ela vale a relação:

$$\text{dividendo} = \text{quociente} \times \text{divisor}$$

O importante é você observar que, para as divisões aproximadas o resto é sempre menor que o divisor. Indicando-se, o dividendo, o divisor, o quociente e o resto, respectivamente, pelas letras D, d, q, r , temos:

$$\begin{array}{r} D \overline{) d} \\ r \end{array} \quad D = q \times d + r \quad \text{onde } r < d$$

84

Fonte: Sangiorgio (1965, p. 84)

O tipo de tarefa é T_5 : divisão com resto. A técnica utilizada é τ_5 : utilizar a relação fundamental da divisão para encontrar o dividendo. E o bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]_5$: divisão não exata de números naturais.

Assim, no livro *Curso moderno de matemática: para cursos ginasiais*, destaca-se a valorização das estruturas operatórias, o uso sistemático de linguagem simbólica, a ênfase em propriedades e relações formais e a aproximação entre Matemática escolar e Matemática científica. O capítulo privilegia explicações lógicas, equivalências e definições, reforçando a ideia de que aprender matemática significa compreender suas estruturas internas. Ao mesmo tempo, essa abordagem revela uma concepção de aprendizagem que demanda alto nível de abstração, característica do MMM, o que pode ampliar o rigor conceitual, mas também tensionar o acesso ao conhecimento por parte dos estudantes. Além disso, o **resto adquire significado matemático preciso**, sendo tratado como uma quantidade necessária

para garantir a igualdade $D = qd + r$, com $0 < r < d$ e não apenas como "o que sobra" em uma repartição concreta. A aprendizagem proposta, portanto, exige que o estudante reconheça condições de existência da operação e justifique os resultados obtidos.

O segundo livro didático a ser analisado é *A Conquista da Matemática*, publicado pela editora FTD em 2018 (manual do professor), dos autores Benedicto Castrucci e José Ruy Giovanni Júnior. A escolha desse livro, justifica por ser bastante utilizado na cidade de Amélia Rodrigues, distante cerca de 88 km da capital Salvador, cidade de origem da primeira autora. O ano de publicação, 2018, foi selecionado por corresponder ao período em que a primeira autora teve sua experiência enquanto aluna e estagiária. O livro foi produzido em conformidade com a BNCC, documento normativo que determina as competências gerais e específicas, bem como as habilidades e aprendizagens que devem ser desenvolvidas na Educação Básica. Nessa direção, a BNCC estabelece duas competências relacionadas à discussão da divisão e a divisão Euclidiana: EF03MA08 e EF06MA03, respectivamente, sendo a primeira para o 3º ano - Anos Iniciais e a segunda para o 6º ano - Anos Finais. Assim, a BNCC propõe resolução e elaboração de problemas envolvendo a divisão de um número natural, seja ela exata ou não, utilizando estratégias variadas, com ou sem o uso de calculadoras, além de produzir significados para as divisões a partir das ideias de partilha e medida (Brasil, 2018). É, portanto, sob esse contexto que analisamos o livro *A Conquista da Matemática*.

No livro, a divisão é introduzida por meio de dois problemas contextualizados na realidade para explorar a ideia de divisão em partes iguais. Similarmente, ao apresentarem a solução dos problemas, os autores mostram o método da chave para solucionar divisões, assim como a ideia de divisão exata, ou seja, quando o resto é igual a zero (Figura 5).

Figura 5: Problemas envolvendo divisão



CAPÍTULO 4 **DIVISÃO**

Acompanhe as situações apresentadas abaixo.

1 Uma escola de educação fundamental tem como norma colocar o mesmo número de alunos em cada classe. Essa escola tem 243 alunos matriculados em 9 classes do 6º ano. Quantos alunos há em cada classe? Para resolver esse problema, podemos fazer $243 : 9$.



Crianças na escola.

$$\begin{array}{r} \text{dividendo} \leftarrow \begin{array}{c} \text{C} \text{ D} \text{ U} \\ 2 \ 4 \ 3 \end{array} \begin{array}{c} \text{divisor} \\ 9 \end{array} \\ \begin{array}{c} 6 \ 3 \end{array} \begin{array}{c} \text{quociente} \\ 2 \ 7 \end{array} \\ \text{resto} \leftarrow 0 \end{array}$$

Como o resto da divisão é igual a 0, a divisão é exata. Então, em cada classe há 27 alunos.

2 Uma editora enviou 183 livros para a biblioteca de uma escola. Eles foram colocados em 12 caixas, de modo que todas as caixas tivessem o mesmo número de livros. Quantos livros foram colocados em cada caixa?

Para resolver esse problema, devemos fazer $183 : 12$.



Adolescentes consultando livros na biblioteca.

$$\begin{array}{r} \text{dividendo} \leftarrow \begin{array}{c} \text{C} \text{ D} \text{ U} \\ 1 \ 8 \ 3 \end{array} \begin{array}{c} \text{divisor} \\ 1 \ 2 \end{array} \\ \begin{array}{c} 6 \ 3 \end{array} \begin{array}{c} \text{quociente} \\ 1 \ 5 \end{array} \\ \text{resto} \leftarrow 3 \end{array}$$

Como o resto é igual a 3, a divisão não é exata. Portanto, em cada caixa serão colocados 15 livros e sobrarão 3, que, provavelmente, serão encaminhados em um pacote à parte.

Nas duas situações trabalhamos com a ideia de **dividir** uma quantidade em partes iguais.

54

Fonte: Giovanni Júnior; Castrucci, (2018, p. 54)

Consoante a abordagem praxeológica da TAD, nos exemplos da Figura 5 temos o tipo de tarefa T_6 : dividir uma quantidade em partes iguais. A técnica utilizada é τ_6 : dividir uma quantidade em partes iguais. E o bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]_6$: divisão não exata de números naturais.

No caso a seguir (Figura 6), é utilizado a ideia de medida para apresentar cálculo da divisão de dois números.

Figura 6: Problemas envolvendo divisão

3 Uma equipe de vôleibol é composta de 12 jogadores, sendo 6 titulares e 6 reservas. O professor de Educação Física de um colégio dispõe de 192 alunos para organizar um torneio de vôleibol. Quantas equipes, com titulares e reservas, ele vai conseguir formar? Queremos saber quantos grupos de 12 cabem em 192, ou seja, podemos fazer $192 : 12$.

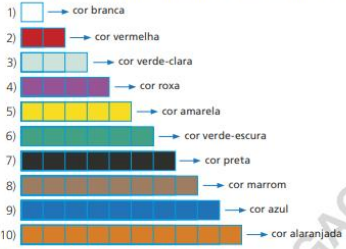


Ele vai conseguir formar 16 equipes.

Usamos essa outra ideia da divisão quando queremos saber quantos grupos serão formados, ou seja, quando precisamos saber quantas vezes uma quantidade cabe em outra quantidade usamos a ideia de **medida**.

PENSE E RESPONDA Resoluções na p. 293

1. Você já viu estas barrinhas, conhecidas como barrinhas Cuisenaire?



Responda às questões no caderno:

a) Quantas vezes a barrinha vermelha cabe na barrinha marrom? 4 vezes.

b) De quantas barrinhas verde-claras eu preciso para completar duas azuis? 6

c) Três barrinhas roxas cabem exatamente em uma barrinha alaranjada? Por quê?

d) Quatro barrinhas vermelhas cabem exatamente em uma barrinha azul? Por quê?

Não, sobra um pedaço de 2 quadradinhos roxos.

Não, fica faltando um pedaço de 1 quadradinho para completar a barrinha azul.

Fonte: Giovanni Júnior; Castrucci (2018, p. 55)

A preocupação do problema, exposto na Figura 6, é saber quantas vezes uma quantidade cabe dentro de outra; no exemplo 3, busca-se descobrir quantos grupos de 12 cabem em 192. Na mesma direção, o exercício proposto “Pense e Responda”, utilizando as barrinhas de Cuisenaire, propõe que os estudantes empreguem estratégias variadas para a resolução, permitindo associar a divisão de números naturais às ideias de “repartir em partes iguais” e de “quantas vezes cabe”, por meio dos problemas apresentados.

Dessa maneira, temos como tipo de tarefa T_7 : encontrar quantas vezes uma quantidade cabe em outra. A técnica utilizada τ_7 é: utilizar a noção de divisão de quantidade, e o bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]_7$ é: divisão exata de números naturais.

A Figura 7, evidencia uma igualdade, denominada relação fundamental da divisão, na qual o dividendo é igual ao produto entre o divisor e quociente, acrescido do resto. Essa relação pode ser utilizada tanto em divisões com resto igual a zero quanto em divisões com resto diferente de zero.



Figura 7: Relação Fundamental da Divisão

Relação fundamental da divisão

Considere as divisões:

a) $48 : 3$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 3 \overline{) 48} \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

Note que $48 = 3 \times 16 + 0$

resto
quociente
divisor
dividendo

b) $50 : 3$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 3 \overline{) 50} \\ \underline{20} \\ 2 \end{array}$$

Note que $50 = 3 \times 16 + 2$

resto
quociente
divisor
dividendo

dividendo = divisor $\times$ quociente + resto

Essa igualdade é chamada **relação fundamental da divisão**. Considere, então, a seguinte questão:

• Numa divisão não exata, o divisor é 7, o quociente é 13, e o resto é 5. Determinar o dividendo. Chamando o dividendo de n , teremos:

$$\begin{array}{r} n \\ 7 \overline{) 13} \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} n = 7 \times 13 + 5 \\ n = 91 + 5 \\ n = 96 \end{array}$$

O dividendo procurado é 96.

ATIVIDADES Resoluções na p. 293

Responda às questões no caderno.

1. Observe as divisões e determine o valor do número natural n em cada uma delas:

a) $n \overline{) 9} \quad n = 65$

b) $n \overline{) 11} \quad n = 181$

c) $n \overline{) 64} \quad n = 1610$

2. Em uma divisão exata, o divisor é 45 e o quociente é 17. Qual é o dividendo? 765

3. Uma escola recebeu uma caixa com certa quantidade de laranjas para a merenda das crianças. Essa quantidade foi repartida igualmente entre as 6 salas da escola, sendo que cada sala recebeu 35 laranjas, e ainda restaram 5 laranjas na caixa. Quantas laranjas havia inicialmente na caixa? 215 laranjas.

4. Qual é o dividendo numa divisão em que o divisor é 12, o quociente é 9 e o resto é o maior possível? 119

Fonte: Giovanni Júnior; Castrucci, (2018, p. 57)

As praxeologias presentes na imagem acima são T₈: descobrir o dividendo da divisão. A técnica utilizada τ_8 é: utilizar a relação fundamental da divisão para encontrar o dividendo, e o bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]_8$ é: divisão exata de números naturais.

Por último, na Figura 8, o livro expõe algumas propriedades fundamentais para a realização da operação de divisão, tais como: não existir divisão por zero, divisão não exata, divisão com dividendo igual zero e em situações em que o dividendo e divisor são iguais.

Figura 8: Propriedades da divisão

Propriedades da divisão

1. Nem sempre é possível a divisão de um número natural por outro número natural.

$$5 \overline{) 0}$$

Não existe número que multiplicado por 0 dê 5. Logo, não existe divisão por zero.

2. Nem sempre a divisão de um número natural não nulo por outro número natural não nulo dá um número natural. Em casos como esse a divisão não é exata.

$$5 \overline{) 2}$$

No conjunto dos números naturais, não existe um número que multiplicado por 2 dê 5.

3. Quando o dividendo é 0 e o divisor é um número natural diferente de 0, o quociente é 0.

$$0 \overline{) 5}$$

Qual é o número que multiplicado por 5 dá zero? É o próprio zero.

4. Quando o dividendo e o divisor são números naturais iguais e não nulos, o quociente é 1.

ATIVIDADES

Resoluções na p. 294

Responda às questões no caderno.

1. Não é possível efetuar, no conjunto N dos números naturais, uma das divisões abaixo. Qual é essa divisão? $8 : 0$

$$\begin{array}{l} 0 : 8 \\ 8 : 0 \\ 13 : 13 \\ 8 : 1 \\ 13 : 1 \\ 4 : 2 \end{array}$$

2. Qual das divisões tem 0 como resultado? $0 : 10$

$$\begin{array}{l} 7 : 0 \\ 20 : 10 \\ 0 : 10 \\ 7 : 2 \\ 9 : 9 \\ 8 : 8 \end{array}$$

3. Em uma divisão exata, o dividendo é 32 e o divisor é 8. Se eu multiplicar o dividendo por 5, por qual número natural deve multiplicar o divisor para que o quociente seja o mesmo da divisão anterior e a divisão continue exata? 5

4. Escreva três exemplos de divisão de um número natural não nulo por outro número natural não nulo cujo quociente não é um número natural.

5. Em uma divisão exata, o dividendo é 120 e o divisor é 20. Se o divisor for dividido por 4, por qual número natural se deve dividir o dividendo para que o quociente da divisão seja o mesmo da divisão anterior e a divisão continue exata? 4

Fonte: Giovanni Júnior; Castrucci, (2018, p. 54)

As praxeologias presentes na imagem acima são T₉: dividir um número natural por outro. A técnica utilizada τ_9 é: utilizar as propriedades da divisão, e o bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]_9$ é: divisão de números naturais.

A A seguir (Quadro 1), sintetizamos mais alguns aspectos que integram os livros escolhidos

Quadro 1 – Semelhanças e diferenças

Perguntas Norteadoras	Livro Sangiorgi (1965)	Livro Giovanni Júnior e Castrucci (2018)



Como os autores introduzem o conteúdo?	O autor introduz o conteúdo de divisão de forma conceitual e relacional, apresentando-a inicialmente como operação inversa da multiplicação, antes de recorrer a procedimentos algorítmicos.	Os autores, iniciam com problemas do mundo real, utilizando as mesmas ideias de divisão como partilha e medida. Apresentam os termos da divisão e utilizam o método da chave para a resolução dos problemas.
A divisão é apresentada como uma operação inversa à multiplicação?	Sim. O livro discute a relação entre quociente e divisor que, ao serem multiplicados, resultam no dividendo; ou seja, operação inversa, no caso de divisão exata.	Sim. Nos exemplos iniciais e nos exercícios, a divisão é apresentada como a operação à multiplicação.
Existe alguma abordagem para a Divisão Euclidiana?	Sim. Há uma abordagem clara da Divisão Euclidiana, ainda que nem sempre apresentada com essa nomenclatura formal desde o início. No capítulo, o autor trabalha explicitamente com os elementos que caracterizam a Divisão Euclidiana, explicitados por meio da Relação	Sim. Os autores discutem a Divisão Euclidiana, com preocupação em dar significado ao resto, que não apenas identificado como uma sobra. Ao apresentar a Relação Fundamental da Divisão, o resto somado ao produto entre o divisor e quociente, resulta no dividendo.

	Fundamental da divisão, na qual o dividendo é expresso como a soma do produto entre o divisor e o quociente acrescida do resto.	
O que dizem sobre o resto?	Sangiorgi (1965) indica que, na divisão com resto, este é sempre menor que o divisor.	Giovanni Júnior e Castrucci (2018), apresentam a relação fundamental, mas não estabelecem regras adicionais sobre o resto
Os livros apresentam as propriedades da divisão?	O livro apresenta que: 1. Se o dividendo for zero, o quociente também será; 2. Se o dividendo e divisor forem iguais, o quociente será 1; 3. Se o divisor for igual a 1, então o quociente será igual ao dividendo; 4. É impossível zero como divisor.	O livro expõe algumas propriedades fundamentais na divisão: 1. Não existe divisão por zero; 2. Divisão não exata; 3. Quando o dividendo é zero e o divisor um número natural maior que zero; 4. Quando o dividendo e o divisor são iguais, o quociente é 1.

Fonte: As autoras (2026).

Portanto, O Quadro 1 evidencia que, O *Curso moderno de matemática* (Sangiorgi, 1965) e *A Conquista da Matemática* (2018) diferenciam-se principalmente pela concepção de Matemática e de ensino que os orienta: enquanto o livro de Sangiorgi, alinhado ao Movimento da Matemática Moderna, privilegia a organização lógica e estrutural dos conteúdos, com forte ênfase em



definições, propriedades, linguagem simbólica e justificações conceituais tratando a divisão como um objeto matemático formal, definido por condições e relações. Já o livro *A Conquista da Matemática* (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018), elaborado no contexto pós-BNCC, organiza o ensino a partir de competências e habilidades, valorizando a resolução de problemas contextualizados, múltiplas estratégias, registros variados e maior aproximação com situações do cotidiano, buscando ampliar o acesso e a significação do conhecimento matemático.

BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como já mencionado anteriormente, é um documento normativo e obrigatório, cujo objetivo é direcionar os currículos escolares nacionais, indicando os conhecimentos, competências e habilidades, os estudantes devem desenvolver ao longo da sua trajetória escolar. As aprendizagens essenciais apresentadas na BNCC estão divididas por áreas de conhecimento, sendo que a área da matemática é denominada Matemática no Ensino Fundamental – Anos Finais. Para essa, a BNCC propõe que o ensino de matemática seja atrelado aos diferentes campos da própria disciplina (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade), articulado a outras áreas do conhecimento e aplicado a situações da realidade.

Na BNCC, as habilidades relacionadas à matemática estão organizadas em unidade temáticas, a saber: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Sobre unidade temática de números nos Anos Finais, a BNCC diz que “A unidade temática Números tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de

quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades” (Brasil, 2018, p. 268). Dessa forma, temos como condição a apresentação da divisão aos estudantes, como sendo uma possibilidade de desenvolver o pensamento numérico nos estudantes, evidenciando que, a partir dessa unidade temática, é possível interpretar e construir argumentos baseados em quantidade.

Além disso, a BNCC apresenta a habilidade EF06MA03, relacionada aos objetos do conhecimento Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais e Divisão euclidiana

Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora (Brasil, 2018, p. 301)

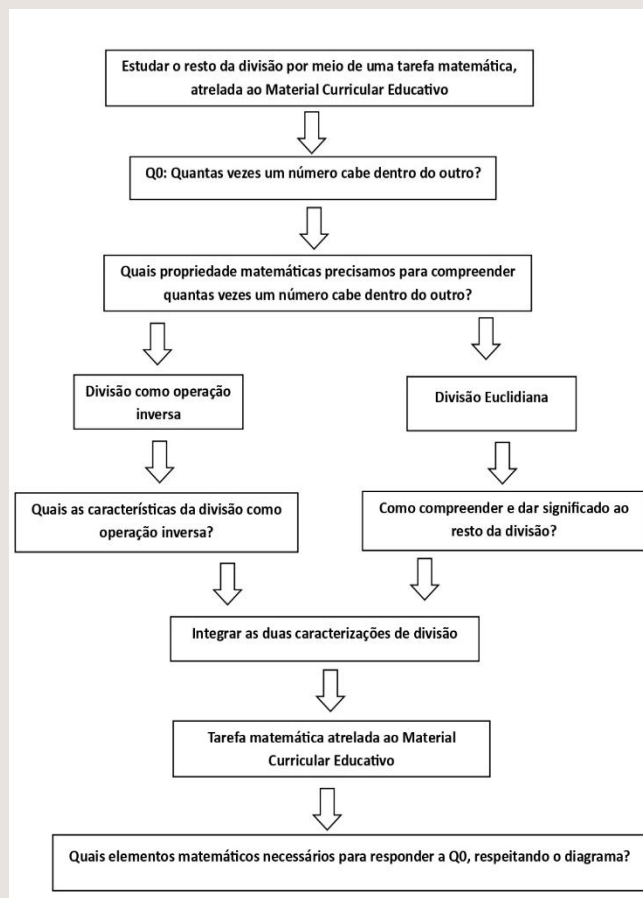
Na habilidade EF06MA03, podemos destacar como condição para trabalhar o conteúdo de Divisão, a possibilidade de o professor utilizar de estratégias diferentes em sala de aula, com ou sem o uso da calculadora, para explorar exercícios e problemas. Por outro lado, a habilidade é bastante ampla, contemplando as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão, incluindo a Divisão Euclidiana), sem abordar as especificidades de cada uma, especialmente da Divisão Euclidiana. Considerando que, na BNCC, a Divisão Euclidiana figura como um objeto de conhecimento, compreendemos que ela deveria ser mais explorada, com uma habilidade específica que contemplasse elementos como: explorar e dar significado ao resto na divisão, incentivar a elaboração e resolução de exercícios, problemas e tarefas investigativas.

ESBOÇO DE UM MODELO DE REFERÊNCIA



Nesta seção, o objetivo é elaborar, a partir das condições elencadas no MED, um desenho de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) sobre a Divisão Euclidiana. Com base nas praxeologias dominantes discutidas na seção anterior, apresentamos um esboço de desenho de um modelo alternativo de tarefas para possibilitar um ensino investigativo deste conteúdo. A proposta da nossa tarefa é utilizar características dos livros de Sangiorgi (1965) e Giovanni Júnior e Castrucci (2018), além de levantar questionamentos sobre aspectos que nem esses livros, nem a BNCC abordam para o ensino de Divisão Euclidiana. Para tanto, apresentamos nesse artigo um desenho de um MER para responder alguns questionamentos e, assim, construir a nossa Atividade de Estudo e Pesquisa (AEP). Na figura 9, ilustramos o esboço do nosso modelo.

Figura 9: Desenho do Esboço de um MER sobre Divisão Euclidiana



Fonte: as autoras (2026)

O nosso desenho de MER busca, por meio de uma tarefa matemática, responder inicialmente à questão geratriz “Q0: quantas vezes um número cabe dentro de outro?”, para, em seguida, desencadear outros questionamentos que possibilitam compreender a divisão como operação matemática e, posteriormente, como Divisão Euclidiana por meio de uma investigação. Para ser possível desenvolver a investigação, utilizaremos o Atividade de Estudo e Pesquisa-AEP desenvolvido por Chevallard (2009), com a proposta de preencher lacunas de ensino e aprendizagem do objeto de conhecimento e tornar os estudantes protagonistas no processo de aprendizagem.

Nesse sentido, o estudante deve ser capaz de questionar, criar argumentos para solucionar e explorar aquilo que é proposto, tornando-se um ser ativo na construção do conhecimento, que para Almouloud *et al.*, 2021, esse paradigma é denominado como questionamento do mundo. Contrapondo a essas ideias, Almouloud *et al.*, 2021, também apresenta o paradigma de visita às obras, o qual os conteúdos são tratados como obras expostas em museus, isto é, os conteúdos são expostos pelo professor (ser ativo) e cabem aos estudantes (visitantes e ser passivo) assistirem e reproduzirem os conhecimentos adquiridos Almouloud *et al.*, 2021. Como o AEP é uma tarefa de investigação, estamos nesse sentido, inseridos no paradigma do questionamento do mundo. A seguir, apresentamos a proposta de atividade construída com base no MED e no esboço de MER.

ATIVIDADE INVESTIGATIVA BASEADA EM UMA AEP

A atividade investigativa baseada em uma Atividade de Estudo e Pesquisa (AEP) foi construída a partir da questão geratriz “quantas vezes um número cabe dentro de outro?” que orienta a investigação do conceito de divisão a partir de um problema fundamental e conceitual.



Essa questão inicial não remete diretamente ao algoritmo, mas convoca os estudantes a refletirem sobre o significado da divisão, estabelecendo um ponto de partida epistemológico que privilegia a compreensão da operação como relação entre quantidades. A partir dessa questão, a AEP organiza-se em um encadeamento progressivo de questões subsequentes, que funcionam como mediadoras do processo investigativo e conduzem, gradualmente, à formalização do conceito.

As questões Q1 a Q4 estruturam o percurso didático da AEP, promovendo a passagem do intuitivo ao conceitual. A Q1 introduz a definição da divisão como operação matemática; a Q2 direciona a atenção para as propriedades e relações matemáticas necessárias à compreensão da operação; a Q3 problematiza a divisão como repartição em partes iguais; e a Q4 introduz a noção de resto, elemento central da Divisão Euclidiana. Esse encadeamento evidencia uma construção didática intencional, na qual o conhecimento é progressivamente elaborado por meio da problematização, da reflexão e da sistematização, favorecendo uma aprendizagem conceitual da divisão e alinhando a AEP a uma perspectiva investigativa e formativa do ensino de Matemática.

QUESTÃO GERATRIZ

Q0: quantas vezes um número cabe dentro de outro?

POSSÍVEIS SUBSEQUENTES

Q1: O que é divisão?

Q2: Quais propriedades matemáticas precisamos para compreender quantas vezes um número cabe dentro de outro?

Q3: Como dividir em partes iguais?

Q4: Quando sobra resto da divisão, o que fazemos?

TAREFA

1. Durante um passeio escolar, uma turma saiu da escola, localizada em Camaçari-BA, com destino a Amélia Rodrigues-BA, onde visitaria a Cachoeira da Pedreira, situada a 71 km de distância. Ao longo do trajeto, o professor informou que o ônibus já havia percorrido metade do caminho. Quantos quilômetros ainda faltam para a turma chegar ao local do passeio?

2. Após a gincana da escola, a diretora da Escola Municipal Fernando do Prado de Amélia Rodrigues resolveu premiar os 178 vencedores e seus 7 professores com um passeio turístico para Salvador. O ônibus que vai ser alugado tem capacidade para 55 passageiros. Quantos ônibus deverão ser alugados se todos confirmarem a presença?

3. No passeio para Salvador, a diretora descobriu no dia que apenas 118 pessoas vão para viagem, e ao agendar a visita ao Museu da Coelba no Centro Histórico ela percebeu que deverá ser dividido em pequenos grupos para levar cada grupo até o museu. Em cada viagem, ela precisa levar, no máximo, 8 pessoas. Qual é o menor número de viagens que a diretora terá de fazer para levar para contemplar todos os participantes?

Qual é relação pode ser estabelecida entre o número de pessoas, quantidade de viagens e estudantes?

4. Durante um passeio escolar, a turma arrecadou 72 livros de literatura por meio de um programa do governo para doação. Esses livros serão distribuídos igualmente entre 4 bibliotecas comunitárias que serão visitadas no passeio. Quantos livros cada biblioteca receberá?



5. Durante as atividades desenvolvidas em sala de aula, foi possível resolver diferentes situações envolvendo divisão. A partir dessas resoluções, quais relações podem ser estabelecidas entre o dividendo, o divisor, o quociente e o resto em cada situação analisada? Como o contexto escolar de cada problema influencia a interpretação desses elementos e a decisão sobre o resultado final? Registre suas conclusões, justificando-as com base nas situações estudadas.

Analisando as praxeologias, tipo de tarefa é $T_{10,11,12}$: divisão com resto. A técnica utilizada é $\tau_{10,11,12}$: identificar quantas vezes um número cabe dentro de outro. E o bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]_{10,11,12}$: divisão não exata de números naturais. Já na questão 4, tipo de tarefa é T_{13} : divisão exata. A técnica utilizada é τ_{13} : dividir em partes iguais. E o bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]_{13}$: divisão exata de números naturais. Por fim, a 5, tipo de tarefa é T_{14} : Relação Fundamental da Divisão. A técnica utilizada é τ_{14} : estabelecer relação entre os elementos da divisão. E o bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]_{14}$: divisão exata e não exata de números naturais.

O conjunto de atividades propostas contribui para a investigação ao explorar a Divisão Euclidiana em diferentes contextos, mobilizando tanto divisões exatas quanto não exatas e permitindo a identificação e a análise das relações entre dividendo, divisor, quociente e resto. Enquanto Atividade de Estudo e Pesquisa, essas tarefas favorecem a aprendizagem ao promover a reflexão, a argumentação e a generalização, deslocando o foco do algoritmo para a compreensão conceitual da divisão e contribuindo para a construção de significados matemáticos mais consistentes e contextualizados.

modelo dominante pode interferir para construção de uma atividade de estudo e pesquisa para o estudo de Divisão Euclidiana. O nosso foco foi o conceito de Divisão Euclidiana no Ensino Fundamental - Anos Finais. Analisando os elementos do modelo dominante, percebemos que os dois livros, apesar de possuírem tempos pedagógicos diferentes, uma vez que o primeiro livro, Sangiorgi (1965) está situado no Movimento da Matemática Moderna (MMM) e o segundo, dos autores Giovanni Júnior e Castrucci (2018), baseado na Base Nacional Comum Curricular.

A análise praxeológica de livros didáticos de diferentes períodos históricos evidenciou que, apesar das distinções contextuais e curriculares, persistem práticas que privilegiam a execução técnica e a mecanização do algoritmo, limitando as razões de ser do conceito e empobrecendo sua economia epistemológica no contexto escolar.

A BNCC reforça esse cenário ao tratar a Divisão Euclidiana de forma ampla, diluída entre as quatro operações, sem explicitar suas especificidades conceituais, especialmente no que diz respeito ao papel do resto. Diante dessas constatações, a construção de um Modelo Epistemológico de Referência mostrou-se necessária para orientar uma reorganização do ensino, sustentada pela ampliação das praxeologias e pela valorização de processos investigativos.

A atividade investigativa baseada na Atividade de Estudo e Pesquisa proposta constitui uma alternativa didática coerente com o MER, ao inserir o estudante em uma dinâmica de questionamento, experimentação e validação, favorecendo a construção de significados para a Divisão Euclidiana e para o resto como elemento estruturante da relação fundamental da divisão. Espera-se que este estudo contribua para a reflexão sobre o ensino da matemática escolar e ofereça subsídios teórico-metodológicos para práticas pedagógicas que promovam uma aprendizagem mais conceitual, crítica e significativa desse conteúdo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, buscamos analisar como o



REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. 2. ed. rev. e ampl. Curitiba: Editora da Universidade Federal do Paraná (UFPR), 2022.

BALDINO, Roberto Ribeiro. A teoria do neurônio Z. **Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática**, Juiz de Fora, v. 1, n. 1, p. 87–95, jul./dez. 2017.

CHAACHOUA, Hamid; BITTAR, Marilena. A teoria antropológica do didático: paradigmas, avanços e perspectivas. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, v. 9, n. 1, p. 29–44, 2018.

CHEVALLARD, Yves. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 9, n. 2, p. 221–266, 1999.

CHEVALLARD, Yves. Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. In: JOURNÉES D'ÉTUDE FRANCO-QUÉBÉCOISES, 3., 2002, Paris. **Actes...** Paris: Université René-Descartes, 2002. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php?id_article=62. Acesso em: abr. 2025.

CRESWELL, John W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução Luciana de Oliveira da Rocha. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

DIAS, André Luis Mattedi. O Movimento da Matemática Moderna: uma rede internacional científico-pedagógica no período da Guerra Fria. In: JORNADAS LATINO-AMERICANAS DE ESTUDOS SOCIAIS DAS CIÊNCIAS E DAS TECNOLOGIAS, 7., 2008, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro, 2008. p. 1–20.

LIMA, Eliene Barbosa et al. A institucionalização da matemática moderna nos currículos escolares ou a hegemonia da cultura matemática científica nas escolas. In:

JORNADAS LATINO-AMERICANAS DE ESTUDIOS SOCIALES DE LA CIENCIA Y TECNOLOGÍA, 8., 2010, Buenos Aires. **Anais...** Buenos Aires: s.n., 2010. p. 1–19.

SANGIORGI, Osvaldo. **Curso moderno de matemática: ginásio**. v. 1. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1965.

SCHUBRING, Gert. O primeiro movimento internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha: um estudo de caso na transmissão de conceitos. **Zetetiké**, Campinas, v. 7, n. 11, p. 9–38, jan./jun. 1999.

SOARES, Flávia. O Movimento da Matemática Moderna no Brasil. In: SOARES, Flávia. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil: avanço ou retrocesso?** 2001. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001. p. 67–110.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Euclides Roxo e o movimento internacional de modernização da matemática escolar. In: VALENTE, Wagner Rodrigues (org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2004.

