

A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO: PARADIGMAS, AVANÇOS E PERSPECTIVAS

Hamid Chaachoua¹

Marilena Bittar²

INTRODUÇÃO

O objetivo deste curso é apresentar os conceitos centrais e as grandes questões que contribuíram para o desenvolvimento da Teoria Antropológica do Didático (TAD) desde o início dos anos 1990. Para isso, escolhemos descrever esta evolução por meio da noção de sensibilidade de quadros teóricos. Artigue (2011) propõe o termo "sensibilidade" para traduzir a palavra "concerns" utilizada em projetos de investigação europeus³, a fim de posicionar os quadros teóricos – uns com relação aos outros – em função de suas especificidades.

Ela considera que "cada quadro teórico em didática utiliza um filtro conceitual particular para recortar e estudar o que pode ser considerado como um objeto comum de estudos" (ibid., p. 32) e que as construções teóricas são desenvolvidas primeiro para atender as necessidades das quais as ferramentas conceituais disponíveis não fornecem respostas. Assim, podemos entender melhor a evolução de uma teoria identificando as necessidades às quais ela busca responder e as construções que lhe permitem fazer isso.

Na primeira parte, vamos apresentar os conceitos da TAD e as principais linhas de sua evolução, desde a transposição didática até o surgimento da abordagem praxeológica. Em seguida, na segunda parte, apresentaremos um exemplo para ilustrar a evolução da TAD levando em consideração o aluno.

FUNDAMENTOS E EVOLUÇÕES DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Para a TAD, vamos considerar duas sensibilidades identificadas por Artigue (2011):

Sensibilidade 1: Centralização sobre a noção de instituição.

“Sua centralização sobre a noção de instituição e a sensibilidade que resulta em questões de normas e valores institucionais, bem como a forma como estes moldam o processo de ensino e aprendizagem” (ibid., p. 37).

Sensibilidade 2: Relatividade de conhecimentos matemáticos. “O fato de que ela considera o conhecimento matemático como algo relativo, emergindo de práticas humanas e que, portanto, é sensível a tudo que, afetando essas práticas, afeta os meios de acesso, os conteúdos e as formas deste conhecimento” (ibid., p. 37).

É em torno destas duas sensibilidades que ilustraremos os fundamentos e a evolução da TAD.

¹ Univ. Grenoble Alpes, França/ CNRS, Grenoble INP, LIG.

² PPGEdumat, DDMat/ Univ. Federal do Mato Grosso do Sul, Brasil.

³ TELMA: Technology Enhanced Learning in Mathematics. Voir <http://telma.noe-kaleidoscope.org>; ReMath (IST4-26751): Representing Mathematics with Digital Media est un STREP (Strategic Targeted Research European Project) du 6e PRD dans le domaine IST (Information Society Technologies).

O tema central da teoria, que foi recentemente ampliada (CHEVALLARD, 1989), é o dos saberes e das instituições. Um saber não existe "no vácuo", em um vazio social: todo saber aparece em um determinado momento, em uma certa sociedade, ancorado em uma ou mais instituições (CHEVALLARD, 1989). Daí as proposições: (1) todo saber é saber de uma instituição, (2) um mesmo objeto do saber pode viver em diferentes instituições, (3) para que um saber possa viver em uma instituição, é necessário que ele se submeta a uma série de restrições, o que implica em modificações sobre o saber, caso contrário, ele não consegue se manter na instituição.

Essas três proposições são a base de duas abordagens⁴: a transposição didática e a ecologia dos saberes.

A transposição didática estuda o processo que permite que um saber passe de uma instituição para outra instituição de ensino. Assim, ela coloca em evidência o problema da legitimação de objetos do saber ensinados e a aparição sistemática de um salto entre um saber ensinado e as referências que o legitimam. Salto devido às restrições que pesam sobre o funcionamento do sistema de ensino.

A ecologia de saberes é um meio de questionar a realidade: O que existe e por quê? Mas também, o que não existe, e por quê? E o que poderia existir? Sob quais condições? Inversamente, dado um conjunto de condições, quais objetos podem viver ali ou, ainda, quais objetos são impedidos de viver nestas condições?

Primeira evolução da TAD

A TAD foi construída como uma ampliação dessas duas abordagens e introduzindo alguns termos primitivos: Objeto, Pessoa, Instituições e Relação Pessoal ou Institucional.

Um objeto O existe para uma pessoa X se existe uma relação pessoal $R(X, O)$, da pessoa X com o objeto O . Do mesmo modo, o objeto O existe para a instituição I se existe uma relação institucional, $RI(O)$, de I com O . Duplamente, diremos que X (ou I) conhece O se existe uma relação $R(X, O)$ de X com O (respectivamente, uma relação do $RI(O)$ de I com O). (CHEVALLARD, 1991, p. 161)

A relação institucional descreve o que é feito em uma dada instituição I com o objeto O , como este objeto é posto *em cena*. Para cada um dos sujeitos de I que ocupam uma posição p , existe uma relação institucional com o objeto O , expressa por: $RI(p, O)$. Esta relação institucional constitui o sistema essencial de condições e restrições sob as quais se forma e evolui uma segunda relação: a relação pessoal de um indivíduo X com o objeto O .

A relação pessoal de um indivíduo X com um objeto O é o conjunto de interações, sem exceção, que X possa ter com O : segurá-lo, usá-lo, falar sobre ele, sonhar com ele... Ele especifica a maneira como X conhece O . Para Chevallard, a noção de relação pessoal é, ao mesmo tempo, um conceito abrangente, mas também unificador de aspectos fragmentados sobre os quais descrevemos comumente o conhecimento.

⁴ Podemos falar da teoria da transposição didática ou da teoria da ecologia. Mas nós preferimos aqui o termo abordagem para reservar o termo teoria à TAD.

Um indivíduo X pode ter, sobre um objeto do saber dado, Os, apenas uma relação pessoal, a qual emerge de um sistema de relações institucionais (tal como a relação didática), relações ternárias nas quais o indivíduo X entra em relação com o objeto do saber Os e com um ou mais agentes da instituição I. Dessa relação pessoal releva, em particular, tudo o que a gente acredita ordinariamente poder dizer - em termos de "saber", "saber-fazer", de "concepções", de "competências", de "domínio", de "imagens mentais", de "representações", de "atitudes, "de fantasias", etc... - de X sobre Os. Tudo o que se pode afirmar - com ou sem razão, pertinente ou não - deve ser realizado (na melhor das hipóteses) sobre um aspecto da relação pessoal de X com Os. O conceito de relação (pessoal) aparece para abranger aspectos fragmentários dos quais normalmente o dissociamos. (CHEVALLARD, 1989, pp. 226-227)

Nesse contexto, a aprendizagem é uma modificação da relação de um indivíduo X com O. Ou essa relação começa "a existir" (se ela ainda não existia), ou essa relação é modificada (se ela já existia). Essa aprendizagem muda a pessoa (não o indivíduo).

A relação institucional com o objeto O, de uma instituição, constitui o sistema essencial de condições e restrições sob as quais se forma e evolui a relação pessoal de um indivíduo X com o objeto O quando ele se torna sujeito da instituição I. Essa relação institucional depende da posição p que a pessoa ocupa em I: estudante ou professor. Podemos então falar de um bom ou mal sujeito de uma instituição relativo a essa restrição.

Conforme evidenciam Bosch e Chevallard (1999), a noção de relação com o saber coloca a didática no terreno da antropologia do conhecimento (ou antropologia cognitiva). Assim:

O conhecimento - e o saber como uma certa forma de organização do conhecimento - entra então em cena com a noção de relação: um objeto existe se existe uma relação com esse objeto, isto é, se um sujeito ou uma instituição o "(re)conhece" como um objeto. Dado um objeto (por exemplo, um objeto do saber) e uma instituição, a noção de relação leva às práticas sociais que ocorrem na instituição e que envolvem o objeto em questão, ou seja, "o que é feito na instituição com esse objeto". Conhecer um objeto é ter o que fazer com - e muitas vezes ter de lidar com - esse objeto. O saber matemático, como uma forma particular de conhecimento, é o resultado da ação humana institucional: é algo que se produz, se utiliza, se ensina ou, mais geralmente, se transpõe em instituições. Mas a matemática ainda é um termo primitivo, hipótese de certas práticas institucionais - as práticas sociais em matemática. O que falta é o desenvolvimento de um método para analisar as práticas institucionais que permitem a descrição e estudo das condições de realização. Os últimos desenvolvimentos da teorização vêm preencher esta lacuna. O conceito-chave que aparece então é a de organização praxeológica ou praxeologia. (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 85)

Assim, para descrever a relação institucional que condiciona a relação pessoal de um sujeito com um objeto do saber, a teoria propõe o modelo praxeológico. Este modelo foi então introduzido como uma resposta a uma necessidade metodológica, a de descrever as relações institucionais.

A abordagem praxeológica

Bosch e Chevallard (1999) propuseram um modelo de praxeologia como ferramenta de descrição da relação institucional.

A relação institucional a um objeto para uma determinada posição institucional, é moldada e re-moldada por um conjunto de tarefas que devem cumprir, por meio de determinadas técnicas, as pessoas que ocupam essa posição. Assim, é o cumprimento de diferentes tarefas que a pessoa se vê levada a realizar ao longo de sua vida em diversas instituições, nas quais ele é sujeito sucessivamente ou simultaneamente, que conduzirá a emergir sua relação pessoal ao objeto considerado. (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 85)

A TAD considera que, em última instância, toda atividade humana consiste em resolver uma tarefa t de algum tipo T , por meio de uma técnica τ , justificada por uma tecnologia θ que permite simultaneamente pensá-la, produzi-la e que, por sua vez, é justificada por uma teoria Θ . Ela parte, assim, do postulado que toda atividade humana implementa uma organização praxeológica, a qual Chevallard (1999) chama de praxeologia, ou organização praxeológica, simbolizada por $[T, \tau, \theta, \Theta]$.

Falamos sobre praxeologia matemática – ou organização matemática (OM) – quando os tipos de tarefas T vêm da matemática, e de praxeologia didática – ou organização didática – quando os tipos de tarefas T são tipos de tarefas de estudo.

A palavra praxeologia enfatiza a estrutura da organização $[T, \tau, \theta, \Theta]$: em grego práxis significa "prática", referente ao bloco prático-técnico (ou práxis) $[T, \tau]$, e logos significa "razão", "discurso fundamentado", referente ao bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]$. Chevallard (1999) designa uma praxeologia $[T, \tau, \theta, \Theta]$ como uma organização do saber.

Diz-se que $[T, t, \theta, \Theta]$ é uma praxeologia pontual para indicar que esta é uma praxeologia relativa a um único tipo de tarefas. Observa-se que raramente se encontra praxeologias pontuais. Esta constatação nos leva aos conceitos de níveis de *determinação matemática* e de *co-determinação matemática* e *co-determinação didática*.

Níveis de determinação matemática

Geralmente, em uma determinada instituição I , uma teoria Θ responde a várias tecnologias θ_j , cada uma delas, por sua vez, justifica e torna inteligíveis várias técnicas τ_{ij} correspondendo a muitos tipos de tarefas T_{ij} . As organizações pontuais vão assim se agregar, primeiro em organizações locais, $[T_i, \tau_i, \theta, \Theta]$, centradas em uma tecnologia θ específica, em seguida, em organizações regionais, $[T_{ij}, \tau_{ij}, \theta_j, \Theta]$, formadas em torno de uma teoria Θ . Além disso, Chevallard (1998) chama de organização global o complexo praxeológico $[T_{ijk}, \tau_{ijk}, \theta_{jk}, \Theta_k]$ obtido, em uma determinada instituição, pela reunião de várias organizações regionais correspondentes a várias teorias Θ_k .

A segmentação de saberes matemáticos em um currículo de estudo em uma instituição é organizada em vários níveis. O nível *tema* é em torno de uma tecnologia, o que leva a considerar organizações matemáticas locais. O estudo de um tema nos leva a considerá-lo nas suas relações com a organização matemática regional, que é o nível *setor*, e com a organização matemática

global, que é o nível *domínio*. Este último está imerso na *disciplina* como um todo. Um tema é estudado a partir de várias organizações matemáticas pontuais, esse é o nível *assunto*, que o tema envolve.

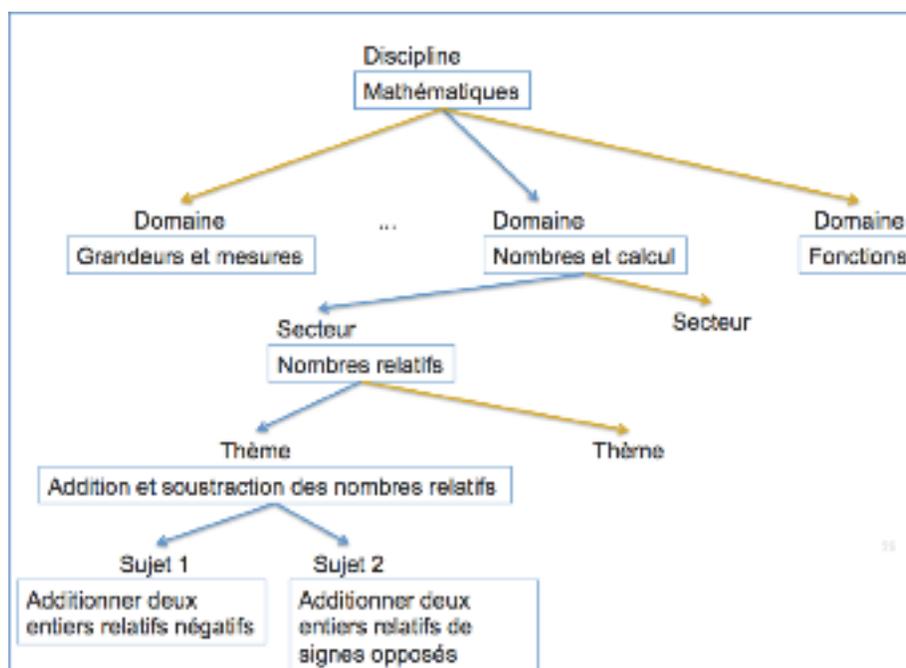
A implementação de uma organização matemática pontual $[T/\tau/\theta/\Theta]$ pode ser encontrada durante estudos reais somente excepcionalmente: não há muitos temas de estudos θ que levam a um único tipo de tarefas. Sem dúvida essa abstração existe um pouco mais para o aluno porque, no estado atual das coisas, este é avaliado prioritariamente sobre tipos de tarefas T em que cada um define para ele um objeto de estudos em si quase independente dos outros. Mas, para o professor, a unidade de conta – não a unidade minimal, claro – é mais ampla: é em torno de uma tecnologia θ , que assume então o status de tema de estudo, que se reúne para ele um conjunto de tipos de tarefas T_i ($i \in I$) para cada uma das quais, segundo a tradição em vigor, no curso de estudo, a tecnologia θ permitirá associar uma técnica t_i . A organização matemática que o professor pretende implementar na classe não tem mais, assim, a estrutura atômica que exibe a fórmula $[T/\tau/q/\Theta]$: é um amálgama de tais organizações pontuais, que notaremos $[T_i/\tau_i/\theta/Q]_{i \in I}$ e que denominamos organização (matemática) local. E é de uma tal organização local que o aluno deverá então extrair, reconstruindo com a ajuda de seus colegas de estudos sob a orientação do professor (ou por conta própria), as organizações pontuais sobre as quais seu *domínio* será majoritariamente avaliado. O professor, por sua vez, deve gerenciar um fenômeno análogo, mas em um nível superior: a organização local $[T_i/\tau_i/\theta/Q]_{i \in I}$ correspondente ao tema de estudos deve ser extraída de uma organização mais vasta, que diremos regional, e que podemos olhar formalmente como o fruto do amálgama de organizações locais admitindo a mesma teoria Q , $[T_{ji}/\tau_{ji}/\theta_j/Q_j]_{i \in I, j \in J}$. Este nível, o de setor de estudos, não é de modo algum terminal. Constatamos, de fato, em geral, a existência de níveis superiores de determinação (de uma organização) matemática: o amálgama de várias organizações regionais $[T_{kji}/\tau_{kji}/\theta_j/Q_j]_{i \in I, j \in J, k \in K}$ conduz, assim, à uma organização global, identificável a um domínio de estudos; e o conjunto desses domínios é amalgamado em uma disciplina comum – para nós “a matemática”. (CHEVALLARD, 2002, p. 42)

Os diferentes níveis de co-determinação didática enunciados aqui são, de fato, as condições e restrições de existência de uma organização matemática local. A identificação desses níveis de determinação tem vários interesses, os quais apresentamos a seguir.

a) *Explicitar e dar conta da estrutura de um currículo de uma instituição*

Consideremos o exemplo das praxeologias pontuais em torno dos tipos de tarefas "Adicionar dois números inteiros negativos" e "Adicionar dois inteiros de sinais opostos" na França. Eles pertencem ao mesmo tema "Adição e subtração de números inteiros", que recai no setor "Números inteiros", e no domínio "Número e cálculo", que finalmente pertence à disciplina "Matemática" (ver Figura 1). Enfatizamos que esta estrutura não é absoluta, ela depende de cada instituição e do tempo.

Figura 1 – Níveis de determinação matemática em torno dos números relativos na França



Fonte: Os autores.

b) Identificar problemas ou fenômenos de um determinado currículo

A partir da estrutura acima, nós podemos destacar problemas ou inconsistências no currículo em termos de sua articulação por meio das perguntas: Que organizações didáticas permitem articular as questões pontuais estudadas em cada tema? E articular os diferentes temas estudados em cada setor?

Da mesma forma, pode-se destacar o fenômeno da atomização do currículo. Por exemplo:

- Estudo de questões pontuais e isoladas
- Falta de flexibilidade das técnicas empregadas
- Ausência de um currículo estruturado em níveis superiores ao tema
- Falta de ligação entre setores de um mesmo domínio: números, álgebra, funções (caso da França)

c) Identificar problemas ou fenômenos relacionados com a profissão

Essa estrutura permite analisar práticas dos professores em relação à implementação do currículo. Assim, como enfatiza Chevallard (2002, p. 43)

[...] na operação de determinação das organizações matemáticas que eles tentam implementar na sala de aula, os professores tendem a se localizar somente nos níveis de maior especificidade, *assuntos e temas*... Em geral, sua preocupação não incidirá sobre *setores* ou *domínios*, níveis de menor especificidade.

Isso resulta em uma falta de motivação de tipos de tarefas estudadas, porque os tipos de tarefas motivadoras estão nos níveis de determinação superiores: setores e domínios.

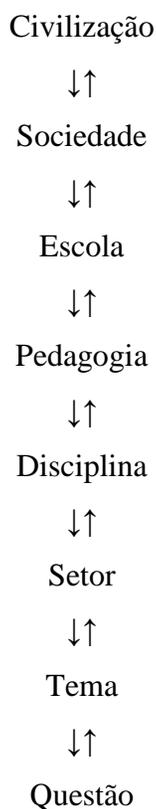
Praxeologias didáticas e Níveis de (co-)determinação

As questões anteriores referem-se à noção de *praxeologia didática* que visa a implementação, em um sistema educacional (uma classe, por exemplo), de uma organização matemática. Chevallard (2002) introduziu o conceito de nível de codeterminação como uma escala para identificar as condições e restrições que são presentes na difusão de saberes e que permitem estabelecer relações com os diferentes níveis de determinação, tendo em conta outros níveis mais elevados que é necessário acrescentar: Pedagogia, Escola, Sociedade e Civilização.

Na hierarquia apresentada até agora, temos de fato que adicionar vários níveis suplementares, representados no diagrama abaixo, onde cada nível refere-se a uma realidade (a sociedade, escola, matemática, etc.) que não é um dado em si, mas uma construção histórica. Cada nível ajuda a determinar a ecologia das organizações matemáticas e organizações didáticas pelos pontos de apoio que oferece e pelas restrições que ele impõe. (CHEVALLARD, 2002, p. 51)

Esta nova escala é apresentada na Figura 2.

Figura 2 – Escala de codeterminação de acordo com Chevallard (2002)



Fonte: Chevallard (2002).

O nível de referência de cada escala é a disciplina na qual estão as condições específicas do ensino de um conteúdo disciplinar. Mas este nível vive em constante interação com os níveis superiores e inferiores. O nível da

pedagogia inclui condições que afetam a difusão de todas as disciplinas, o da escola onde encontramos o que é específico sobre o ensino e aprendizagem da disciplina escolar, e os níveis mais genéricos que são aqueles da sociedade e da civilização. Os subníveis do setor, domínio, tema e questão referem-se às diferentes divisões que estruturam as organizações matemáticas ensinadas de maneira variada segundo as instituições de ensino consideradas (pela influência, em particular, dos níveis mais altos da escala), os quais introduzem aproximações ou, ao contrário, distinções. (BOSCH, 2010, p. 19)

A identificação destes níveis de codeterminação permite, portanto, entender melhor as condições e restrições institucionais sobre os sistemas didáticos e permite aos pesquisadores elaborar infraestruturas matemáticas alternativas, porém viáveis, em uma instituição e praxeologias didáticas alternativas associadas às OM.

Daqui nós identificamos outra necessidade: a elaboração de um Modelo Praxeológico de Referência, o qual apresentaremos a seguir.

Modelo Praxeológico de Referência

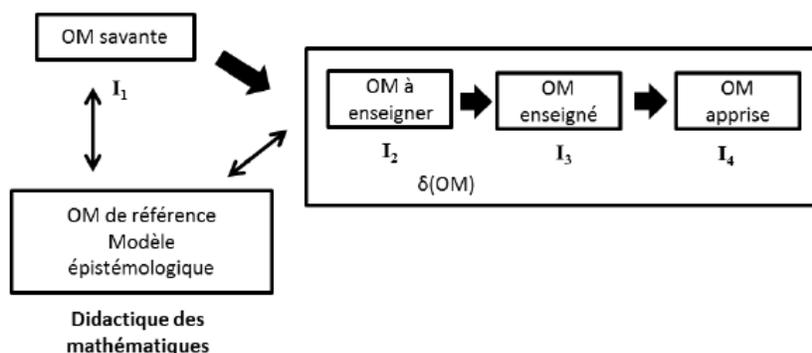
Bosch e Gascón (2004) precisam que a organização matemática a ser ensinada constitui um modelo praxeológico do currículo da matemática, que é obtido a partir de programas e de livros didáticos. A identificação dessas OM a ensinar passa pela caracterização dos tipos de tarefas institucionais e é uma "re"construção do pesquisador a partir da análise dos livros didáticos e dos programas curriculares.

Do ponto de vista da transposição didática, Bosch e Gascón (2004) sugerem dois postulados:

- Não se pode compreender ou explicar a OM aprendida sem compreender e explicar as OM das etapas anteriores;
- A unidade de análise do processo didático deve conter uma organização didática que permite aplicação (*mise en place*) de pelo menos uma OM local.

Daí a necessidade de adicionar um modelo epistemológico "praxeológico de referência", que chamamos por MPR, permitindo caracterizar e analisar praxeologias a ensinar.

Figura 3 - Esquema dos processos didáticos (Op. cit., p. 117)



Fonte: Bosch e Gascón, 2004, p. 117.

A OM a ensinar constitui um modelo praxológico do currículo de matemática. A base empírica para elaborar esse modelo encontra-se nos documentos curriculares (programas oficiais) e nos livros didáticos. Sua influência sobre $\delta(OM)$ é central, apesar de nem o professor e nem a instituição dispõem explicitamente desse modelo, mas, unicamente de materiais praxeológicos mais ou menos bem articulados entre eles.

Mas essa influência não pode ser interpretada adequadamente se não dispomos de um ponto de vista epistemológico. Esse ponto de vista é fornecido por uma OM de referência cuja descrição se faz geralmente a partir das OM *sábias* legitimando o processo de ensino. A OM de referência é aquela considerada pelo pesquisador em sua análise. Ela não coincide necessariamente com as OM *sábias* de onde ela deriva (porque ela os inclui na análise), mas ela se formula em termos bastante próximos. A OM de referência é aquela que o pesquisador coloca à prova da contingência e que sofre para isso constantes remodelações. (Op. cit., p. 117)

A elaboração de um modelo de referência praxeológico tornou-se uma etapa incontornável da maior parte dos trabalhos desenvolvidos no âmbito da TAD. O MPR é em si um resultado didático e também uma ferramenta para conduzir análises didáticas.

EVOLUÇÃO DA CONSIDERAÇÃO DO ALUNO NA TAD

Nesta seção, vamos ilustrar a evolução da consideração do aluno e, mais especificamente, a modelagem dos conhecimentos do aluno na TAD. Esta apresentação é baseada exclusivamente em uma pesquisa desenvolvida por Croset e Chaachoua (2016).

Contexto da pesquisa⁵

Nossos trabalhos de pesquisa no quadro do projeto Aplusix (CHAACHOUA *et al.* 2012) são orientados desde 2002 para a modelagem didática e computacional de conhecimentos dos

⁵ <http://applusix.imag.fr/>

alunos em álgebra no ensino secundário. Um primeiro modelo foi feito com base na Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1991) e, mais especialmente, sobre o modelo CK ϕ (BALACHEFF, 1995) para descrever, representar e diagnosticar os conhecimentos dos alunos no ambiente informático *Aplusix* (CHAACHOUA; BITTAR; NICAUD, 2006). A escolha do modelo CK ϕ é uma resposta a uma necessidade de representação informática. Para a representação de conhecimentos do campo da álgebra, utilizamos um MPR como uma resposta a uma necessidade: descrever as expectativas institucionais, produzir listas de exercícios adaptadas a uma instituição particular, melhor informar o diagnóstico dos conhecimentos dos alunos.

No entanto, estávamos diante de um obstáculo científico: dispor de dois modelos de representação do conhecimento no âmbito de um EIAH (ambiente informatizado de aprendizagem humana) representa um alto custo informático. Daí uma necessidade: ter um modelo para descrever as expectativas de uma instituição I e as atividades do aluno como sujeito de I. Ora, a TAD nos propõe o modelo praxeológico para descrever a organização dos saberes em uma instituição, e as atividades dos sujeitos esperados pela instituição. Nosso trabalho consistiu em integrar nessa abordagem os comportamentos não esperados pela instituição, em particular os erros dos alunos, o que nos levou à introdução do conceito de praxeologia pessoal (CROSET E CHAACHOUA, 2016). Para tornar este modelo compatível com uma implementação informática, temos desenvolvido uma formalização que está na origem do quadro teórico T4TEL (CHAACHOUA *et al.*, 2013), o qual não vamos apresentar aqui.

A seguir, vamos ilustrar a evolução da consideração do aluno na TAD, visando responder duas questões: (1) Como a TAD considera os conhecimentos dos alunos? (2) Podemos considerar os conhecimentos não conformes àqueles esperados institucionalmente (inclusive os errados)?

Metodologia

Para responder a essas questões, Croset e Chaachoua (2016) estudaram as pesquisas que são desenvolvidas no âmbito da TAD e que descrevem a relação pessoal. Para isso, eles escolheram duas equipes: a equipe parisiense de pesquisa em didática da matemática e a equipe de Grenoble. Elas são caracterizadas pelo fato de vários trabalhos serem desenvolvidos com o aporte teórico da TAD e, eventualmente, fazerem uso de ferramentas de outros quadros teóricos quando necessário.

Os autores escolheram como material de análise: teses dessas duas equipes e artigos que têm alimentado reflexões teóricas nos doutorados ou artigos de reflexão e síntese que interrogam/questionam um quadro teórico.

Os trabalhos de teses examinados são aqueles que se referem explicitamente à relação institucional e pessoal dos anos 1990 aos dias de hoje. Vinte e uma teses foram identificadas por este critério, sendo 12 realizadas em Grenoble e 9 em Paris. As teses foram analisadas a partir dos seguintes indicadores:

- Utilização do modelo praxeológico para descrever a relação institucional ou não.
- O uso de outras ferramentas além do modelo praxeológico para descrever a relação institucional.
- Utilização da noção de concepção para descrever a relação pessoal.
- Utilização do conceito de técnica (em referência à TAD ou não) para descrever a relação pessoal.
- Utilização do modelo praxeológico para descrever a relação pessoal.
- Utilização de outras ferramentas para descrever a relação pessoal.

- Consideração do erro do aluno: nesse caso, como o estudo é feito.

Resultados

Três períodos foram identificados: Aquele em que as relações institucionais $RI(p, O)$ e pessoais $RP(X, O)|I$ não são descritas pelo modelo praxeológico, aquele em que a relação institucional $RI(p, O)$ é modelada pela praxeologia e, enfim, atual, aquele no qual emerge a utilização de componentes do modelo praxeológico para descrever tanto as relações institucionais quanto as relações pessoais $RP(X, O)|I$. (CROSET; CHAACHOUA, 2016)

Período 1 (antes de 1999)

O conhecimento de um estudante foi considerado, na TAD, desde o início do seu desenvolvimento com a ajuda do conceito de relação com o saber. Os trabalhos selecionados para a análise deste período são os de Assude (1992) Grugeon (1995), Bronner (1997) e Chaachoua (1997). Os autores estavam interessados no estudo das relações institucionais, relações pessoais de estudantes ou de professores, bem como a sua conformidade com a relação institucional.

Em sua tese, Assude (1992) estudou a diferença entre o que é esperado que o aluno aprenda e o que ele realmente aprendeu. Em termos da TAD, trata-se de avaliar o desnível entre a relação pessoal e a institucional de um aluno relativo a um objeto estudado. Para a autora, as noções de concepção ou de representação recobrem (abrangem) apenas parcialmente a relação pessoal de um sujeito.

O termo concepção (ou representação) faz referência, na verdade, a uma suposta realidade que, ao mesmo tempo, excede a relação pessoal e se inscreve nela sem esgotá-la. Porque o estudo de concepção, na verdade, interessa apenas a uma parte da relação pessoal dos sujeitos. (ASSUDE, 1992, p. 4)

Este primeiro período foi marcado pelo uso da TAD para questões de assujeitamentos dos sujeitos à uma ou várias instituições.

Em um nível “macro”, este questionamento permite colocar em evidência restrições que a relação institucional exerce sobre a relação pessoal. Ele revela, por exemplo, as continuidades e discontinuidades eventuais entre as instituições a que o sujeito pertence (ou em relação). Este assujeitamento permite também explicar contradições nas produções dos sujeitos. Em um nível mais local de uma engenharia didática, entre outros, instrumentos didáticos e epistemológicos originários de outras teorias são explorados, seja para descrever os conhecimentos do aluno, as especificidades da área específica do estudo, mas também a própria análise institucional. (CROSET; CHAACHOUA, 2016, p. 171)

O erro foi integrado no quadro teórico da teoria das situações didática (TSD) e na teoria dos campos conceituais (TCC) e, portanto, não considerado na TAD.

Período 2 (1999 – 2006)

O segundo período se situa após a introdução da praxeologia como um modelo para descrever a relação institucional, relação que condiciona a relação pessoal de um sujeito a um objeto do saber. O aluno é então estudado para entender melhor as instituições às quais ele é assujeitado e desenvolver ou testar novas praxeologias escolares. A relação pessoal também é descrita pela praxeologia quando ela está em conformidade com a relação institucional. Se não houver conformidade, os trabalhos continuam a usar outros quadros ou conceitos não abordados pela TAD. Por exemplo, após a orientação da tese de Berge (2004), M. Artigue (2011) afirma:

[...] além das noções de instituição e de relação institucional já explorados em outras pesquisas, as ferramentas da TAD estão presentes dessa vez por meio do uso sistemático da noção de praxeologia matemática (CHEVALLARD, 1999, 2002). Mas, uma vez mais, isso é combinado com uma abordagem sensível para um aprendiz que não é simplesmente percebido como revelador de funcionamentos e disfuncionamentos dos sistemas didáticos aos quais ele é assujeitado, mas estudado por si mesmo. (ARTIGUE, 2011, p. 35)

Período 3 (desde 2006)

O terceiro período é caracterizado pelo uso de modelo praxeológico para a descrição da relação pessoal, inclusive quando, às vezes, ela não está em conformidade com a relação institucional. A aprendizagem é, então, reivindicada por aqueles que usam a TAD e o aluno é estudado por si mesmo, com, em particular, seus conhecimentos errôneos. Nós o ilustramos por meio de 3 exemplos citados por Croset e Chaachoua (2016).

Em sua tese, Pilet (2012) caracteriza as OM aprendidas pelos estudantes afim de implementar percursos diferenciados. A caracterização destas OM aprendidas permite identificar as tecnologias dominantes mobilizadas que fornecem explicações sobre as técnicas utilizadas pelos alunos, sejam elas esperadas, erradas ou inadequadas.

Outro exemplo é a tese de Dhieb (2009), na qual ele usa o modelo praxeológico para descrever a relação pessoal. Trata-se de ampliar o uso deste modelo para o sujeito falando de "organização pessoal":

Este modelo é um alargamento no âmbito de aplicação dos modelos das organizações, que é bastante utilizado para o conhecimento: costuma-se falar de organizações matemáticas e organizações didáticas. Queremos torná-lo um modelo funcional de organizações em conhecimento. (DHIEB, 2009, p. 45)

Em sua tese, Nguyen (2006) realizou a análise do erro a partir das praxeologias, destacando os seguintes fenômenos:

- O uso de uma técnica cientificamente válida pode levar a erros.
- Alguns erros podem ser causados pela má gestão de técnicas indispensáveis para a resolução de certas tarefas encontradas na implementação de uma técnica válida.
- Os erros também podem resultar da utilização de técnicas válidas em um campo menor, estendida "abusivamente", ou da aplicação de uma técnica cientificamente válida, mas não institucionalmente adequada.

Esta categorização foi feita para priorizar os erros relacionados com o não domínio da técnica. Assim, a primeira categoria inclui erros considerados menos importantes para dominar a técnica. Por exemplo, erros de cálculos numéricos envolvidos em equações do segundo grau de resolução, que são considerados menos importantes do que os erros relacionados com a fatoração, que é um passo importante para a técnica de resolver equações de segundo grau (especialmente na França).

No estudo de Nguyen (2006), o erro é considerado como um mau funcionamento de uma técnica institucional. Na sequência dessa tese, Croset e Chaachoua (2010) procuraram interpretar o erro como um componente de uma técnica pessoal do estudante. Ela pode ser matematicamente válida ou não, em conformidade ou não às expectativas institucionais. Esta perspectiva foi desenvolvida na tese de Croset (2009) e, em seguida, no texto de “*habilitation a diriger de recherche (HDR)*”⁶ escrito por Chaachoua (2010), introduzindo o conceito de praxeologia pessoal, o qual apresentamos no parágrafo seguinte. Nós vemos o surgimento de um terceiro período favorável à inclusão do sujeito cognitivo e, em particular, o erro como um objeto de estudo na TAD.

Definição do modelo de praxeologia pessoal

Tomamos a definição como foi descrito em Croset e Chaachoua (2016):

Chamamos praxeologia pessoal o quarteto praxeológico da atividade de um sujeito institucional, constituído de quatro componentes.

- Um tipo de tarefa pessoal é o conjunto de tarefas que o sujeito percebe como semelhante, provocando nele a aplicação de uma técnica. Se dois tipos de tarefas pessoais são diferentes, então, necessariamente, suas técnicas pessoais são distintas. A divisão em tipos de tarefas pessoais não corresponde necessariamente à da instituição.

- Uma técnica pessoal utilizada pelo aluno resolve um único tipo de tarefas pessoal. Pode ser errado, correto, legitimada ou não pela instituição de referência. Ela deve ter uma certa estabilidade na sua utilização para ser considerada como uma técnica de resolução: ela adquire a sua legitimidade para um estudante se é usada regularmente por ele. Evitamos, assim, considerar como uma técnica pessoal, erros de falta de atenção ou um descuido pontual.

- A tecnologia pessoal, explícita ou não, legítima e regula o uso da *praxis* pessoal. Muitas vezes, um simples *déficit* tecnológico institucional pode ser capaz de explicar técnicas pessoais erradas. Mas, às vezes, situações em que uma tecnologia havia sido legitimada para responder a determinados tipos de tarefas é generalizada e a técnica que ela legitimava é utilizada fora do seu domínio de validade. (CROSET; CHAACHOUA, 2016, p. 180)

Nós vemos que o modelo praxeológico pessoal estende o uso do quarteto praxeológico, levando em consideração a descrição de erros tanto no nível das técnicas quanto nas tecnologias do aprendiz.

⁶ Habilitation a diriger de recherche (HDR) é um concurso que deve ser realizado para poder orientar pesquisas de doutorado; o concurso versa sobre os avanços teóricos realizados após a defesa da tese.

CONCLUSÃO

Neste curso, apresentamos a teoria antropológica do didático, ilustrando sua evolução para atender necessidades, assim como fazem as construções teóricas. Nós não pudemos abordar outros desenvolvimentos e avanços da TAD, como os conceitos de Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) ou Atividades de Estudo e Pesquisa (AEP) (CHEVALLARD, 2007), os Modelos Epistemológicos (dominantes) de Referências e os ostensivos / não-ostensivos (BOSCH; CHEVALLARD, 1999; CHEVALLARD, 1994).

A noção de "sensibilidade chave" nos parece pertinente para compreender o desenvolvimento e a evolução de um quadro teórico internamente e em suas articulações com outros quadros teóricos.

Para concluir, nos juntamos a Artigue (2011, p. 48): "este é um trabalho que é preciso conduzir com uma mente aberta, permanecendo atentos à dificuldade de compartilhar os conhecimentos teóricos que ainda são muito contextualizados mesmo quando são apresentados como saberes".

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. La théorie anthropologique du didactique: rapports et articulations possibles avec d'autres approches. In A. Bronner, M. Larguier, M. Artaud, M. Bosch, Y. Chevallard, G. Cirade, C. Ladage (Eds.), *Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs comme outils de connaissance et d'action. Actes du Second Congrès de la Théorie Anthropologique du Didactique*, Uzès, octobre 2007, IUFM de Montpellier, 2011.

ASSUDE, T. *Un phénomène d'arrêt de la transposition didactique, écologie de l'objet "racine carré" et analyse du curriculum*. Thèse de doctorat, Grenoble, France, 1992.

BALACHEFF, N. Conception, connaissance et concept. In Grenier D., *Séminaire Didactique et Technologies cognitives en mathématiques*, Grenoble: IMAG, p. pages 219-244, 1995.

BERGE A. *Un estudio de la evolución del pensamiento matemático: el ejemplo de la conceptualización del conjunto de los números reales y de la noción de completitud en la enseñanza universitaria*. Thèse de doctorat en cotutelle Argentine- France, Université de Buenos Aires et Université de Paris, Argentine-France, 2004.

BOSCH, M. L'écologie des parcours d'étude et de recherche au secondaire. In G. Gueudet, G. Aldon, J. Douaire, J. Traglova (Eds.). *Apprendre, enseigner, se former en mathématiques: quels effets des ressources?* Actes des Journées mathématiques de l'INRP. Lyon, Francia: Éditions de l'INRP, 2010.

BOSCH, M.; GASCON, J. La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. *Balises pour la didactique des mathématiques*, Grenoble: La Pensée Sauvage, p. 1-15, 2004.

BOSH, M.; CHEVALLARD, Y. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 19, n. 1, p. 77 – 124, 1999.

BRONNER A. *Etude didactique des nombres réels: i-décimalité et racines carrées*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France, 1997.

CHAACHOUA H. *Fonctions du dessin dans l'enseignement de la géométrie dans l'espace*. Étude d'un cas: la vie des problèmes de construction et rapports des enseignants à ces problèmes. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France, 1997.

CHAACHOUA, H. FERRATON, G., DESMOULINS, C. Utilisation du modèle praxéologique de référence dans un EIAH. In *Actes du 4e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique*. Toulouse, 2013.

CHAACHOUA, H. La praxéologie comme modèle didactique pour la problématique EIAH. Etude de cas: la modélisation des connaissances des élèves. HDR. Grenoble: Université Joseph Fourier, 2010.

CHAACHOUA, H.; BITTAR, M.; NICAUD, J. Student's modelling with a lattice of conceptions in the domain of linear equations and inequations. In *Actes PME30*. Prague, 2006.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 12/1, p. 73-112. éd. La Pensée Sauvage, Grenoble, 1991.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 19, n. 2, p. 221–266. 1999.

CHEVALLARD, Y. Le concept de rapport au savoir, Rapport personnel, rapport institutionnel, *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique 108 Grenoble*, 1989.

CHEVALLARD, Y. Organisations didactiques: Les cadres généraux. *Notice du Dictionnaire de Didactique des Mathématiques 1997-1998 pour la formation des élèves professeurs de mathématiques*, 1998.

CHEVALLARD, Y. Organiser l'étude. Cours 3 - Structures & Fonctions. Actes de la XI^{ème} Ecole d'été de didactique des mathématiques. Grenoble, La Pensée Sauvage, 2002.

CHEVALLARD, Y. Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique. *Actes du Séminaire Intervention au Séminaire de l'Associazione Mathesis*, p. 190- 200, 1994.

CHEVALLARD, Y. Passé et présent de la TAD. In Ruiz-Higueras L., Estepa A., Javier García F. (Eds). *Sociedad, escuela y matemáticas*. aportaciones de la teoría antropológica de la didáctico. Jaén: Publicaciones de la Universidad de Jaén, p. 705-746, 2007.

CROSET, M. C; CHAACHOUA, H. Une réponse à la prise en compte de l'apprenant dans la TAD: la praxéologie personnelle. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 36-2. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2016.

CROSET, M. *Modélisation des connaissances des élèves au sein d'un logiciel éducatif d'algèbre*. Etude des erreurs stables inter-élèves et intra-élève en termes de praxis-en-acte. grenoble: Thèse d'université. Université Joseph Fourier. Grenoble, 2009.

CROSET, M.; CHAACHOUA, H. Modélisation des connaissances des élèves en termes de Praxis-en-Acte. *Actes du 3e congrès pour la Théorie Anthropologique du didactique*. Sant Hilari Sacalm, Espagne, 2010.

DHIEB, M. *Contribution à l'introduction des probabilités au collège: rapports d'élèves à quelques notions probabilistes*, Thèse de doctorat en cotutelle France – Tunisie, Université Paris Descartes et Université de Tunis, France – Tunisie, 2009. <https://halshs.archives-ouvertes.fr/tel-00507751/document>.

GRUGEON, B. *Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire*. Etude des rapports institutionnels et des rapports personnels des élèves à l'algèbre élémentaire dans la transition entre deux cycles d'enseignement: BEP et Première G. Thèse de Doctorat, Université Paris VII, Paris, France, 1995. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01252058>.

NGUYEN, Q. *Les apports d'une analyse didactique comparative de la résolution des équations du second degré dans l'enseignement secondaire au Viet-Nam et en France*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, France, 2006.

PILET, J. *Parcours d'enseignement différencié appuyés sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire: modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation*. Thèse de doctorat, Paris, France, 2012. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00784039>.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 10, n. 2/3, p. 133-169, 1991.