IMPORTANCE ET MÉTHODOLOGIE DE L'OBSERVATION DE CLASSE POUR LES RECHERCHES EN DIDACTIQUE ET RÔLE DE LA PROBLÉMATIQUE DE RECHERCHE POUR LA MODÉLISATION NÉCESSAIRE LORS DE L'ANALYSE DES OBSERVATIONS

Claude Comiti[1]

Luiz Marcio Santos Farias[2]

RESUME

On ne peut se contenter, pour certaines problématiques de recherche, d'interviews d'enseignants ou de travaux ou questionnaires d'élèves ou encore d'observations cliniques : par exemple, si l'on s'intéresse aux interactions, à propos d'un savoir, entre les acteurs du système enseigné, à un moment donné, et en particulier à la modélisation du rôle de l'enseignant. Après quelques préliminaires, nous expliciterons ce que signifie observation *de* classe et prise d'informations sur le *système-classe*. Puis nous montrerons comment la modélisation rendue nécessaire par la multiplicité des variables et la complexité de leurs modes d'action dépend du cadre théorique dans lequel se place le chercheur et donc des outils qu'il met en œuvre pour ses analyses ainsi que des dispositifs d'observation dont il dispose. L'observation *de* classe ne s'effectue pas dans un contexte isolé, elle s'inclut dans une problématique de recherche. Nous détaillerons ensuite les moments clefs de l'observation ainsi que les précautions qui doivent les accompagner. Nous illustrerons nos propos par la présentation de deux études de cas.

MOTS CLES : didactique des mathématiques, problématique de recherche, observation de classe, modélisation, enseignant.

PRELIMINAIRES

L'année 2016 est une année importante pour l'avancée de la recherche en Didactique Des Mathématiques (DDM) au Brésil puisque nous sommes réunis au premier symposium LADIMA de recherche en DDM qui vient couronner, après des années où étaient seulement reconnues ici les sciences de l'éducation et en leur sein, l'éducation mathématique, la création officielle par la Société Brésilienne d'Education Mathématique du Groupe de Travail de DDM.

Cette année est aussi une année importante pour la CFEM sur le plan international. C'est en effet en juillet 2016 que s'est déroulé à Hambourg, le treizième congrès ICME, le plus grand événement international concernant l'enseignement des mathématiques, au cours duquel a eu lieu la présentation et comparaison de quatre grandes traditions didactiques d'Europe continentale, celles de l'Allemagne, de la France, de l'Italie et des Pays-Bas.

Pour ce qui est de la tradition française, un groupe s'est constitué au sein de la CFEM et a réalisé une publication consacrée aux collaborations avec les pays du Sud, Afrique, Amérique latine, Asie. Dix équipes travaillant dans ces pays (dont T. M. Mendonça Campos & J. Trgalová pour le Brésil) ont réalisé un document qui reflète cette tradition dans la diversité de ses facettes, montre où elle puise ses sources et ce qui l'a façonnée et comment la

[1] Université Grenoble Alpes.
[2] Université Fédérale de Bahia.

recherche didactique s'y est développée en liaison étroite avec le terrain, avec une attention particulièrement forte portée :

- aux mathématiques, à leur épistémologie et à leur histoire,
- à l'importance donnée et aux formes prises par le travail expérimental.

Comme le montre la lecture des différents chapitres de l'ouvrage, dans les pays concernés, les interactions ont souvent débuté très tôt, dès les années 70, lors de la création des Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM) : ces structures particulièrement innovantes avaient été créés en France à cette époque pour soutenir les recherches sur l'enseignement, assurer une formation continue des enseignants basée sur la recherche, produire et diffuser des ressources pour l'enseignement et la formation. Les interactions se sont aussi constituées grâce aux nombreux étudiants étrangers (dont de nombreux Brésiliens, aujourd'hui acteurs dans ce symposium) qui sont venus préparer des thèses de didactique en France, lorsque se sont ouverts en 1975 les premiers troisièmes cycles de didactique des mathématiques. Elles se sont ensuite renforcées grâce à des structures comme l'école d'été biannuelle de didactique des mathématiques.

Ces échanges, qui montrent bien que la DDM est loin d'être restreinte au cadre de la France, nous obligent à regarder différemment notre propre système, à questionner ce qui nous semble naturel, normal, nécessaire, et en fait ne l'est en rien. Ils nous obligent à voir qu'existent des alternatives là où cela nous semblait impossible et comment, tout en lui permettant de tester la solidité de ses constructions, la rencontre avec d'autres contextes, d'autres cultures, a ouvert la didactique française à de nouvelles problématiques ainsi qu'à des métissages originaux et productifs de ses cadres théoriques et concepts avec d'autres approches.

C'est dans cet état d'esprit que nous souhaitons, Luiz et moi, aborder le sujet de cette conférence qui porte sur : Importance et méthodologie de l'observation de classes dans les recherches en didactique en mettant l'accent sur les relations entre problématique de recherche, cadre théorique dans lequel se place le chercheur, et modélisation nécessaire à l'analyse des observations.

Avant d'entrer dans le vif du sujet, nous voudrions tout d'abord rappeler, par un bref historique, que l'observation de classes, qui est aujourd'hui l'un des outils fondamentaux de la recherche en DDM, a mis du temps à émerger.

Avant 1980, l'enseignant est mis entre parenthèses, les recherches en didactique se développant d'abord autour des pôles savoir et élèves, l'enseignant étant considéré comme générique, en quelque sorte transparent.

De 1980 à 1990, on assiste au développement d'une méthodologie de recherche originale qui ne se contente pas d'étudier le développement des connaissances chez les élèves mais prend en compte la complexité du système didactique et de la classe : c'est l'ingénierie didactique.

Les travaux sur les ingénieries didactiques et leur diffusion, en rupture avec les pratiques d'innovation, étaient avant tout le lieu de mise à l'épreuve de la théorie dans des conditions contrôlées. Ils ont montré la nécessité de prendre en compte les élèves et le rôle du professeur.

C'est dans ce sens que Guy Brousseau a alors été amené à introduire un modèle de la structuration du milieu, qui permet de traduire différentes positions de l'élève en interaction avec différentes strates du milieu dans une situation didactique. Modèle que Claire Margolinas complétera en introduisant des positions « symétriques » pour l'enseignant, enrichissant ce qui va être connu sous le terme de « modèle de l'oignon », par les niveaux sur-didactiques. À partir de cette construction théorique, les chercheurs vont alors utiliser et modifier les concepts de la TSD (en particulier le couple milieu, contrat) pour les mettre en œuvre dans l'analyse des pratiques dites « ordinaires ».

De son côté Chevallard (1991) étoffe le cadre théorique de la transposition didactique en le structurant autour des notions d'institution et de rapport institutionnel où enseignant et élèves viennent prendre des positions différentes relativement aux objets institutionnels que sont les objets de savoir.

C'est au tournant des années 90 (école d'été de 1991 qui traite de « la place de l'enseignant dans le système didactique », puis écoles d'été de 1993 et 1995 qui font une grande place aux études sur la modélisation du rôle de l'enseignant) que l'enseignant devient objet de recherche dans différents travaux, en même temps qu'augmente l'implication des didacticiens dans la formation des maîtres.

Il est important de noter que les recherches sur les pratiques enseignantes en didactique des mathématiques ne se limitent pas au seul élargissement des outils de la TSD et de la TAD. On trouve dans *Cinq études sur le thème de l'enseignant* (Margolinas, Perrin-Glorian, 1998) quatre approches très différentes, l'une issue de la TAD avec le modèle des praxéologies didactiques (Bronner, 1997), un autre dans le cadre élargi de la TSD (Comiti, Grenier 1997), une utilisant des apports de la psychanalyse (Blanchard-Laville, 1997) et enfin une autre centrée sur le discours de l'enseignant (Hache et Robert, 1997). Cette dernière étude entre dans un cadre qui s'est depuis lors développé et est connu sous le nom de « double approche » (Robert, Rogalski 2002) : s'ils utilisent des outils de la TSD et la théorie des champs conceptuels, en particulier pour faire des analyses a priori des activités proposés aux élèves, leurs auteurs s'outillent largement de concepts propres (niveau de conceptualisation, aménagement des tâches, etc.), mais aussi d'approches issues du champ de l'ergonomie cognitive, et plus largement des sciences de l'éducation, voire de la sociologie, pour tenter de mettre en rapport les effets des pratiques enseignantes sur les apprentissages effectifs des élèves.

Compte tenu temps limité dont nous disposons, nous restreindrons cette communication aux deux cadres théoriques de la TSD et de la TAD.

QUELQUES CONSIDERATIONS THEORIQUES ET METHODOLOGIQUES SUR L'OBSERVATION DE CLASSE

Pourquoi s'intéresser à l'observation *de* classe ?

On ne peut se contenter, pour certaines problématiques de recherche, d'interviews d'enseignants ou de travaux ou questionnaires d'élèves ou encore d'observations cliniques : par exemple, si l'on s'intéresse aux interactions, à propos d'un savoir, entre les acteurs du système enseigné, à un moment donné, et en particulier à la modélisation du rôle de l'enseignant.

Ceci nous amène à la signification que nous donnons ici à « Observation de classe » : prise d'information sur l'interaction entre plusieurs éléments du système didactique en action, pendant un temps repéré.

Nécessité d'une modélisation préalable et liens avec la problématique de la recherche

La multiplicité des variables et la complexité de leurs modes d'action rendent nécessaire une modélisation préalable, c'est-à-dire la représentation par un système simplifié de chacun des protagonistes et de leurs interactions. Cette modélisation dépend du cadre théorique dans lequel se place le chercheur en fonction de sa problématique. Elle dépend donc des outils que ce dernier met en œuvre pour ses analyses ainsi que des dispositifs d'observation dont il dispose.

L'observation de classe ne s'effectue pas dans un contexte isolé, elle s'inclut dans une problématique de recherche.

Pour mettre en évidence la dépendance entre la conduite et l'analyse de l'observation et le choix du cadre théorique, nous avons fait le choix d'illustrer notre propos par la présentation de deux études de cas de classes *ordinaires*[3].

- La première concerne l'introduction de la racine carrée, dans une classe de 3° en France (classe 9 au Brésil). L'objectif des chercheurs était de s'interroger sur la signification de ce que font l'enseignant et les élèves dans cette situation et de donner du sens à *l'écart* entre le projet initial de l'enseignant et sa réalisation. Ceci les a conduits à se placer dans le cadre de la Théorie des Situations Didactiques *qui permet de construire et d'analyser des situations dans lesquelles on puisse attester des connaissances de l'élève*. (Brousseau 1986 et 1998).
- La seconde concerne l'introduction de l'étude des équations du premier degré, dans une classe de 4° (classe 8 au Brésil) dans le cadre d'une recherche où l'observation se centre sur le savoir mathématique introduit et sur l'activité mathématique effectivement mise en œuvre dans la classe. Il s'agit de révéler le rôle des contraintes de l'institution scolaire à partir de l'étude de l'organisation didactique de la classe observée. L'étude se place dans le cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique pour laquelle il s'agit, selon Chevallard (1999), *de prendre comme objet premier à étudier, et donc à questionner, à modéliser et à problématiser selon les règles de l'activité scientifique, non pas le sujet apprenant ou le sujet enseignant, mais le savoir mathématique qu'ils sont censés étudier ensemble, ainsi que l'activité mathématique que leur projet commun d'étude les portera à réaliser*.

Mais avant de développer ces deux études de cas, présentons les bases méthodologiques de l'observation de classe.

La prise d'information lors de l'observation de classes

Le chercheur prend de l'information relative à un « *état du système* » *que constitue la classe,* objet de l'observation. Mais vouloir observer la classe d'un certain point de vue, c'est s'obliger à affronter le *problème de la prise d'observation,* non seulement sur *son état le jour de l'observation,* mais aussi sur ce *système* lui-même.

On retrouve là l'importance de la problématique de la recherche et donc des outils théoriques dont on dispose, car la prise d'information sur la classe comme *système* dépend de ce que l'on entend par *observer*, et aussi de la théorie dont on dispose pour identifier les informations pertinentes. Les *données* que l'on recueille en observant un système ne sont pas neutres, ce sont toujours des *construits*. Si le chercheur ne les construit pas lui-même, il ne recueillera, par une observation directe, que ce que l'institution lui présentera d'elle-même.

La préparation d'une observation *de* classe ne s'effectue donc pas dans un contexte isolé, elle s'inclut dans *une* méthodologie plus vaste, tout en se déroulant dans un temps donné

[3] Ces deux études de cas concernent des recherches dans lequel, contrairement au cas des ingénieries didactiques, le chercheur n'assume aucune responsabilité dans le choix et la gestion des activités didactiques. D'où l'utilisation du terme de classes *ordinaires*. Notons que la méthodologie exposée est également valable pour l'observation de classe d'une ingénierie.

et un lieu précis. Il s'agit d'un processus complexe qui comporte différents moments que nous décrivons ci-dessous.

Le recueil de données externes à la classe

A côté de l'observation *en* classe, le chercheur doit se donner les moyens de recueillir une certaine information *externe* à la classe, ce qui dépend de la question qu'il veut étudier et du cadre théorique dans lequel il se place. Entrons dans nos deux études de cas.

Dans la première, il s'agit d'étudier la signification de ce que font l'enseignant et les élèves ainsi que l'écart entre le projet initial de l'enseignant et sa réalisation en classe, il est donc indispensable de connaître, par un entretien, les objectifs du professeur pour cet enseignement et de disposer de son scénario pour la conduite des séances sur la racine carrée, c'est-à-dire de la planification détaillée de la suite des séances qu'il a prévues pour l'enseignement de la racine carrée ainsi que leurs articulations.

Dans la seconde étude, où il s'agit d'analyser la situation de classe observée en termes de savoir mathématique étudié et d'activité mathématique mise en œuvre dans la classe compte-tenu du système-classe dans lequel l'observation se situe, il nous faut connaître les contraintes imposées par l'institution pour l'étude des équations en 4°. Pour cela, nous devons étudier le programme, le manuel de la classe, et si possible avoir un entretien avec l'enseignant afin qu'il précise son projet d'enseignement.

Résumons dans le tableau 1.

Tabela 1 – Caractéristiques de TSD et TAD

Question de recherche	Cadre théorique	Données externes
Etude de la signification de ce que font enseignant et élèves dans une situation d'introduction de la racine carrée en 3ième (classe 9) et du sens à donner à *l'écart* entre le projet initial de l'enseignant et sa réalisation.	*TSD qui permet de construire et d'analyser des situations dans lesquelles on puisse attester des connaissances de l'élève*. (Brousseau 1986 et 1998).	Programme Projet initial de l'enseignant et scénario recueilli par entretien.
Etude du savoir mathématique introduit et de l'activité mathématique mise en œuvre lors de l'introduction de l'étude des équations du premier degré, en 4° (classe 8) et mise en évidence du rôle des contraintes institutionnelles	*TAD qui prend comme objet premier à étudier, à questionner, à modéliser et à problématiser selon les règles de l'activité scientifique, non pas le sujet apprenant ou le sujet enseignant, mais le savoir mathématique qu'ils sont censés étudier ensemble, ainsi que l'activité mathématique que leur projet commun d'étude les portera à réaliser.*	Programme, commentaires officiels et manuels, afin de confronter OM enseignée à OM institutionnelle. Entretien avec le professeur

Source : Les auteurs.

Le recueil de données internes à la classe

Ce sont les données que l'on recueille lors de l'observation *en* classe. On peut effectuer un enregistrement audio ou vidéo de la séance (professeur et élèves), mais dans tous les cas, la prise de notes par plusieurs observateurs est indispensable pour compléter le décryptage du matériel obtenu par enregistrement. Lorsqu'il s'agit d'un enregistrement audio, ce qui est le cas pour les deux observations présentées, ce sont les notes des observateurs qui permettront notamment de relever qui parle, de noter les différentes interactions pas forcément prises en compte lors de l'enregistrement et de disposer de ce qui est écrit sur le tableau.

Les analyses de ces observations devront permettre d'identifier, parmi les données recueillies, celles qui sont de l'ordre :

- de la *nécessité* (théorique) : ces données étaient prévisibles car conformes au modèle d'explication de départ, les observés (objets créés par l'observation de la classe sur lesquels on recueille des données avec les outils d'observation) font partie des observables (évènements dont l'analyse a priori a permis de prévoir la présence) ;
- ou de la *contingence* : je n'ai pas vu quelque chose que j'attendais ; pourquoi ? J'ai vu quelque chose que je n'attendais pas, qu'est-ce que cela m'apprend ?

Nous dirons que la classe est le lieu même de la confrontation entre effort de théorisation et contingence.

La recomposition de la chronique de la classe

Nous appelons *chronique de la classe* le document écrit résultant de l'observation : sa constitution intègre certaines notes recueillies par l'observateur sur ce qu'il a jugé important de relever. Le travail de sa recomposition est, lui aussi, sous-tendu par des choix méthodologiques et par la problématique de la recherche. La chronique obtenue est ensuite découpée en *épisodes* dont le chercheur fait l'hypothèse qu'ils sont significatifs.

Revenons à nos deux études de cas.

Dans les deux études, les chroniques résultent de transcriptions des bandes audio et des données recueillies sur le vif par les observateurs.

- Dans le cas de l'introduction de la racine carrée en 3°, les chercheurs s'attachent notamment, pour le découpage en épisodes, à la mise en évidence :
  - d'événements constitutifs de la réalité de la classe : questions, réponses, débats, ayant lieu dans la classe, à condition qu'ils mettent en jeu des connaissances mathématiques au sens large,
  - de l'origine de ces événements,
  - de la gestion de ces événements par le professeur.
- Dans le second cas, le chercheur découpe en épisodes montrant la stratégie de l'enseignant pour mettre en place, dans cette classe de 4°, l'étude des équations du premier degré :

- comment organise-t-il l'introduction du savoir mathématique en jeu ?
- pourquoi l'organise-t-il de cette façon ?

Nous allons maintenant entrer dans le vif du sujet et montrer le rôle des outils théoriques utilisés pour les analyses de chacune des deux chroniques.

PREMIERE ETUDE : OBSERVATION DE L'INTRODUCTION DE LA RACINE CARREE EN CLASSE DE 3$^{\text{ième}}$[4] (Comiti, Grenier, Margolinas, 1995)

[4] Classe 9 au Brésil.

1- Les données externes : le projet du professeur observé (P)

Les données externes à la classe permettent l'analyse du projet de P. Le professeur a un rapport personnel à l'apprentissage des élèves en général, à l'objet mathématique « racine carrée », dont on trouve des traces dans les interviews et en situation. Ce sont les composantes de ce rapport (que nous appelons ici « connaissances » de P) qui sous-tendent son projet d'enseignement.

• *Les entretiens* nous apprennent que l'intérêt de la racine carrée réside pour P essentiellement dans l'introduction de « nouveaux nombres », qui viennent s'ajouter à ceux que les élèves connaissent déjà (rationnels essentiellement).

En ce qui concerne sa conception de l'apprentissage, P insiste sur la nécessité de favoriser le travail des élèves (seuls ou à plusieurs). Il aime pratiquer, chaque fois que possible, le débat dans sa classe, renvoyant à l'ensemble des élèves les affirmations ou interrogations de certains d'entre eux, sans prendre lui-même position.

• *Le scénario* nous montre les choix d'introduction de la racine carrée retenus par P, choix conforme au programme (donnée externe).

Lorsque le professeur organise l'enseignement du chapitre Racines Carrées, il s'appuie sur des connaissances issues de manuels scolaires, d'articles lus sur la question et des situations passées d'enseignement de la racine carrée. Cela le conduit à choisir une introduction arithmétique *«à partir de ce que les élèves ont déjà étudié, les carrés »*. Son projet est de faire acquérir par les élèves des connaissances dont il estime qu'elles seront indispensables pour inférer les définitions, conditions d'existence et propriétés de la racine carrée d'un nombre et en particulier celles du type :

- un nombre négatif n'a pas de racine,
- la fonction carrée n'est pas bijective sur R (seulement sur R+),
- pour que a soit le carré d'un entier, il faut qu'il appartienne à la table des carrés parfaits.

2- Analyses de la situation

Rappelons que les analyses successives de la situation doivent aboutir à l'interprétation des données recueillies en relation avec les questions de la recherche.

Importance de l'analyse a priori et de l'analyse a posteriori

Comme nous l'avons vu plus haut, la multiplicité des variables intervenant en situation de classe et la complexité de leurs modes d'action rendent nécessaire une modélisation. Ici cette modélisation, qui a pour but de représenter par un système simplifié chacun des protagonistes et leurs interactions, consiste en analyses *a priori* et *a posteriori*.

L'analyse *a priori*, permet d'élaborer un modèle a priori *Sa* de la réalité, modèle indépendant du déroulement de l'expérimentation particulière. Un de rôle essentiel est de *construire des observables* par lesquels peut se manifester le fonctionnement du système, observables pertinents par rapport à la problématique de recherche.

L'analyse *a posteriori* résulte de la confrontation des données recueillies lors de l'observation en classe avec l'analyse *a priori*. Elle permet de traiter et d'interpréter les *observés*, et de formuler des résultats en tenant également compte des données externes. Elle permet de reconstruire *a posteriori* un modèle *Sp* de la situation observée dans lequel le chercheur a cherché à donner du sens aux données contingentes observées.

3- Chronique de la classe

Comme c'est toujours le cas dans l'observation de classes ordinaires, la situation observée n'est décrite nulle part. Il est donc nécessaire, de la « reconstruire », à partir de la chronique de la classe.

1P : Bien, on va commencer ! Voilà, maintenant que les instruments sont installés, les appareils sont installés, on fonctionne comme d'habitude. D'accord ? Ca y est Mohamed, on y est, là ?
2 P : Vous prenez votre cahier de brouillon. Je vais vous poser trois questions, que je note au tableau, vous ne copiez pas les questions, et vous essayez de répondre, personnellement, et ensuite on échange là-dessus.
3 P *: il énonce les questions tout en les écrivant ce qui est souligné ci-dessous au tableau*
Première question : Peut-on trouver des nombres dont le carré est moins un ?
Deuxième question : Deux nombres différents ..., alors, commencez déjà à réfléchir à la première question, et notez déjà quelque chose sur votre cahier, peuvent-ils avoir le même carré ? Réfléchissez à la question sans déjà y répondre.
4 P : Troisième question : les nombres suivants sont-ils des carrés de nombres entiers ? Les nombres que je vais donner, est-ce que ce sont des carrés de nombres entiers ? Et il faudra justifier. Voilà, je note tout au tableau, (*P écrit :* 40, 9, - 16, 0, 25/4, 1, 400, 10^5, 121, 0,04, 9^{10}). Vous répondez.
Si ça vous dérange de répondre dans l'ordre, vous me mettez le numéro de la question, et vous commencez à réfléchir sur votre cahier. Il est évident que tout ça se fait sans la calculatrice, vous la rangez. Je ne l'ai pas précisé, excusez-moi, mais vous pouvez la ranger pour aujourd'hui *(rires).*

A*près environ 5 minutes de travail :*

5 P : Evidement si vous répondez juste oui ou non, je vous demanderai une justification. Est-ce qu'il y en a qui ont terminé ?
6 E : Non !
7 P : Allez, encore une minute, et on échange sur ce que vous avez trouvé. Il y en a qui n'ont rien marqué encore ! C'est difficile ?
8 EE : Oui ! Non ! C'est simple !
9 P : C'est très simple ! Qui a terminé, là ? *(un doigt se lève)*
10 P : Tu as fini, Sébastien ?
11S : Non.
12 P : Bien, allez, on commence à corriger ce que vous avez fait Peut-on trouver des nombres dont le carré est « moins un » ? Marlène qu'est-ce-que tu as répondu à cette question ?
13 M : Non.
14 P : Non ? Qui a répondu non comme Marlène ? Qui répond oui ?
Des doigts se lèvent à chaque fois, mais un bon tiers des élèves n'ont levé le doigt pour aucune des réponses.
15 P : Donc, ça se partage, mais il y en a à peu près un autre tiers qui ne répond rien du tout ! Qui ne peut pas répondre à cette question ? Qui ne se prononce pas ? Et bien alors, Marlène, toi tu réponds non, est-ce-que tu peux expliquer pourquoi ?
16 M : …
17 P : Tu ne peux pas expliquer. Tu as l'impression que c'est non, mais tu ne sais pas. Stéphanie ?
18 S : Non, parce que le carré d'un nombre est toujours positif.
19 P : Non, parce que le carré d'un nombre est toujours positif.
20 E : Oui, c'est juste !
21 P : Tu lèves le doigt ! D'autres explications, Olivier ?
22 O : Le carré d'un nombre négatif, c'est un nombre positif.

23 P : Le carré d'un nombre négatif est un nombre positif. Les élèves qui ont répondu oui, comment est-ce qu'ils s'expliquent ? Il y en a qui ont répondu oui, tout à l'heure ? Seraient-ils déjà convaincus par Stéphanie ?
24 Michael : Et bien non ! Si on prend le carré négatif…
25 P : Michael. Si tu prends le carré ...., qu'est-ce que tu veux dire, le carré négatif, le carré d'un nombre négatif ..... ?
(*Bruits dans la classe*) Est ce qu'il peut finir son explication ? On écoute Michael.
26 M. on prend un, on met moins…
27 P : On prend un, alors comment je l'écris, je mets moins un ....
P écrit $(-1)^2$ alors ça, ça fait quoi ? Ça fait un.
28 M : non
29 P : Alors, viens nous l'écrire
30 *Michael va au tableau et écrit :* $-(1)^2 = -1$
31 P : Alors, c'est à dire que je l'écris comment ? J'écris moins, entre parenthèses un au carré ?
32 M : Oui !
33 P : Va à ta place. Oui, alors, donc moins un au carré, c'est pareil que ce que tu as écris en-dessous ? tu as mis une parenthèse et alors ça, tu en dis quoi ?
34 M : Ça fait moins un !

4. Analyses successives de la séance observée

Les trois questions du début sont un moyen, pour l'enseignant, de faire avancer le temps didactique pour les élèves. L'analyse *a priori* consiste en l'analyse de la situation théorique créée par les trois questions posées par P en début de séance. C'est ce qu'ont fait, dans un premier temps les chercheurs.

Une modélisation du sous-ensemble de l'environnement du sujet pour l'apprentissage visé

La situation que la première analyse permet de décrire est celle qui correspond à l'image que s'en fait l'enseignant, lors de sa construction de la séquence. Pour lui, le *milieu* permettant la lecture du problème et sa compréhension comprend les propriétés suivantes qu'il suppose connues de ses élèves (connaissances antérieures) :

- les nombres entiers, relatifs, décimaux, rationnels, les puissances ;
- les règles d'opérations sur ces nombres ;
- la définition d'un carré comme produit d'un nombre par lui-même.

Construction des observables

Les *productions* de l'élève peuvent être modélisées par des couples de nombres connus associant un nombre et son carré (a, a^2). Pour donner les réponses attendues et les justifier, l'élève doit restreindre l'ensemble des couples (a, a^2) aux couples pertinents.

En réponse à la première question, l'exploration systématique des couples (a, a^2) où $a^2 = -1$ doit conduire l'élève à une hypothèse d'absence de nombre a dont le carré est moins un. La preuve à la portée des élèves est ici une preuve *par exhaustion* : il y a trois cas possibles, zéro, dont le carré n'est pas -1, un nombre positif, dont le carré est positif et donc ne peut être -1, un nombre négatif, dont le carré est positif et donc n'est pas -1.

Etude du début de la chronique

Cette étude est conduite dans le but de confronter les *observés* aux *observables* prévus par l'analyse a priori ci-dessus. Elle doit permettre d'identifier :

- les observés qui relèvent de l'ordre du nécessaire du point de vue du projet didactique : ce sont ceux qui correspondent à certains observables ;
- ceux qui ne correspondent à aucun observable a priori : ils sont survenus dans cette situation de classe mais auraient pu aussi bien ne pas survenir et paraissent de l'ordre de la contingence.

Il est en effet nécessaire de ne pas s'intéresser seulement à ce qui était prévu, mais de s'interroger sur ce qui ne l'était pas. Certains événements étaient prévisibles, d'autres étaient improbables : il s'agit alors de se demander si ces derniers ne sont dus qu'au hasard ou si, au contraire, ils permettent de révéler des situations cachées à une première interprétation.

Que nous apprend ici la comparaison des *observés* avec les *observables* définis *a priori ?* L'analyse précédente ne permet pas de prendre en compte certains *observés,* dont notamment l'épisode (24-30) qui suit l'intervention 24 de Mickaël.

Cette mauvaise adéquation entre *observés* et *observables* conduit à repérer une situation vécue par plusieurs élèves (comme nous pouvons le constater en étudiant la suite de la chronique) dont les chercheurs n'avaient nullement anticipé l'existence et à modifier la première analyse *a priori* de manière à prendre en compte cette situation. Car la chronique montre que les élèves ne semblent pas éprouver de difficulté à entrer dans le problème et à y produire des réponses, c'est donc qu'ils ont un moyen d'interpréter la situation et d'y mettre en œuvre une stratégie de base. La question est de comprendre quelle est cette dernière.

Deuxième analyse a priori : une modélisation S'a alternative à la première proposée

Contrairement au cas de la modélisation par la situation *Sa*, dans lequel on suppose disponibles les nombres précédemment connus des élèves et les règles d'opérations sur ces nombres, le *milieu* de *S'a* ne comporte pas les nombres et les opérations sur ces nombres, mais seulement des *règles d'écriture* des nombres. Il se limite aux nombres entiers, à certains « signes » : parenthèses, signe moins, barre de fraction, virgule décimale, exposant, etc. et aux règles d'écriture appliquées sur ces nombres (par exemple, on n'écrit pas 2, 2, 34 mais 2,234 ou 22,34). Le carré d'un nombre *x* est alors obtenu en *écrivant l'exposant 2* en haut et à droite de x : x^2.

Parmi les connaissances en cours d'élaboration ou d'apprentissage qui correspondent aux propriétés mathématiques des *écritures* obtenues par l'application de l'exposant 2, on trouve : « un carré désigne une écriture a^2 (si a est positif) ou encore $(a)^2$ ».

Dans les réponses des élèves aux questions posées, P ne peut généralement pas distinguer si les élèves fonctionnent dans la situation *S'a* ou dans la situation *Sa*, et pourtant la signification des réponses des élèves qui fonctionnent dans *S'a* et les raisons qu'ils donnent sont très différentes de celle qu'elles ont dans *Sa*.

c) Analyse a posteriori et détermination de la situation Sp

Rappelons que l'analyse *a posteriori* est fondée sur ce qui s'est produit dans la *réalisation particulière* de la situation étudiée lors de l'analyse *a priori*. Elle dépend en même temps du cadre de référence de la recherche et des faits expérimentaux observés. Elle doit permettre notamment l'étude des choix de l'enseignant et/ou des stratégies de l'élève dans la situation, que l'on interprètera en termes de choix effectifs de l'enseignant ou de connaissances effectives de l'élève.

La deuxième analyse a priori (situation *S'a*), permet de produire au moins un couple solution dans lequel on a bien comme premier terme -1 et comme deuxième terme un exposant 2, par exemple la solution de Michaël (-1, $-(1)^2$). Il suffira alors d'exhiber ce couple pour conclure qu'il existe des carrés négatifs.

P ne comprend pas ce que veut dire Michaël, l'explication de celui-ci se rapportant à *l'écriture* de l'expression à laquelle il pense (ce sont bien des écritures et non pas des nombres qui sont en jeu dans *S'a*). Cette écriture n'a aucune interprétation dans *Sa* où $-(1)^2$ n'est jamais le carré d'un nombre. Dans la suite de la chronique, les interventions de nombreux élèves s'interprètent fort bien dans la situation *S'a*[5]et provoquent une incompréhension de l'enseignant.

P se trouve dans l'impossibilité d'interpréter ce qui fait l'enjeu de cette erreur, bien qu'il prenne la décision instantanée d'y consacrer plusieurs interactions avec la classe.

A aucun moment, P n'envisage une autre lecture de la situation que *Sa*, ce qui aurait pu lui permettre de produire une explication mettant l'accent sur la différence entre l'écriture d'un « exposant 2 » et le carré d'un nombre qui s'obtient en multipliant ce nombre par lui-même.

Conclusion de cette étude

Revenons à l'objectif des chercheurs.

Il était de s'interroger sur la signification de ce que font l'enseignant et les élèves dans cette situation et de donner du sens à l'écart entre le projet initial de l'enseignant et sa réalisation.

Les analyses conduites successivement :

* révèlent un dysfonctionnement du contrat didactique : il y a une double incompréhension, par l'élève de ce que le professeur attend de lui, par le professeur, de ce que l'élève produit) ;
* permettent d'expliquer ce dysfonctionnement par la « distance » entre les situations Sa et S'a.

Ceci amène les chercheurs à proposer une modélisation du phénomène didactique mis en évidence en termes de « dédoublement de situation didactique ».

La caractérisation du phénomène didactique[6] identifié permet de donner du sens à ce que fait l'élève, en mettant en évidence les objets mathématiques sur lesquels il travaille effectivement et d'interpréter les interactions entre l'élève, le professeur et la situation.

On voit ici un exemple où l'observation de classe a permis une avancée théorique, celle de l'identification d'un phénomène didactique qui pourra se retrouver dans bien d'autres types de situations d'apprentissage.

[5] Les personnes intéressées trouveront l'intégralité de l'analyse dans COMITI C., GRENIER D., MARGOLINAS C. (1995)

[6] Nous appelons *phénomène didactique,* l'interprétation par le chercheur des données recueillies en tenant compte des contraintes pesant sur le système d'enseignement, des choix effectués, de la signification des savoirs en jeu, pour l'élève, pour le professeur, etc.

DEUXIEME ETUDE : OBSERVATION DE L’INTRODUCTION DE L’ETUDE DES EQUATIONS DU PREMIER DEGRE, DANS UNE CLASSE DE 4° (Bronner, Noirfalise, 2001)

Rappelons que l’observation porte sur le savoir mathématique introduit et sur l’activité mathématique effectivement mise en œuvre dans la classe. Il s’agit de relever des contraintes de l’institution scolaire à partir de l’étude de l’organisation didactique de la classe observée. C’est avec cet objectif que les chercheurs se placent dans le cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique.

1. Données externes : analyse du système-classe dans lequel l’observation de l’introduction de l’équation du premier degré en classe de 4$^{\text{ième}}$ se situe

a) Quelle organisation mathématique P. doit-il mettre en place ?

Etant donné l’objet de savoir « équation du 1° degré » et une institution I, ici « l’enseignement des mathématiques au classe de 4° en France », quelles sont les pratiques sociales dans I qui mettent en jeu l’objet en question ?

Autrement dit, pour analyser le travail de P. pour l’enseignement de la résolution d’une équation du 1° degré dans I , il faut confronter l’OM enseignée à l’OM prônée par l’institution, ce qui conduit à une étude du programme et des commentaires officiels de la classe de 4°.

Ce programme associe «résolution de problèmes » et « mise en équation » et propose 3 type de tâches :

a) Tm : « mettre en équation le problème » ;
b) Tr : « résoudre l’équation » ;
c) Ti : « interpréter le résultat ». (accepter ou rejeter les solutions de l’équation suivant les conditions imposées par le problème et à les reformuler dans le contexte du problème).

Une analyse plus approfondie du programme et des commentaires de 4° permet d’identifier comment interviennent, dans le cas de l’enseignement de l’équation du 1° degré, les différents niveaux qui vont exercer des contraintes sur le travail du P.

Elle montre que le *sujet* des équations du 1° degré, qui comporte l’étude de leur résolution, et qui est introduit dans la leçon que nous allons étudier, appartient au *thème d’étude* constitué autour du type de tâches T : « résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue », qui se situe dans le *domaine d’études* « travaux numériques », et, au sein de ce domaine, dans le *secteur* « calcul littéral », adjectif qui met l’accent sur la *différence entre calcul numérique (opérations) et calcul algébrique.*

Si l’on compare aux PCN brésiliens, on constate que si le sujet et le thème de l’étude sont bien les mêmes, ces derniers ne sont pas repérés de la même manière.

Tableau 1 – Comparaison avec les PCN brésiliens

	Brasil	**France**
Domaine	**Números e Operações**	**Travaux numériques**
Secteur	**Operações - Álgebra**	**Calcul litéral**
Thème de l’étude	Resolução de situações-problemas por meio de uma equação do 1° grau	Résolution de problèmes conduisant à une équation du 1er degré

Sujet de l'étude	Equações do 1° grau	Equations du 1er degré à une connue

Fonte : Source : Les auteurs.

Au Brésil, l'organisation mathématique visée par l'étude des équations du second degré se situe dans le domaine d'étude « Nombre et opérations » alors qu'en France il est situé dans le domaine mathématique des « Travaux numériques », et, au sein de ce domaine, dans le «calcul littéral ». Cette comparaison montre qu'en France, contrairement au Brésil, l'accent est mis sur la différence *entre le calcul numérique (opérations) et le calcul algébrique (littéral).*

b) Recueil de donnée externes : quelle organisation mathématique veut mettre en place le professeur observé P ?

Pour respecter le programme, le *type* de tâches auquel P doit faire face peut être énoncé ainsi : « faire étudier le thème mathématique : résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue ». Il s'agit pour lui de *mettre en place,* dans sa classe, une certaine *organisation de savoir* mathématique.

Mais P doit prendre en compte d'autres contraintes : pour faire étudier les équations du 1° degré, il va devoir intégrer les acquis des années antérieures. Quels sont-ils ?

En classe de 6^e^, la rencontre avec les équations est associée à « *la recherche d'un nombre manquant dans une opération* ». Il s'agit d'un calcul numérique disjoint à ce niveau de toute initiation aux écritures littérales.

En classe de 5^e^, l'initiation à la résolution d'équations est associée au travail sur le *calcul littéral*. Le statut du signe « = » est abordé : on trouve dans les compétences exigibles : *«Tester si une égalité* comportant *un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques données* ». À ce niveau, l'égalité de deux expressions littérales est vraie ou fausse suivant la valeur numérique donnée aux variables qui interviennent. On ne peut donc parler que d'expressions qui sont égales pour telles valeurs des inconnues, la technique associée consistant à effectuer les calculs numériques indiqués.

Le projet d'enseignement de P pour cette première séance est de faire préciser les termes d'équation, inconnue, solution d'une équation et d'arriver en fin de séance à la mise en place de la technique de changement de membre pour regrouper les *termes avec inconnue* dans un membre de l'équation et les *constantes* dans l'autre, la technologie associée étant la règle algébrique du changement de signe lors du changement de membre.

Pour respecter les injonctions du programme (contrainte institutionnelle), il décide de partir d'un problème dont voici l'énoncé :

Arthur dit à Claire :

« Pense à un nombre ; ajoute lui 3 ; multiplie ce que tu obtiens par 5 ; enlève 7 à ce que tu obtiens. Dis-moi combien tu trouves et je te dirais le nombre que tu avais choisi ». Claire a obtenu 48.

Comment Arthur va-t-il faire pour trouver les nombre en question ?

Mais, pour placer les élèves dans une situation familière (vu leurs acquis antérieurs), il ne leur demande pas de répondre à la question posée : « Comment Arthur va-t-il faire pour trouver les nombre en question ? », mais il remplace cette question par les deux questions suivantes :

a. Claire a-t-elle pensé au nombre 7 ? *b. On imagine que l'on a trouvé la solution et que l'on fait la vérification. Pour cela on représente le nombre cherché par une lettre : x. Que peut-on écrire ?*

- la question a. doit ramener les élèves à tester par un calcul numérique si une égalité est vraie (comme ils l'ont appris en 5°),
- la question b. est supposée introduire la notion d'équation et les techniques visées de résolution.

2. Analyse de la chronique de la classe : description et analyse du travail du professeur

Ne souhaitant pas ici entrer dans le détail du protocole (auquel le lecteur peut se reporter en Annexe), nous avons choisi de présenter les différents moments didactiques dans le tableau 2.

Tableau 2 – Différents moments didactiques

Moments	Analyses
1/11 *Moment de première rencontre*	Jeu numérique : les élèves n'ont pas à résoudre le problème posé en italique, mais à répondre aux questions qui suivent. « *Claire a-t-elle pensé au nombre 7 ?* » est familière aux élèves car de nature numérique et étudiée dans les classes précédentes. Elle n'est pas problématique.
12/26 *Moment exploratoire avec émergence d'une technique τ1 qui consiste à « remonter les calculs »*	Ils doivent ensuite répondre à la 2° question : *« On imagine que l'on a trouvé la solution et que l'on fait la vérification. Pour cela on représente le nombre cherché par une lettre : x. Que peut-on écrire ? ».* Cette question supprime le caractère problématique de l'activité en imposant la technique algébrique de mise en équation pour résoudre le problème. La tâche est coopérative et dirigée par P qui fait émerger les notions d'équation et d 'inconnue puis la technique de « remontée des calculs » : ***τ1*** pour résoudre l'équation trouvée.
27/46 *Moment technologico-théorique*	P. introduit les éléments de l'environnement technologique nécessaire à la résolution des tâches de type ***Tr*** par un jeu de questions/réponses avec les élèves le conduisant à la définition des termes : inconnue, équation, « solution » de l'équation étudiée.
47 /67 *Moment d'institutionnalisation d'une partie de l'environnement technologique*	P dicte tout en écrivant au tableau pendant que les élèves copient sur leur cahier de cours. Il précise les éléments technologiques ayant émergé précédemment : équation, inconnue, résolution d'équation, et introduit membre de droite et membre de gauche dont il aura besoin ultérieurement.

68/86 *Moment exploratoire d'émergence de la technique $\tau 2$ et moment technologico-théorique*	L'équation que l'activité de départ a permis de produire est reprise pour disqualifier la technique $\tau 1$ avec l'argument « *le fait de remonter les calculs c'est pas très pratique* » et pour faire émerger une nouvelle technique : $\tau 2$. Au cours des échanges, quelques éléments de $\tau 2$ sont mis en évidence : « *on développe* », « *on enlève le 8 de chaque côté* ». Le problème de la justification de cette partie de la technique « *Pourquoi on a le droit ?* » est posé par un élève. *P* y répond par l'analogie avec le principe de la balance qu'il mime avec ses mains, avant de dicter la règle de conservation des égalités par addition ou soustraction d'un même nombre à chaque membre de l'égalité (institutionnalisation de $\theta 2$).
87/98 *Moment de travail de la technique $\tau 2$, avec émergence de la technique $\tau 3$*	Deux spécimens d'équations sont traités, $x + 12 = 36$ et $5x = 4x - 2$, à partir des propositions des élèves qui utilisent la technique $\tau 2$ précédente. Mais très vite, P fait émerger un nouvel élément technologique : la règle de transposition. *90. (P) On va écrire qu'on constate que quand un nombre… non, un terme… change de membre dans une équation… Alors ?… Il change de signe… C'est noté ?…* Cet épisode participe à **l'institutionnalisation**. La règle de transposition va permettre de modifier $\tau 2$ pour produire $\tau 3$ par l'intermédiaire de la résolution d'une nouvelle équation : $1{,}1 + u = 3{,}2$. On passe là à la recherche de la technique de résolution la plus performante pour P.
99/107 *Moment de travail de $\tau 3$*	Le moment de travail a pour fonction de *faire travailler* les éléments praxéologiques élaborés pour s'assurer qu'ils « résistent » et, le cas échéant, pour les améliorer, et *améliorer la maîtrise* en particulier de la technique élaborée. Pour ce faire, P donne des équations à résoudre, (moment de travail de $\tau 3$) et d'autres à résoudre à la maison (moment d'évaluation de la maîtrise de $\tau 3$).

Fonte : Source : Les auteurs.

3. Eléments d'évaluation de l'OM et l'OD et de développement de l'OM

Les chercheurs abordent la question de l'évaluation de l'organisation didactique par l'analyse de *la nature de* l'activité *mathématique* qui se déroule dans la classe. Tout en prenant en considération que les différentes composantes de la praxéologie didactique du professeur dans une institution scolaire *I* donnée sont « en grande partie déterminées – contraintes et rendues possibles – par les moyens que l'institution propose, c'est-à-dire, par « *un très grand nombre de contraintes*, qui déterminent *l'écologie du didactique* dans l'institution considérée ».

Rappelons à ce sujet l'échelle complète des niveaux supérieurs de co-détermination didactique.

Civilisation

Société

Ecole

Pédagogie

Didactique

Contrainte du niveau de l'*école : le « repliement temporel*

L'existence d'une école modifie *l'écologie du didactique* en introduisant un grand nombre de conditions et de contraintes qui n'existeraient pas sous la même forme sans elle.

- la structure du « *temps de l'école* »
- le découpage en *« disciplines isolées* »
- le « *repliement temporel* » : morcellement habituel de l'enseignement du collège en France en séquences de 50 ou 55 minutes.

On peut imaginer que c'est notamment cette contrainte qui a conduit P. à construire sa séance comme une unité atomique, qui ne traite que *le sujet*, c.à.d. la résolution d'équations du premier degré à une inconnue, *sans que le thème dans lequel il s'insère*, la résolution de problèmes conduisant à une équation du premier degré, soit réellement pris en compte.

En utilisant plusieurs séances de 55 minutes, l'activité de départ aurait pu être modifiée pour permettre une première rencontre avec le *thème*, par exemple en commençant par une activité d'étude et de recherche sur « *Equations et problèmes* » qui aurait servi pour une première rencontre, avant que ne se posent, dans les séances suivantes, le problème de techniques de résolution.

Contrainte du niveau de la *pédagogie : Avancement du temps didactique*

Une contrainte fondamentale au niveau de la *pédagogie est :* l'a*vancement du temps didactique.* P est très présent dans la gestion de la classe. Le temps de travail individuel des élèves est de courte durée ; leurs interventions au tableau sont rares et réservées, lorsqu'elles existent, à des corrections d'exercices ; leurs interventions orales ne sont prises en compte que lorsqu'elles vont dans le sens souhaité par P. Le *topos* de l'élève est réduit à la résolution d'exercices dont la technique a été donnée au préalable. On peut supposer que, du point de vue du professeur, le temps didactique doit avancer en raison de la contrainte temporelle déjà indiquée mais cela peut aussi être dû à la crainte du débordement dans des classes de réputation assez difficile.

Cette contrainte peut également expliquer la faiblesse du travail des éléments technologiques et notamment l'absence de démonstration des « règles de conservation des égalités » seulement justifiées par une rapide analogie avec les règles de fonctionnement d'une balance. En entretien, le professeur pense ne pas pouvoir « l'imposer » à ses élèves car il craint que ses élèves ne perçoivent pas la « nécessité mathématique de démonstration d'une propriété assez naturelle ».

Contraintes du niveau de la *discipline et du domaine : l'activité d'étude et de recherche*

Le choix d'un problème numérique de départ comme activité d'étude et de recherche, est conforme aux indications du programme de 4e qui précise : « *les problèmes issus d'autres parties du programme conduisent à l'introduction d'équations et à leur résolution* ».

L'activité choisie par P a pour fonction de participer à la première rencontre avec le type de tâches étudié, résoudre une équation. Ce type de problème offrait plusieurs possibilités. Pour quelles raisons ce professeur a-t-il réduit l'autonomie des élèves en imposant lui-même la modélisation ? La rencontre avec *Tm* n'a pas lieu car la transformation par P. de l'activité a pour fonction de participer à la première rencontre avec *Tr* et non avec *Tm*.

Conclusion de l'étude

1° Sur le plan général, nous insisterons sur l'intérêt du modèle praxéologique. On retiendra notamment que le travail de la technique permet de faire apparaître des variantes, des liens entre techniques. Et que c'est dans la confrontation de plusieurs techniques que surgissent les questions d'interprétation, justification, généralisation, etc. qui se situent dans le moment technologico-théorique. Quant à l'institutionnalisation et l'évaluation, elles ne peuvent se limiter au « bloc pratique » [T / t] mais doit également porter sur le discours technologique.

2° Sur l'intérêt du modèle praxéologie pour l'étude du problème du professeur

Cette étude montre que, pour étudier le problème du professeur, on ne peut se contenter de l'étude du programme et des manuels d'un côté, de celle du comportement de l'enseignant et des élèves, de l'autre.

La prise en compte des niveaux de détermination plus élevés que celui du domaine d'étude : ici niveau de l'école et de la pédagogie, permet notamment :

- une dénaturalisation du regard sur le fonctionnement scolaire d'une institution,
- l'élaboration du répertoire des praxéologies à enseigner,
- l'évaluation des praxéologies mathématiques et didactiques.

CONCLUSION

Nous avons essayé de montrer toute la richesse que l'on peut obtenir par une observation *de* classe, à condition qu'à côté de l'observation *en* classe, le chercheur se soit donné les moyens de recueillir une certaine information *externe* à la classe, qui dépend de la question qu'il veut étudier et du cadre théorique dans lequel il se place.

La mise en parallèle des deux études de cas et de leurs problématiques montre à quel point l'analyse d'une observation de classe, pour être réussie, exige une réflexion préalable sur les questions que l'on veut y élucider, et par là même sur les outils théoriques avec lesquels on conduira les analyses : problématique de recherche et cadre théorique, d'une part, observations de classe effectuées pour répondre aux questions de la recherche d'autre part ne peuvent pas être désolidarisées.

Nous espérons enfin avoir montré, par ces études, que la classe n'est pas simplement lieu d'application de théories mais que son observation peut être un moteur d'avancées théoriques.

REFERENCES

BESSOT, A. Une introduction à la théorie des situations didactiques. Cahier Leibniz, n° 91, 2003. https ://**cahiersleibniz**.g-scop.grenoble-inp.fr/

BESSOT, A. ; COMITI, C. ; LE THI, H. C. ; LE VAN, T. *Eléments fondamentaux de didactique des mathématiques,* Ho Chi Minh Ville : Presses de l'Université Nationale du Vietnam, édition bilingue franco-vietnamienne, 2009.

BLANCHARD-LAVILLE, C. L'enseignant et la transmission dans l'espace psychique de la classe. *Recherches en didactique des mathématiques*, v. 17, n. 3, p. 151-176, 1997.

BRONNER, A. Les rapports d'enseignants de troisième et de seconde aux objets « nombre réel » et « racine carrée », *Recherches en didactique des mathématiques*, v. 17, n. 3, p. 55-80, 1997.

BRONNER, A. ; NOIRFALISE, A. Structures, fonctionnement, écologie des organisations didactiques à propos de l'algèbre en quatrième, *Actes de la 11° Ecole de didactique des mathématiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble, 2001.

BROUSSEAU, G. Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en Didactiques des Mathématiques,* 9/3, Grenoble : La Pensée Sauvage, p. 309-336, 1989.

BROUSSEAU, G. *Théorie des Situations Didactiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage, 395 p, 1998.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12/1, La Pensée Sauvage, Grenoble, p.73-112, 19991.

CHEVALLARD, Y. Organiser l'étude. Ecologie et régulation. In J.-L. Dorier et al.(Eds.) *Actes de la 11ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble, p. 41–5, 2002b.

CHEVALLARD, Y. Organiser l'étude. Structures et fonctions. In J.-L. Dorier et al.(Eds.) *Actes de la 11ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques,* La Pensée Sauvage, Grenoble, p. 3-22, 2002a.

COMITI C., GRENIER D. Régulations didactiques et changements de contrats, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, v. 17, n. 3, La Pensée Sauvage, Grenoble, p.81-102, 1997.

COMITI, C. A la recherche d'une modélisation de l'enseignant : dix ans de réflexion sur la question de l'enseignant et de la modélisation de ses pratiques ou l'évolution d'une problématique en relation avec le développement des avancées théoriques de la didactique des mathématiques, *Les Cahiers du Laboratoire Leibniz,* Publication CNRS, Grenoble, 2001.

COMITI, C. Um exemplo de contribuição de ferramentas teóricas de didática para a observação de classes, *Em Teia* vol. 1, Revista de Educaçao Mathematica e Tecnologica Ibero-Americana, Ed Universidade Federal de Pernambuco, EDUMATEC, Recife, 2011.

COMITI, C. ; GRENIER D. ; MARGOLINAS, C. Niveaux de connaissances en jeu lors d'interactions en situations de classe et modélisation de phénomènes didactiques. In Arsac Eds, *Différents types de savoirs et leurs articulations*, La Pensée Sauvage, p. 93-128, 1995. Disponivel em : http ://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00421007/fr/

HACHE, C. ; ROBERT, A. Un essai d'analyse des pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait fréquenter les mathématiques à ses élèves pendant la classe, *Recherches en didactique des mathématiques*, 17/3, La Pensée Sauvage, Grenoble, p.103-150, 1997.

MARGOLINAS, C. Eléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 12, n. 1, La Pensée Sauvage, Grenoble, p.113–158, 1992.

MARGOLINAS, C. Les pratiques de l'enseignant : Une étude de didactique des mathématiques : recherche de synthèses et perspectives. In M. Bailleul (Ed.). *Actes de la 10ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques* (p. 10-33). Caen : IUFM de Caen et A.R.D.M, 1999.

MARGOLINAS, C. *Points de vue de l'élève et du professeur : Essai de développement de la théorie des situations didactiques*. Habilitation à diriger les recherches en sciences de l'éducation, Université de Provence , 2004.

MARGOLINAS, C. Situations, milieux, connaissances – analyse de l'activité du professeur. In J.-L. Dorier et al. (Eds.) *Actes de la 11ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques,* La Pensée Sauvage, Grenoble, p.141–156, 2002.

MARGOLINAS, C. ; PERRIN-GLORIAN M.-J. *Cinq études sur le thème de l'enseignant*. La Pensée Sauvage, Grenoble, 1998.

MENDOCA CAMPOS, T. M. ; TRAGLOVA, J. Franco-Brazilian Collaboration in Mathematics Education, in *La tradition didactique française au-delà des frontières : exemples de collaborations avec l'Afrique, l'Amérique latine et l'Asie,* Publication de la CFEM, ICME 13, 2016.

PERRIN-GLORIAN, M.-J. ; HERSANT, M. Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* v. 23, n. 2, 217–276, Grenoble : La Pensée Sauvage, 2003.

ROBERT, A. Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier de l'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques* 21/1.2, La Pensée Sauvage, Grenoble, p. 57–79, 2001.

ROBERT, A. ; ROGALSKI, J. Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue Canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, v. 2, n. 4, p.505–528, 2002.

ROGALSKI, J. Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 23/3, La Pensée Sauvage, Grenoble, p. 343–388, 2003.

ANNEXE

CHRONIQUE DE LA CLASSE (étude 2)

1. Les élèves entrent en classe alors que le professeur et l'observateur sont déjà dans la place. Après une installation relativement rapide et silencieuse, P rend un devoir à quelques élèves réunis autour de son bureau et distribue à d'autres un devoir à faire hors classe. (En fait, quelques élèves se sont absentés avant les vacances et P leur fait donc rattraper le travail qu'ils ont manqué.)

2. Ensuite P distribue à toute la classe une feuille comportant l'énoncé reproduit ci-dessous :

ACTIVITÉ : les équations
Arthur dit à Claire : « Pense à un nombre ; ajoute lui 3 ; multiplie ce que tu obtiens par 5 ; enlève 7 à ce que tu obtiens.
Dis-moi combien tu trouves et je te dirais le nombre que tu avais choisi ». Claire a obtenu 48.
1. Claire a-t-elle pensé au nombre 7 ?
2. On imagine que l'on a trouvé la solution et que l'on fait la vérification. Pour cela on représente le nombre cherché par une lettre : *x*. Que peut-on écrire ?

3. (P) Aujourd'hui, nouveau chapitre… Vous prenez votre cahier d'exercices… Vous commencez à lire l'activité. Allez ! On se met au travail !
Pendant moins d'une minute, le silence règne dans la classe et les élèves suivent la consigne. Mais très rapidement P intervient :
4. (P) Alors, de quoi s'agit-il ? Vous avez tous pris connaissance du document ?

Il n'y a pas de réponse nette et P lit elle-même la première partie de l'énoncé (la devinette) et la première question.
5. (P) Alors, comment on va faire pour savoir ?
Plusieurs doigts se lèvent. Un élève est interrogé. Il reprend l'enchaînement des opérations et
6. *P, sous sa dictée, y compris les parenthèses et les crochets, écrit au tableau :* [(7+3)x5] – 7
7. (P) Alors, combien on trouve ?
8. (élève) 43 !
9. (P) Effectivement. Alors, est-ce que ça marche ?
10. (élèves) Non !
11. P complète alors au tableau « [(7+3)x5] – 7 = 43 » puis au-dessous « 7 n'est pas le nombre choisi ».
12. *A ce moment-là un élève indique que la réponse est 8. P ne reprend pas la réponse mais demande à la classe comment répondre à la deuxième question.*
13. *Comme précédemment, un élève interrogé dicte au professeur qui écrit au tableau :*
$[(x+3) \times 5] - 7 = 48$
14. (P) Qu'est-ce qu'on a fait finalement ?
15. (élève) Un raisonnement avec une inconnue.
16. (élève) Une équation.
17. (P) Ça c'est ce qu'on va appeler une équation. Qu'est-ce qu'on veut faire ?
18. (élève) Trouver x.
19. (P) Oui et comment faire ?… Comment a-t-on fait pour trouver 7 à partir de 43 ?
20. (élève) 43 plus 7 divisé par 5 moins 3.
21. (P) Très bien ! Quelles opérations permettent de retrouver 7 à partir de 43 ? Jen, répète…
22. Jen répète correctement et P écrit [(43+7) : 5] – 3 = 7.
23. (P) Maintenant, on va faire pareil pour x. Kar ?
24. (Kar) [(48+7) : 5] – 3.
25. (P) Ça fait combien ça ?
26. (Kar) 8.
27. (P) Ça signifie quoi, que x est égal à 8 ?
28. (élève) Que l'inconnue est égale à 8.
29. (P) Ça signifie quoi, pour l'équation ?
30. (élève) Qu'on a résolu l'équation.
31. (P) Mais plus précisément, c'est quoi une équation ?… C'est une phrase mathématique qui se présente comment ?
32. (élève) Une égalité.
33. (P) Oui, alors qu'est-ce qu'on peut dire de 8 ?
34. (élève) C'est le nombre qui permet de trouver l'égalité.
35. (P) Est-ce que c'est vrai pour tout x *?*
36. (élève) Non !
37. (P) Si $x = 7$, est-ce que l'égalité est vraie ?
38. (élève) Non !
39. (P) Si $x = 8$, est-ce que l'égalité est vraie ?
40. (élève) Oui !
41. (P) Donc 8 est le nombre pour lequel l'égalité est vraie. On va dire que 8 est la… ?
42. (élève)…
43. (P) Vous ne connaissez pas ? Non ? Allez, réveillez-vous ! Je sais bien que c'est la rentrée… On dit
que 8 est la solution de l'équation. Qu'est-ce qu'on peut faire pour vérifier ?
P écrit au tableau la vérification et poursuit : D'après vous est-ce que ce sera une technique classique ?
44. (élève) Oui !
45. (P) Vous croyez vraiment ?
46. (élève) Non…
47. (P) Bon. On va noter dans le cahier de cours tout ce qu'on a rencontré là…
P écrit le titre « Les équations » puis « I. Définition ».

48. (P) Vous prenez le cahier de cours… Ceux qui n'ont pas eu les deux fiches sur les droites remarquables, vous sautez deux pages et vous venez me les réclamer à la fin. (*P dicte tout en écrivant au tableau*.) On considère l'égalité suivante…
49. (élève) En rouge ?
50. (P) En bleu. Les mots soulignés en rouge… On considère l'égalité suivante $2x + 5 = x - 4$. Cette égalité s'appelle une équation. Alors, x c'est quoi ?
51. (élève) C'est l'inconnue.
52. (P) Très bien ! On va l'écrire… x est l'inconnue de cette équation. Comment s'appelle cette partie là ? Vous le savez ou pas ?
53. (élève)…
54. (P) $2x + 5$ est le membre de gauche de l'équation et $x – 4$ est le membre de droite de l'équation… Alors, on va s'intéresser un petit peu à tout ce qu'on a dit tout à l'heure… Résoudre une équation, c'est quoi ?
55. (élève) Trouver l'inconnue.
56. (P) Plus précisément ?
57. (élève) Mais celle-là, elle est pas résolue !
58. (P) Non.
59. (élève) Trouver l'égalité entre le membre de gauche et le membre de droite.
60. (P) Oui, c'est ça ! Parce que je peux toujours remplacer x par quelque chose, il n'y aura pas forcément égalité… Vous voyez ça ? Résoudre une équation, c'est pas trouver x tout court. (*P reprend sa dictée tout en écrivant au tableau*.) Résoudre une équation d'inconnue x c'est trouver
la valeur de x telle que l'égalité soit vraie.
61. P s'éloigne du tableau tout en poursuivant la dictée puis y revient et corrige sans commentaire en remplaçant « la valeur » par « les valeurs ». Puis elle poursuit : « Ces valeurs sont appelées les solutions de l'équation ». P propose alors un exemple.
62. (P) Exemple. Soit l'équation suivante : $3x – 4 =7x – 20$. Est-ce que 2 est solution de cette équation ? Luc ?
63. (Luc) On essaie de remplacer x par 2… 3 fois 2 moins 4, ça fait 2… Et après on calcule 7 fois 2 moins 20… Ça fait –6.
64. (P) Alors, la réponse à la question ?
65. (Luc) Non.
66. (P) Ne remplacez pas par x dans l'égalité tant que vous ne savez pas si c'est égal ou pas… Alors, Est-ce que 4 est solution de l'équation ? Marie ?
67. (Marie) On fait 3 fois 4 moins 4, ça fait 8. Si on fait 7 fois 4 moins 20, ça fait 8. Donc c'est la solution. (*P ne relève pas.)*
68. (P) Vous écrivez que 2 n'est pas solution, mais que 4 est solution de l'équation… Maintenant, vous reprenez l'activité, on va continuer.
69. (élève) Qu'est-ce qu'on marque quand on peut pas la résoudre ?
70. (P) Celles que vous aurez, vous pourrez toujours les résoudre.
71. (P) Mais quand il n'y a pas de solution…
72. (P) On verra… On reprend l'activité…Le fait de remonter les calculs, c'est pas très pratique. On va voir une autre méthode… On veut arriver à quel genre d'expression ?
73. (élève) x égale un nombre.
74. (P) Oui. On veut arriver à x égale un nombre. D'après vous, qu'est-ce qu'on peut faire ?
75. (élève) On fait l'inverse.
76. (P) C'est ce qu'on a fait tout à l'heure…Si vous vous retrouvez avec des équations plus compliquées ?
77. (élève) On développe. On fait $5x + 15 – 7 = 48$. Après on fait $5x + 8 = 48$…
78. (P) (*L'élève veut poursuivre, mais P l'arrête*.) Maintenant, pour que le 8 disparaisse, qu'est-ce qu'on peut faire ?
79. (élève) On enlève le 8 de chaque côté.
80. (autre élève) Pourquoi ? On a le droit ?
81. *P répond alors en évoquant et en mimant très rapidement le principe d'une balance et poursuit* :
82. (P) Donc on va l'écrire quelque part.
83. (élève) En rouge ?

84. (P) Non, pas en rouge, on est en activité… (*P dicte, tout en interrogeant la classe et dialogue avec celle-ci.*) Quand on a une égalité, si on additionne ou on soustrait le même nombre aux deux membres de l'équation, on a toujours une égalité… Alors qu'est-ce qu'on obtient ? Océ ?
85. (Océ) $5x = 40$.
86. (P) Oui. J'écris l'étape intermédiaire… $5x + 8 – 8 = 48 – 8$…
87. (P) On va finir de résoudre… $5x = 40$… $x = 8$… Maintenant, on va voir quelques exemples / $x + 12 = 36$… $5x = 4x – 2$…
88. (élève) On fait $x + 12 – 12 = 36 – 12$.
89. (P) Très bien. On enlève 12 de chaque côté… $x = 36 – 12$… $x = 24$. Et là, qu'est-ce qu'on fait ?
90. (élève) On fait $5x – 4x = 4x – 4x – 2$
91. (P) On enlève x à chaque membre… $5x – 4x = –2$… $x = –2$… Est-ce que vous voyez une règle ?
92. (élève) C'est comme si on mettait les x avec les x.
93. (élève) On regroupe les x entre eux.
94. (P) Ça, c'est le but. Mais moi je veux une règle de calcul qui commence à apparaître…
95. (élève) On inverse le nombre.
96. (P) Non, c'est pas l'inverse. Si je te donne 5, c'est quoi l'inverse ?
97. (élève) 1/5 Ah oui ! C'est l'opposé…
98. (P) On va écrire qu'on constate que quand un nombre… non, un terme… change de membre dans une équation… Alors ?… Il change de signe… C'est noté ?…
99. (P) On va voir quelques petits exemples. Vous écrivez $x – 45 = 15$, ensuite $1,1 + u = 3,2$ et $5y – 3 = 4y$… Vous sautez trois lignes… Celles-là on va les faire maintenant…
100. (P) Et pour jeudi…$x + 9 = 36$, $5z + 6 = 4z$, $6 + 5x = 6x + 2$ et $3,6 – x = 9,6$… Vous notez sur vos agendas de résoudre ces équations pour jeudi… On change de salle jeudi…
101. (élève) C'est juste pour cette semaine ?
102. (P) Non, c'est définitif.
103. Allez, on résout ces équations… $1,1 + u = 3,2$… Jes ?
104. (Jes) $u = 3,2 – 1,1$.
105. (P) Oui. Vous voyez que n'importe quelle lettre fait l'affaire. Finalement ?
106. (Jes) $u = 2,1$.
107. *La sonnerie retentit. P conclut en demandant aux élèves de faire aussi pour jeudi les deux équations restantes. La séance est terminée.*