

COMPREENDER O TRABALHO DO PROFESSOR COM OS RECURSOS DE SEU ENSINO, UM QUESTIONAMENTO DIDÁTICO E INFORMÁTICO

Franck Bellemain¹

Luc Trouche²

AVISO

A conferência é o resultado de um trabalho conjunto entre Franck Bellemain e Luc Trouche, que tem sua origem em uma antiga colaboração, mobilizando as equipes Edumatec no Brasil e EducTice na França. Um destaque foi a Escola de Altos Estudos da CAPES, realizada em fevereiro e março de 2015, em Recife (TROUCHE, 2015). Esta escola, desde então, tem fornecido material para novos recursos (ASSIS & LUCENA, 2015; LUCENA & ASSIS, 2015; BALTAR, 2016). A primeira parte da conferência (seções 1, 2 e 3) foi apresentada por Luc Trouche e Katiane Rocha; a segunda parte da conferência, na ausência de Franck Bellemain, justificada, foi coordenada por Verônica Gitirana e envolveu a participação de Cibele Assis, Rogério Ignácio, Ricardo Tibúrcio e Rosilângela Lucena.

Nós gostaríamos de agradecer calorosamente as pessoas que contribuíram para a tradução, oral e escrita, do francês para o português, Cibelle Assis, Paula Baltar, Paulo Faria e Rosilângela Lucena.

INTRODUÇÃO

Queremos começar agradecendo a todos os professores, formadores e pesquisadores envolvidos nos estudos que vamos apresentar, e cuja participação permite que as pesquisas sobre o ensino da matemática avancem, particularmente no domínio das investigações sobre os recursos dos professores. Nesta conferência pensamos, particularmente, nos professores brasileiros, especialmente em um momento de mobilização de escolas e universidades do país em defesa do direito à educação. Temos em mente a frase de um famoso presidente dos Estados Unidos:

“Se você pensa que a educação é cara, tente a ignorância!”

Por conseguinte, é dos recursos dos professores que nós vamos falar. Não se trata de pesquisa sem contato com dados e com a análise dos mesmos: o que nós iremos apresentar será trabalhado em vários seminários e em duas oficinas:

- a primeira oficina sobre o guia do PNLD³ e os usos dos livros didáticos, conduzida por Paulo Figueiredo, Verônica Gitirana, Rosilângela Lucena e Rogério Ignácio (BELLEMAIN *et al.*, 2016);
- a segunda oficina sobre a análise do trabalho de documentação dos professores, do ponto de vista metodológico, conduzida por Ana Paula Jahn e Katiane de Moraes Rocha (TRGALOVÁ & JAHN, 2013; ROCHA & TROUCHE, 2016).

¹ Edumatec, UFPE, Brazil, f.bellemain@gmail.com

² Institut français de l'éducation, ENS de Lyon, France, luc.trouche@ens-lyon.fr

³ Programa Nacional do Livro Didático, programa do governo brasileiro de avaliação, seleção e distribuição nas escolas públicas de livros didáticos.

As abordagens que iremos apresentar estão ancoradas na didática da matemática, mais amplamente no campo da educação matemática internacional, e mais ainda nas pesquisas em educação. Pensamos que, de fato, ela tem áreas insuficientemente exploradas: o papel dos instrumentos no trabalho, na aprendizagem e no ensino da matemática; a natureza do trabalho dos professores, em particular os seus aspectos coletivos; o longo tempo de aprendizagens e de desenvolvimento. Nosso objetivo é pensar, para o ensino de matemática, a instrumentação do trabalho do professor, do formador e do pesquisador; e, para isso, o apoio de um conjunto de disciplinas é, em nossa opinião, necessário, incluindo: a didática da matemática, a ergonomia cognitiva e a informática⁴, assimiladas como componentes de ciências sociais inter-relacionados (LAHIRE, 2012).

A nossa apresentação será estruturada em 6 seções: a abordagem instrumental do didático, as orquestrações instrumentais, a abordagem documental do didático; a instrumentação da documentação; os web documentos e a digitalização da noção de recursos. As três primeiras seções, por um lado, e as três últimas seções, por outro, constituem em abordagens complementares. A primeira abordagem parte de um ponto de vista didático e se desenvolve integrando um ponto de vista informático. A segunda, por sua vez, parte de um ponto de vista informático e se desenvolve integrando um ponto de vista didático. As duas convergem para a noção de *web documento*, o que é essencial aqui. Como veremos, a função de um *web documento* não é exatamente a mesma para as duas abordagens.

A ABORDAGEM INSTRUMENTAL DA DIDÁTICA

Apresentamos nesta seção a gênese desta abordagem, o seu quadro geral e as questões suscitadas por ela.

A abordagem instrumental, gênese.

A abordagem instrumental da didática foi particularmente teorizada por Artigue (2002) e Guin e Trouche (1999). Todo desenvolvimento tem uma razão de ser. Esta razão deve ser procurada nos fenômenos didáticos novos. No caso da abordagem instrumental, eles apareceram com a introdução de instrumentos complexos, as *calculadoras simbólicas*⁵, na aula de matemática. Estas calculadoras, à disposição dos estudantes, foram capazes de realizar tarefas que até então dependiam do ensino dos professores (resolução de equações quadráticas, cálculo de derivadas ou de integrais...). Elas tiveram uma influência importante na conceitualização de objetos matemáticos. O estudo destes fenômenos, chamados de novos quadros teóricos, é mais suscetível aos instrumentos que intervêm na atividade humana. Foi nesse momento que apareceu, no campo da ergonomia cognitiva, a obra “Os homens e as tecnologias: abordagem cognitiva dos instrumentos contemporâneos” (RABARDEL, 1995), que atende a esta necessidade teórica, evidenciada na Escola de Verão realizada em 1997, intitulada “Dos instrumentos informáticos da sala de aula às calculadoras simbólicas e geométricas: que perspectivas para o ensino de matemática?” Duas conferências, apresentadas de forma independente por Michèle Artigue (1997) e Luc Trouche (1997), foram

⁴ A informática no sentido de ambientes informatizados para a aprendizagem humana (TCHOUNIKINE, 2011).

⁵ Nós chamados calculadoras simbólicas as calculadoras que integram um software de cálculo formal (manipulando assim expressões formais) e, muitas vezes, um software de geometria dinâmica (por exemplo as calculadoras TI 92 apresentadas, a partir de 1995, pela Texas Instruments).

baseadas na abordagem de Pierre Rabardel para desenvolver sua análise didática da integração das calculadoras simbólicas.

Não se trata apenas de uma evolução teórica francesa: em 2003, um estudo (LAGRANGE *et al.*, 2003) a respeito da literatura de pesquisas internacionais sobre "o ensino de matemática e TICE" publicadas entre 1994 e 1998 - 800 referências levadas em conta - destacou uma consciência cada vez mais importante de três necessidades: ter em conta o processo de apropriação, por parte dos alunos, dos instrumentos do trabalho matemático; conceber as situações que levam em conta o potencial destes instrumentos; considerar a complexidade acrescida ao trabalho do professor para integrar estes instrumentos na aula de matemática.

A abordagem instrumental, quadro geral.

A abordagem instrumental propõe um modelo de aprendizagem instrumentado pela matemática que se apoia, fundamentalmente, na dialética *artefato-instrumento*.

Começemos pela definição de artefato. Um artefato (uma calculadora, um compasso...) é um produto da atividade humana, que se caracteriza por suas *potencialidades*, seus *limites* e seus *affordance*⁶.

Para as ferramentas computacionais, *potencialidades*, seus *limites* e seus *affordance* são relacionados à *transposição informática*, que Balacheff (1994) caracteriza com um trabalho sobre o conhecimento que permite a representação informática e a manipulação:

Figura 1 – Potencial e limitações de um artefato

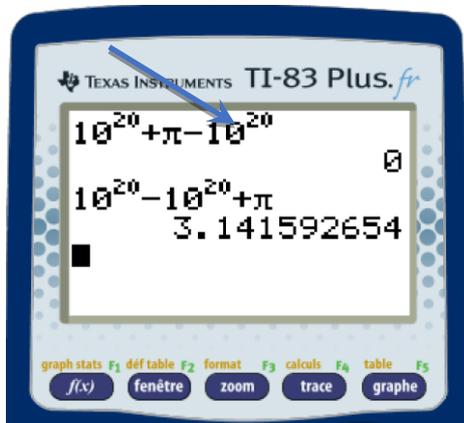
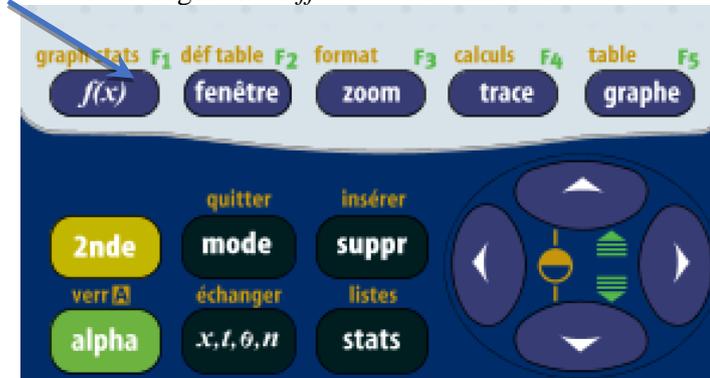


Figura 2 – Affordance de um artefato



- A Figura 1 põe em evidência o potencial e as limitações do cálculo aproximado apresentado em uma calculadora. Este cálculo aproximado não é comutativo. Devido à limitação na representação de números, $10^{20} + \pi$ é identificado pela calculadora como 10^{20} . Assim, para esta calculadora, $10^{20} + \pi - 10^{20} = 0$. Por outro lado, $10^{20} - 10^{20} = 0$. Assim, com este procedimento operatório que calcula progressivamente da esquerda para a direita $10^{20} - 10^{20} + \pi = \pi$.
- A Figura 2 põe em evidência as *affordances*: o teclado de uma calculadora gráfica fornece instrumentos para o estudo de uma função sob os pontos de vista numérico (tabela de valores) e gráfico (representação gráfica). Mas, esses instrumentos não são acessíveis no

⁶ Entendemos por *affordance*: “a qualidade de um objeto que permite ao indivíduo identificar sua funcionalidade sem a necessidade de prévia explicação”, ver a evolução do conceito: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Affordance>, consulta em 13/02/2017

mesmo nível, como mostram as flechas: os instrumentos gráficos (definição de uma janela de representação, traçado gráfico) são diretamente acessíveis; os instrumentos numéricos (configuração da tabela de valores, tabela de valores) são indiretamente acessíveis: primeiro você deve pressionar o botão amarelo 2nd, em seguida, o botão azul “graphe”, para atuar sobre o controle amarelo “table”. É como se as funcionalidades numéricas estivessem escondidas atrás das funcionalidades gráficas. É o que nós chamamos de *affordance* (GIBSON, 1977): um modo de pré-estruturar a atividade de um usuário, fazendo com que ele priorize um gesto ao invés de outro (mesmo que ambos os gestos sejam teoricamente possíveis).

Vamos agora à definição de instrumento. Para Rabardel, um instrumento é o resultado de um processo, a gênese instrumental (Figura 4): para realizar uma dada tarefa (por exemplo, o estudo de uma função), um estudante se apropria de um artefato (por exemplo, uma calculadora) e vai desenvolver um *esquema de ação instrumentada* incorporando este artefato como meio desta ação. Um esquema é definido por Vergnaud (2009) como uma entidade composta por 4 componentes: objetivos, regras de ação, tomada de informação e controle, invariantes operatórios e inferências em situação. Os invariantes operatórios são os componentes epistêmicos dos esquemas, compostos por conhecimentos, muitas vezes implícitos, que resultam da atividade e, ao mesmo tempo, orientam a ação. Isto significa que o esquema se desenvolve durante a realização repetida de uma determinada tarefa. O instrumento está então definido como uma entidade mista, combinando o artefato e o esquema de ação instrumentada. Enquanto o artefato é uma realidade independente do aluno, o instrumento está ligado a um aluno em particular.

Tomemos um exemplo, o de um aluno imaginário que utiliza, regularmente, uma calculadora gráfica para o estudo de funções. Ele pode desenvolver um esquema, pré-estruturado pelas potencialidades, limitações e *affordances* de sua calculadora, mobilizando as seguintes etapas (Figura 3): capturar a expressão da função no editor da calculadora; configurar uma janela padronizada ([-10, 10] para a variável, [-10, 10] para a função); obter o gráfico; ajustar a janela para as necessidades do estudo (por exemplo, zoom em partes incertas; emissão de conjecturas sobre as variações da função...). Neste processo, os invariantes operatórios vão se cristalizar, por exemplo: a função é uma entidade gráfica (o que Vergnaud chama de *conceito-em-ação*); se a curva é descendente em um determinado intervalo, então a função é decrescente neste intervalo (o que Vergnaud chama de *teorema-em-ação*). Para este aluno, o instrumento de estudo de uma função será constituído pela calculadora gráfica associado ao esquema de ação instrumentada, para a qual nós temos apresentado algumas características.

Figura 3 - As possíveis etapas de estudo de uma função com uma calculadora gráfica



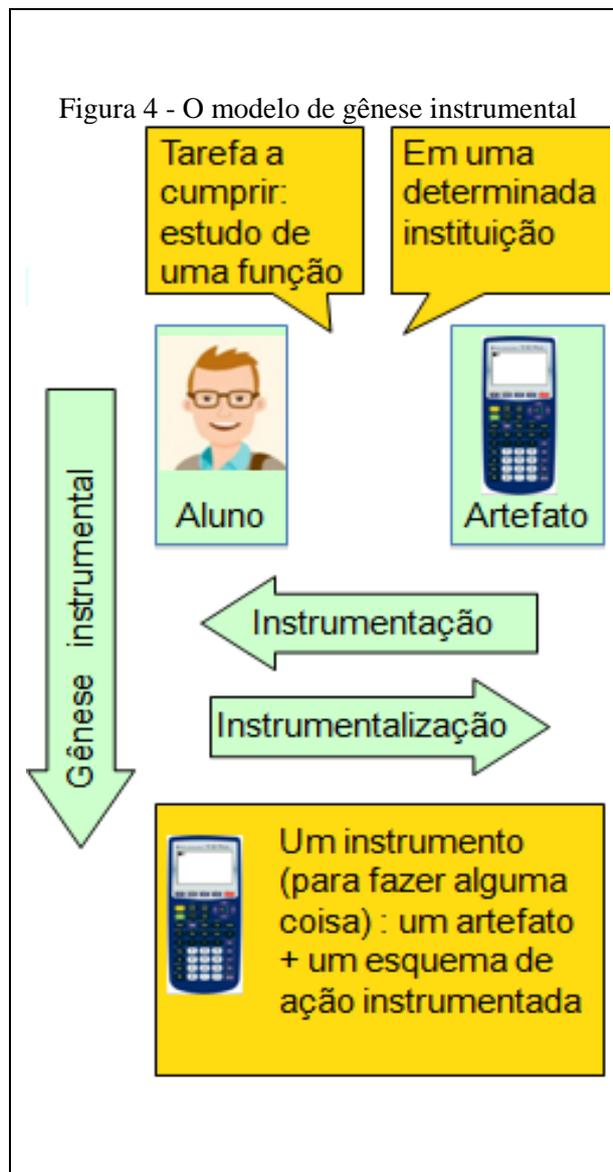
Além da dialética artefato-instrumento, a abordagem instrumental propõe a dialética *instrumentação-instrumentalização* (Figura 4).

A ideia principal é que qualquer processo de *apropriação* de um artefato é um processo de *adaptação mútua*:

- as potencialidades, limitações e *affordances* de um artefato pré-estruturado, relativamente à atividade de um usuário, conforme o seu esquema de ação instrumentada: é o processo de instrumentação;
- todo sujeito, no curso de sua atividade, adapta o artefato aos seus hábitos e ao seu projeto: é o processo de instrumentalização.

Estes processos não são independentes um do outro, eles são entrelaçados. Mas, os distinguir, na análise, permite focar o olhar, por um lado, no aluno (em que medida a integração de um novo artefato modifica a forma de sua atividade?), por outro, no artefato (em que medida ele porta o vestígio da atividade do aluno, do seu poder criativo?).

Qualquer gênese instrumental combina, assim, esses dois processos, instrumentação e instrumentalização. Para Rabardel, uma gênese instrumental não é limitada no tempo. Gênese, aqui, não significa "nascimento de uma entidade", mas "desenvolvimento" dessa entidade. Os instrumentos são entidades vivas, que se desenvolvem durante a atividade dos alunos: este desenvolvimento passa por fases de estabilidade, e por fases de evolução (por exemplo, no caso do estudo das funções, quando o aluno encontra novas funções às quais o obriga a evoluir o seu esquema de ação instrumentada).



Esta abordagem instrumental foi integrada no domínio de estudo da aprendizagem da matemática apoiada em artefatos variados. Ela forneceu material para um trabalho de síntese publicado em francês (GUIN & TROUCHE, 2002), em seguida, em uma estrutura editorial mais ampla, em Inglês (GUIN, RUTHVEN & TROUCHE, 2005).

A abordagem instrumental, discussão.

A abordagem instrumental da didática tem se beneficiado da sua integração na didática da matemática e, mais amplamente, no nível internacional, em Educação Matemática, em domínios de ricos quadros teóricos. As interações com a Abordagem Antropológica do Didático (ARTIGUE, 2002), com a Teoria das Situações, ou ainda com abordagens semióticas (DRIJVERS *et al.*, 2010) foram particularmente ricas.

No entanto, como todo modelo, a abordagem instrumental é um modelo simplificado. Qualquer atividade mobiliza, de fato, um conjunto de artefatos (por exemplo, para o estudo de funções, uma calculadora, a dupla papel/lápis...). Além disso, uma tarefa nunca está isolada (por exemplo, a resolução de equações numéricas e o estudo das funções numéricas são tarefas fortemente inter-relacionadas). O bom nível de análise é, sem dúvida, a do sistema de instrumentos que todo aluno desenvolve ao longo de sua atividade de estudo da matemática: este tipo de análise tem sido pouco desenvolvido.

Outra fragilidade no desenvolvimento da abordagem instrumental do didático foi, sem dúvida, a consideração insuficiente dos processos de instrumentalização. Se nós considerarmos, de fato, os trabalhos de síntese já mencionados, temos que considerar que é essencialmente o conceito de instrumentação que tem sido mobilizado. Isto se explica provavelmente por causa da rigidez dos artefatos que foram levados em conta: as calculadoras, tais como os sistemas de cálculo formal, dificilmente se prestam às transformações profundas por parte dos seus usuários. Os processos de instrumentalização foram capturados, na maior parte do tempo, superficialmente: por exemplo a utilização de calculadoras para apreender elementos do curso.

Finalmente, uma última fragilidade, no início do desenvolvimento da abordagem instrumental, foi o reconhecimento do papel do professor. Qual é a sua responsabilidade no apoio às gêneses instrumentais dos estudantes? É o desenvolvimento de outro conceito, o de orquestração instrumental, que vai tentar responder a esta questão crítica.

AS ORQUESTRAÇÕES INSTRUMENTAIS

Apresentaremos nesta seção a gênese do conceito, seu quadro teórico geral e as questões que este tem suscitado.

As orquestrações instrumentais, gênese.

Desde que começamos a observar, na sala de aula de matemática, os artefatos à disposição dos estudantes, e mais amplamente, os artefatos presentes em sala de aula, percebemos uma lacuna conceitual. O professor, para atender seus objetivos de aprendizagem, dispõe de situações matemáticas (exercícios, problemas) e de artefatos (calculadoras, *softwares*, compassos, régua, etc), mas lhe falta, em geral, meios de integrar esses artefatos para executar situações matemáticas na sala de aula. Esses meios são os que Chevallard (1992) chama de *sistemas de execução didática*.

Essa lacuna conceitual aparece de fato em uma dupla dinâmica:

- A dinâmica da abordagem instrumental: leva em consideração as gêneses instrumentais dos estudantes. E os aspectos coletivos das gêneses? E quanto à responsabilidade do professor?
- A dinâmica do desenvolvimento de ambientes informáticos propriamente ditos (micromundos, simulações, jogos, etc.). Como esses ambientes podem integrar instruções para os estudantes e orientações para os professores? Este é um entrave de cenários que foram projetados, por exemplo, para o desenvolvimento do *Cabri-Géomètre* (CLAROU, LABORDE & CAPPONI, 2001).

Os conceitos da abordagem instrumental têm conduzido naturalmente a uma reflexão sobre o papel do professor, não como um participante da orquestra, mas como um maestro de uma orquestra, responsável pelo conjunto de instrumentos da classe. A classe é, então, vista como uma orquestra tocando uma partitura matemática.

Pensar o professor como um maestro de uma orquestração significa atribuir-lhe um conjunto de tarefas:

- analisar o currículo para definir os objetivos didáticos e as situações matemáticas que serão executadas para alcançar tais objetivos;
- analisar o potencial dessas situações matemáticas para tirar melhor proveito dos artefatos;
- reciprocamente, analisar o potencial, as limitações e os *affordances* dos artefatos para tirar melhor proveito das situações matemáticas;
- analisar o nível de desenvolvimento dos instrumentos dos estudantes (como eles poderão mobilizar seus instrumentos para lidar com as tarefas matemáticas que lhes serão propostas? Como o trabalho matemático lhes permitirá enriquecer seus instrumentos?);
- como a combinação dos instrumentos individuais e coletivos dos estudantes dará suporte ao trabalho destes e, de modo geral, irá enriquecer o conjunto de instrumentos da turma?

Este é um conjunto de tarefas complexas, coordenadas, que o professor deve enfrentar. Um exemplo pode esclarecer tais aspectos: parte do currículo em que a decomposição de um número em fatores primos é um objetivo importante (por exemplo: $12 = 2^2 \times 3$, ou $30 = 2 \times 3 \times 5$). Esse é o caso do currículo francês, no qual a aritmética ocupa um espaço relevante. O problema proposto para conseguir alcançar esse objetivo é: encontrar o número zero que está no final de $n!$ (fatorial de n). Uma solução do problema é, de fato, realizar a decomposição dos números em fatores primos para em seguida contar os pares de fatores (2; 5): haverá 0 no final de $(n!)$ de pares como (2; 5) na decomposição de $n!$ em fatores primos (com efeito, $2 \times 5 = 10$, que gera um 0 no final de $n!$). Na verdade, como haverá mais 2 do que 5, é suficiente contar o número de 5. Dessa forma, $10! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$. Neste produto, conta-se dois fatores 5, então haverá exatamente dois 0 no final de $10!$

Esta situação é interessante para alcançar o objetivo que é «saber decompor um número em fatores primos, e compreender a relevância dessa decomposição». Na verdade, se quisermos, basta calcular $n!$ e contar o número de zeros, ao final, estaremos rapidamente esgotando a magnitude dos resultados.

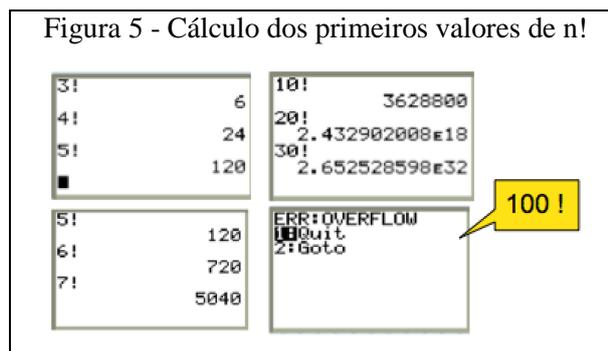
Qual a relevância das calculadoras para resolver este problema?

- em primeiro lugar, elas permitem calcular $n!$ de diversos valores de n (Figura 5);
- em seguida, elas possibilitam formular conjecturas úteis. Por exemplo, temos a impressão que a cada vez que passar um múltiplo de 5, teremos um zero a mais (um 0 no fim de $5!$, dois 0 no fim de $10!$, três 0 no fim de $15!$, quatro zeros no fim de $20!$... e, infelizmente, seis 0 no fim de $25!$, o que nos obriga a questionar a conjectura inicial.
- elas nos obrigam, também, a questionar a notação científica: por exemplo, o resultado de $30!$, dado pela calculadora (Figura 5), significa que $30!$ termina com 32 zeros?
- enfim, as limitações da calculadora (por exemplo, para $100!$, ela indica que está além de sua capacidade) impondo um retorno à uma reflexão mais teórica para poder compreender o fenômeno além da limitação do artefato.

É óbvio que estes resultados dependem do tipo de calculadora: em outras calculadoras mais potentes, teremos resultados de $n!$ para valores maiores de n . Então, o professor deve conhecer os artefatos presentes na sala de aula para planejar a atividade dos estudantes e antecipar as oportunidades e as dificuldades.

Finalmente, o professor deve se questionar:

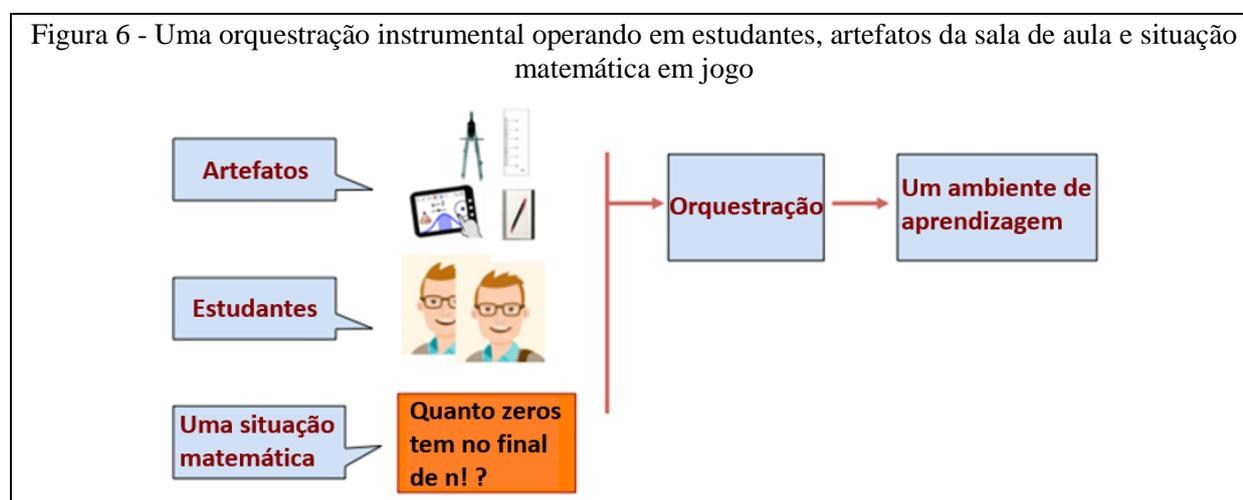
- Como mobilizar os artefatos presentes na sala de aula (calculadoras, mas também lápis e papel)?
- Como combinar as fases do trabalho individual e coletivo, a iniciativa dos estudantes e a intervenção do professor?
- Como antecipar, facilitar, gerar as conjecturas emergentes na sala de aula?



O professor deve ainda pensar a gestão didática dos artefatos presentes na sala de aula, com relação ao avanço da resolução de problemas, ou seja, as orquestrações instrumentais que definiremos a seguir.

As orquestrações instrumentais, quadro geral.

A orquestração instrumental de uma situação matemática foi definida por Trouche (2005) como a gestão didática dos artefatos presentes no ambiente da sala de aula (artefatos dos estudantes e também do professor) para executar essa situação. Para isto, é necessário uma gestão didática do professor, a fim de alcançar os objetivos específicos de aprendizagem. Enfim, trata-se de prever a gestão, isto é, como pensou a *priori*. Uma orquestração instrumental (Figura 6), refere-se, então, aos estudantes, aos artefatos e à situação matemática, bem como uma orquestração musical se refere aos músicos, aos instrumentos e a uma partitura musical. Ela permite criar um *meio* (BROUSSEAU, 1988) para a aprendizagem.

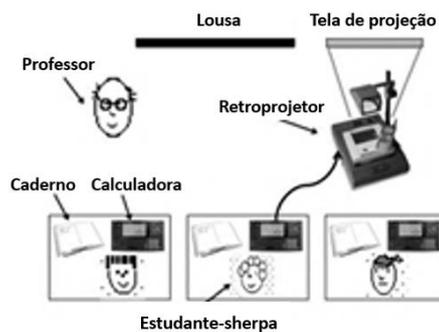


Praticamente, conceber uma orquestração instrumental consiste em pensar a organização do espaço e a organização do tempo de aula.

Pensar a organização do espaço, conceber configurações didáticas e seus modos de execução.

Uma configuração didática é um arranjo particular (podemos dizer: uma arquitetura) dos estudantes e dos artefatos. Trouche (2005) apresenta uma configuração, indicada como emblemática, a configuração do estudante-sherpa⁷. Os artefatos dos estudantes são as calculadoras, os artefatos do professor são a lousa, uma tela de projeção, um retroprojetor e um cabo que conecta a calculadora à tela de projeção. A configuração do estudante-sherpa diz respeito a um papel particular dado a esse estudante que consiste em projetar na tela o que foi feito com a calculadora, explicando procedimentos e raciocínio adotados.

Figura 7- A configuração do estudante-sherpa

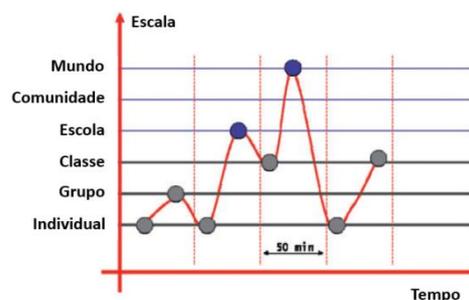


Fonte: Trouche (2005).

Um modo de execução é uma forma de utilização dos artefatos em uma dada configuração (podemos dizer: uma forma de viver em certa arquitetura). Para uma configuração proposta, existem vários modos possíveis de execução desta. Por exemplo, a configuração do estudante-sherpa: o professor pode escolher dar este papel a um « bom » estudante ou a outro que tenha dificuldade; ele pode deixar esta função para o mesmo estudante durante toda sessão ou trocar o estudante responsável por este papel de acordo com as proposições dos demais, o professor pode pedir aos estudantes para ajustar sua atividade instrumentada na do estudante-sherpa, ou de outra forma, deixá-los livres para depois comparar as técnicas individuais com a do estudante-sherpa.

Pensar a organização do tempo de aula significa pensar na sucessão de configurações didáticas e de seus modos de execução em função das diferentes fases do processo de resolução do problema matemático em jogo. Dillenbourg e Jermann (2010) propõem o modelo de uma partitura musical para descrever a sucessão de fases individuais, de trabalho em grupo, ou de toda a classe, ou da escola, e, porque não, de um sistema aberto de resolução de problemas via internet, de fases de trabalho em uma comunidade mais ou menos numerosa.

Figura 8 - Ajuste das configurações e dos modos de execução em função do problema abordado



Fonte: Dillenbourg e Jermann (2010).

Estes conceitos de organização do espaço e do tempo de aula, de configurações didáticas e de modos de execução, permitem a concepção de orquestrações. Poderemos desenvolver, por exemplo, a orquestração da situação « a quantidade de zeros no final de $n!$ » em uma classe de uma escola equipada com calculadoras digitais, combinando uma configuração 1 de trabalho individual com calculadora e lápis/papel; uma configuração 2 de trabalho em dupla, um estudante utiliza sua calculadora e o outro um cartaz e um lápis; uma configuração 3 de apresentação de pôsteres; uma configuração 4 de estudante-sherpa. A orquestração poderia basear-se na seguinte organização:

⁷ Um sherpa é aquele que guia expedições no Himalaya e que também carrega bagagens coletivas.

- Fase 1, 20 min, pesquisa de conjecturas: configuração 1, modo de execução de trabalho autônomo;
- Fase 2, 20 min, teste das conjecturas: configuração 2, modo de execução de explicitação da pesquisa (um estudante testa as conjecturas, outro escreve um cartaz sobre as diferentes etapas do trabalho, os resultados intermediários, os contratempos encontrados);
- Fase 3, 20 min, comparação dos resultados: configuração 3, modo de execução de apresentação de pôster (os pares penduram seus cartazes na parede; um estudante fica próximo ao cartaz para comentá-lo, outro estudante visita outros cartazes);
- Fase 4, 30 min, busca de um consenso: configuração 4, modo de execução baseado no do estudante-sherpa, com discussão orientada pelo professor.

É claro que esta é uma proposta que o professor vai ajustar em função do conhecimento da classe, das dificuldades dos estudantes, etc. E a orquestração pode mudar com base na própria experiência do professor (depois de ter aplicado várias vezes, ele poderá ajustar o tempo das diferentes fases, as configurações e os modos de execução).

Este modelo de orquestração tem sido aplicado em diversos contextos, e tem sido objeto de discussão e de novos avanços, os quais apresentaremos na seção a seguir.

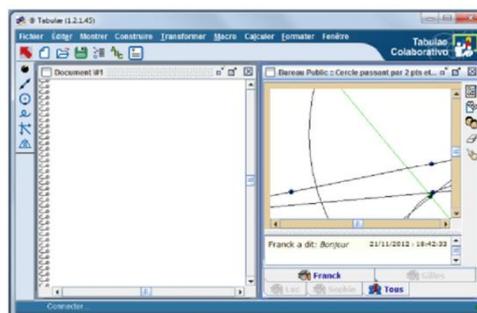
As orquestrações instrumentais, discussão.

As orquestrações instrumentais têm sido discutidas por quatro pontos de vista que vamos evocar a seguir.

Um primeiro questionamento crítico visa a natureza *a priori* da concepção de uma orquestração instrumental. Drijvers *et al.* (2010) colocaram em evidência que toda orquestração evolui necessariamente durante a sua execução. Estes autores propuseram o conceito de *desempenho didático* para descrever os ajustes que o professor deve realizar na aula quando ele operacionaliza as configurações didáticas e os modos de execução que ele havia planejado *a priori*. Estes ajustes podem provocar modificações nos modos de execução, ou nas configurações, ou na duração das diferentes fases da situação. Isto conduz a uma reflexão sobre orquestrações mais flexíveis, que possam levar em conta, no desenvolvimento da tarefa da classe, as proposições dos estudantes, de forma que estes sejam cocriadores da orquestração instrumental (na verdade, este é um dos aspectos do estudante-sherpa, Figura 7, que contribui para a realização da orquestração instrumental e, eventualmente, para a evolução de suas formas).

Um segundo questionamento, que já mencionamos (p. 106), é o compartilhamento de tarefas entre o professor e o ambiente informático em uma orquestração de situações matemáticas. Alguns ambientes (Figura 9) dão suporte ao trabalho colaborativo dos estudantes: como eles podem ser elementos constitutivos das orquestrações pensadas pelo professor? Esta questão é muito ampla, se considerarmos o desenvolvimento de *MOOC* (Curso *Online* Aberto e Massivo) que envolvem uma quantidade significativa de atores (professores, tutores, estudantes, por exemplo).

Figura 9 - A interface Tabulae permite combinar o trabalho individual e o trabalho coletivo

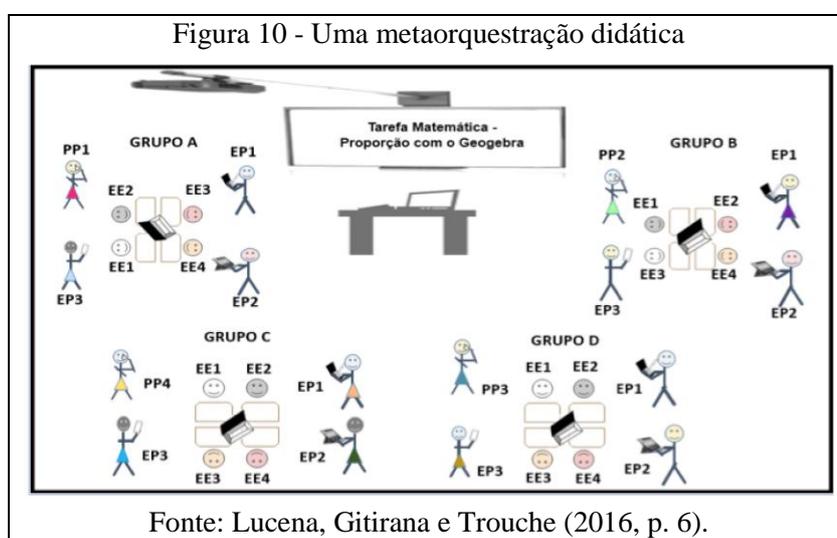


Fonte: (BELLEMAIN, 2014, p. 31).

Um ambiente informático é necessariamente um agente ativo das orquestrações.

Um terceiro questionamento tem relação com os instrumentos envolvidos nas orquestrações. Dois pontos de vista são possíveis. O primeiro ponto de vista, que fundou a criação do conceito, visa os diferentes instrumentos desenvolvidos por uma comunidade de aprendizes. Por exemplo, para o estudo de um problema relacionado às funções, a orquestração permite articular diferentes instrumentos que os estudantes desenvolvem para este estudo. O segundo ponto de vista é que também podemos projetar diferentes instrumentos a serem desenvolvidos por um mesmo estudante (por exemplo, um instrumento de estudo de funções e um instrumento de estudo de equações). O papel da orquestração é, então, ajudar o estudante a desenvolver seu próprio sistema de instrumentos. Trouche e Drijvers (2014) defendem a ideia de que os dois pontos de vista são complementares: utilizando diferentes instrumentos presentes na sala de aula, poderemos ajudar cada estudante a articular melhor os diferentes instrumentos que ele mesmo desenvolveu, e vice-versa.

Um quarto questionamento concerne à formação dos professores. Como pensar uma formação que permita aos professores conhecer suas próprias orquestrações instrumentais? Quais dispositivos conceber nesta perspectiva? Lucena, Gitirana e Trouche, (2016) (Figura 10) propõem o conceito de metaorquestração para descrever os dispositivos de formação que visa ensinar o conceito de orquestração.



Como podemos ver, o desenvolvimento do conceito de orquestração abre caminho para muitas linhas de investigação. Também faz parte de uma dinâmica: dos recursos dos estudantes aos recursos dos professores, incluindo os artefatos, exercícios, problemas, lições e orquestrações. Esta dinâmica exige uma visão unificada de todas as "coisas" que nutrem o trabalho do professor e evoluem ao longo da sua atividade. Este é o assunto da próxima seção.

A ABORDAGEM DOCUMENTAL DO DIDÁTICO

Apresentamos nesta seção a gênese desta abordagem, os seus principais conceitos, um exemplo para ilustrar os desenvolvimentos em curso.

A abordagem documental do didático, gênese.

A abordagem instrumental interessa, essencialmente, pela utilização de uma variedade de artefatos pelos alunos. Considerar os professores levou a introduzir o conceito de orquestração instrumental, e a distinguir uma variedade de *recursos* que fazem parte da preparação de seu ensino. A palavra "recursos" surgiu no início dos anos 2000, por razões convergentes:

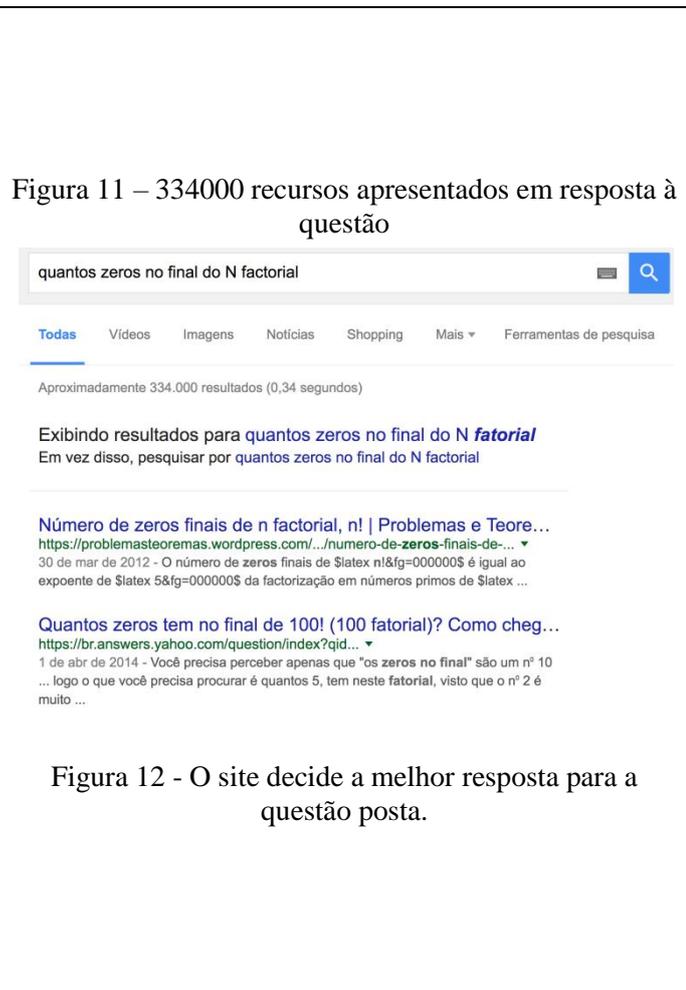
- a primeira razão é de ordem tecnológica, ela está ligada ao surgimento da Internet. Como distinguir, na Internet, o que é um *software*? Um problema matemático a resolver? Um cenário de implementação em sala de aula? A palavra recurso se impõe para designar uma entidade que integra objetos matemáticos, as formas de manipulá-los e as propostas de exploração didática;
- a segunda razão, que está relacionada com a primeira, está ligada aos usos que se desenvolvem nas comunidades de pesquisa sobre o ensino de matemática. Em um artigo síntese realizado pelo terceiro *Handbook* Internacional sobre Educação Matemática, Trouche *et al.* (2013) destacam o uso extensivo da noção de recursos que não está presente no segundo *Handbook* de 10 anos atrás;
- a terceira razão está relacionada aos trabalhos de pesquisa que conceituam a mesma noção de recurso. Os trabalhos de Adler (2000) propõem uma ampla noção de recursos como tudo o que reabastece a atividade do professor aparece particularmente produtivo e são amplamente reconhecidos internacionalmente.

Diferentes trabalhos tentam precisar esta noção ampla. Na França, o programa nacional de pesquisa ReVEA (*anr-revea.fr*) propõe distinguir diferentes *níveis* de recurso: os recursos "conteúdo" (livros escolares, banco de exercícios, etc.); os metarecursos facilitando o acesso ao primeiro nível de recursos (catálogos, índices, sites de busca, etc.); finalmente os recursos para trabalhar com o conteúdo (editores de texto, *software* de geometria, de simulação, etc.). Não é fácil, para o usuário, em qualquer caso, distinguir esses diferentes níveis de recurso. Voltemos ao exemplo da pesquisa sobre o número de zeros ao final do fatorial de N (p. 106).

A pergunta foi feita em um site de busca (Figura 11). O site aparece descomplicado para o usuário, que nem sempre imagina que ele faz escolhas cuja razão permanece escondida. Ele oferece um número grande de "recursos" em uma determinada ordem. Na maioria das vezes, o usuário vai explorar as primeiras respostas apresentadas. O site está configurado aqui em Português, as primeiras respostas que aparecem são expressas nessa língua. A função de catálogo aparece aqui claramente.

O primeiro recurso é tanto do primeiro nível (o conteúdo), do segundo nível (catálogo) e do terceiro nível (manipulação do conteúdo).

De fato, ele oferece um conjunto de respostas (Figura 12), apresentando as formas da resolução do problema, e também decide, por razões que permanecem obscuras, aquela que é qualificada de "melhor resposta", formando uma forte *affordance* para a escolha do usuário. Ela orienta a resolução do problema e como integrar outros recursos (por exemplo, uma calculadora para calcular os valores de $n!$), ou seja, a orquestração dessa situação



em sala de aula.

Estamos longe, portanto, de um único artefato ou um conjunto limitado de artefatos que poderiam apoiar a atividade do professor.

Respostas

 **Melhor resposta:** Tem 24 zeros no final.

Você precisa perceber apenas que "os zeros no final" são um n° 10 multiplicando, e cada $10 = 5 \cdot 2$, logo o que você precisa procurar é quantos 5, tem neste fatorial, visto que o n° 2 é muito abundante neste número.

Assim,(tabuada do 5):

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95 e 100.
<--São 20 números que tem "5"

Mas dentre estes, há 4 números que possuem o "5" duas vezes, são eles:
 $25=5^2$ ou 5×5
 $50=2 \cdot 5^2$
 $75=3 \cdot 5^2$
 $100=4 \cdot 5^2$
Portanto eles precisam ser contados em dobro também.

Assim temos, $20+4=24$

É a compreensão da variedade de recursos disponíveis para a ação do professor, e sua influência que levou Gueudet e Trouche (2008, 2016) a propor *uma abordagem documental do didático* que apresentamos na seção seguinte.

A abordagem documental do didático, principais conceitos e quadro geral.

Esta abordagem repousa sobre uma compreensão do trabalho do professor fundamentada na noção de recursos, mais ampla do que aquela de artefato; na noção de documento, mais ampla do que aquela de instrumento; sobre as noções de gênese documental (onde encontramos os conceitos de instrumentação e de instrumentalização); sobre a noção de sistema de recursos.

A abordagem documental do didático considera o trabalho do professor em sua especificidade e sua continuidade, como o trabalho com/para os recursos, que são objeto de ensino. Gueudet e Trouche (2008, 2016) propõem, seguindo Adler (2000), uma visão ampla da noção de recursos, mas restringindo-a à:

- o que é *exterior* ao professor: os conhecimentos do professor não são considerados aqui como recursos, mas como o que orienta o trabalho com os recursos sendo constantemente renovado por esse trabalho;
- o que é *material*: os seres humanos – por exemplo, os colegas do professor - não são considerados como recursos. Por outro lado, os conselhos, mensagens, propostas dos colegas, como entidades materiais ou materializáveis são considerados como recursos.

Como a abordagem instrumental que distingue o que está *disponível* para a atividade (os artefatos) e que é *desenvolvido* pelos sujeitos (os instrumentos), a abordagem documental distingue o que está disponível para a atividade dos professores, os recursos, e o que eles desenvolvem para apoiar a sua atividade de ensino: os documentos. A noção de documento é retirada do campo da arquitetura da informação⁸, um campo emergente com o desenvolvimento da Internet. Um coletivo pluridisciplinar (PÉDAUQUE, 2003), à origem desse campo na França, é constituído para pensar as reformulações do digital. Ele propôs várias equações para definir um documento, a seguir o consideramos como *forma* (documento = estrutura + dados), como um *senal* (documento = texto informado + conhecimento) ou como *meio* (documento digital = texto + procedimento). Estendendo, do ponto de vista didático, esta

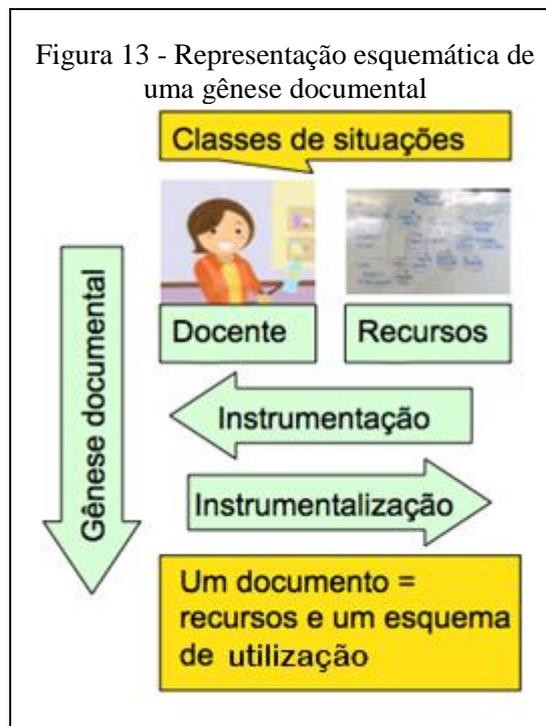
⁸Arquitetura de informação: https://pt.wikipedia.org/wiki/Arquitetura_de_informa%C3%A7%C3%A3o

reflexão, propusemos (GUEUDET; TROUCHE, 2008; 2016) uma definição do documento como *suporte da ação didática do professor*: documento = recursos + esquema de utilização.

Nós encontramos (Figura 13) os elementos do modelo da abordagem instrumental (Figura 4), em particular os processos de instrumentação e os processos de instrumentalização em ação, tudo ao longo de uma gênese, que chamamos aqui gênese documental. A ação do professor faz parte das instituições (por exemplo, o ensino de matemática na escola, um estabelecimento escolar, uma associação de professores, etc.).

O modelo, baseado na abordagem instrumental, foi enriquecido: trata de uma visão holística sobre a ação do professor. Nós não consideramos apenas alguns artefatos, mas o conjunto de recursos disponíveis para a preparação da aula do professor. Alguns recursos já foram apropriados pelo professor, eles "já estão lá", eles constituem o que chamamos de sistema de recursos, outros recursos são sem cessar integrados ou reformulados. Portanto, o sistema de recursos de um professor é uma entidade viva, estruturada em relação a sua atividade (de acordo com os níveis de ensino, tipos de atividade, etc.).

Figura 13 - Representação esquemática de uma gênese documental



A gênese documental faz referência a uma classe de situações (por exemplo: introduzir a área de um círculo) (p. 119). Ela não trata da preparação de *uma única* aula que será implementada *uma vez*, mas de um *ciclo de preparação/implementação* de uma aula sobre um dado tema que deverá se repetir em contextos diferentes (em várias classes do mesmo ano, em seguida, reproduzida no ano seguinte, etc.). Portanto, as gêneses documentais são processos contínuos.

Os processos de instrumentação podem ser muito fortes – vimos (p. 115) *affordances* de certos recursos que contribuem para estruturar previamente a atividade do professor. Os processos de instrumentalização são fortes também (mas que para os artefatos: nem sempre é fácil ver como um usuário adapta os artefatos que ele se apropria). Aqui, a variedade de recursos que o professor se apropria conduz a uma grande variedade de adaptações. Os recursos que constituem um documento são geralmente bastante diferentes dos recursos originais: eles foram trabalhados, modificados, recombinaos para se adaptar à ação do professor.

O esquema (p. 107) é a organização invariante da atividade do professor para implementar uma situação. Esta atividade é apoiada pelos recursos reformulados. O termo "utilização" no "esquema de utilização" deve ser entendido em sentido amplo. Trata-se de toda a ação didática do professor, desde a seleção dos recursos até sua adaptação, sua estruturação, sua implementação na sala de aula, sua revisão *a posteriori*, etc. Os invariantes operacionais que são a base dos esquemas orientam essa utilização dos recursos. Eles são relativamente resistentes (eles se formaram ao longo de vários ciclos de uso). Eles também têm alguma plasticidade, e podem evoluir no confronto com as novas circunstâncias de ensino (novos recursos disponíveis, desempenho didático na sala de aula, etc.).

A abordagem documental analisa o trabalho dos professores por meio das gêneses documentais. As diferentes gêneses documentais são a trama do trabalho documental dos

professores. Este trabalho documental é um motor da evolução dos sistemas de recursos dos professores e um motor do seu desenvolvimento profissional, via evolução dos seus esquemas.

Um estudo de caso

É difícil descrever em poucas palavras uma gênese documental que se realiza em um conjunto de ciclos de preparação/implementação de uma aula. Veremos (p. 115), os problemas metodológicos postos pela coleta de dados e sua análise. Nós descreveremos aqui um momento de uma gênese documental com o objetivo de ilustrar os conceitos que nós temos apresentado.

É o caso de uma professora, Maria, que tem por objetivo introduzir e provar a fórmula que dá a área de um disco, $A = \pi \times R^2$, para alunos de uma classe de 4º ano na França (alunos de 13 anos).

Entre todos os recursos disponíveis, de diferentes tipos (livros didáticos escolares, sites, internet, etc.), ela selecionou sequencialmente dois recursos principais para esta aula: uma animação que ela encontrou em site pessoal de um professor⁹; e um quadro branco interativo.

A animação (Figura 14) permite acompanhar o filme da decomposição do disco em triângulos (se confundido os pequenos arcos do ciclo em segmentos). Um valor aproximado para a área do disco é a soma da área dos triângulos, ou seja, $A = \pi \times R^2$

O quadro branco interativo (Figura 15) permite manter a memória das interações entre a professora e os alunos.

A professora construiu uma orquestração baseada em duas configurações:

- Primeira configuração: os alunos trabalham em pares. A animação passa no quadro branco interativo. Os alunos devem interpretar a transformação dinâmica do disco em triângulos, e deduzir a área do disco a partir da área dos triângulos;
- Segunda configuração: o professor coordena uma discussão com todos os alunos para comparar os resultados que eles propuseram.

Figura 14 - Algumas imagens da animação que ilustram o cálculo aproximado da área de um disco

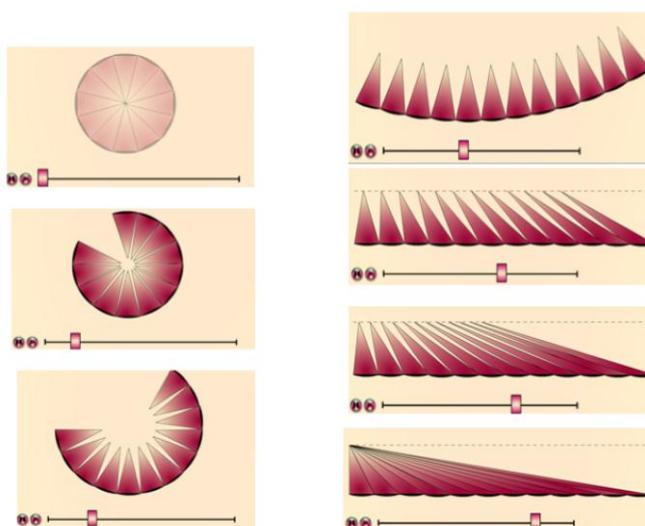
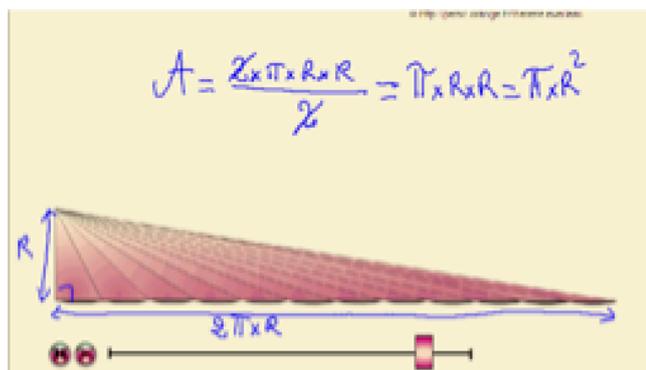


Figura 15 - O quadro branco interativo permite sobrepor o texto escrito sobre as imagens da animação



⁹ http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/hist_mat/textes/mirliton.htm#zero

A discussão é apoiada por respostas escritas no quadro branco interativo, em superposição com as imagens da animação (Figura 15).

A professora desenvolveu ainda um documento para ensinar a área do disco. Este desenvolvimento combinou um processo de instrumentação (antes da descoberta do site propondo o corte dinâmico do disco, a professora organizava sua aula de outra forma) e um processo de instrumentalização, combinando o quadro branco interativo e a animação para organizar a discussão na classe. Este documento foi composto, essencialmente, por dois recursos combinados, e um esquema de utilização. Podemos inferir, no esquema de utilização desses recursos, os invariantes operatórios de diferentes naturezas:

- de natureza matemática: "justifica-se uma fórmula de área a partir do corte e colagem de superfícies de áreas conhecidas", "pode-se passar de valores aproximados a um valor exato se apoiando na intuição dos alunos".
- de natureza didática: "as conjecturas dos alunos são facilitadas pela visão repetida de uma animação matemática".

Podem-se inferir outros invariantes operatórios, mas, para aprofundar esta análise é necessário: acompanhar *a preparação* desta aula pelo professor; acompanhar a implementação desta aula em diferentes contextos; estudar o lugar do recurso no sistema de recursos do professor (um recurso isolado ou, ao contrário, um recurso desenvolvido em sinergia com outros recursos, utilizando o mesmo site, e o quadro branco interativo da mesma maneira, etc.).

Vê-se bem que a análise do trabalho documental do professor levanta um conjunto de questões metodológicas, as quais iremos abordar na seção seguinte.

A abordagem documental do didático, questões e perspectivas

Primeiro enfatizamos nesta seção a atualidade das questões postas pela abordagem documental do didático, em seguida, apresentamos os princípios metodológicos da investigação reflexiva, finalmente, propõem-se um novo suporte para a implementação desta metodologia: os web documentos.

O trabalho documental dos professores na era da Internet toma novas formas que nós já enfatizamos, relacionadas ao número e à diversidade dos recursos disponíveis. O potencial das novas formas de comunicação (mensagens instantâneas, plataforma) também apoia o desenvolvimento de novas formas de *trabalho coletivo* dos professores (PEPIN, GUEUDET & TROUCHE, 2013). Os livros didáticos combinam agora os formatos papel e digital (PEPIN *et al.*, 2015) e novas formas de concepção colaborativa destes livros didáticos são criados (ROCHA & TROUCHE, 2016). Essas evoluções colocam questões de ordem institucional: como orientar os professores na escolha de seus recursos? Este é o objetivo do programa brasileiro PNLD do Ministério da Educação (BELLEMAIN *et al.*, 2016).

Essas evoluções naturalmente também colocam perguntas aos pesquisadores. Este é o “coração” de um programa de pesquisa nacional na França, de 2013 a 2018, ReVEA (Recursos vivos para o ensino e aprendizagem¹⁰): como modelar a própria noção de recurso? Como analisar as metamorfoses do trabalho documental dos professores? Há, portanto, fortes incentivos para desenvolver metodologias eficazes para a análise das formas individuais e coletivas de trabalho documental dos professores.

¹⁰ www.anr-revea.fr

Analisar o trabalho envolve: identificação de recursos que o professor trabalha e integra em seu sistema de recursos; buscar a estrutura do sistema de recursos; inferir os esquemas de utilização dos recursos para determinadas classes de situações dadas. O trabalho documental acontece em uma variedade de lugares (na casa do professor, em sala de aula, com seus colegas, no carro que o leva para a escola, etc.), é impossível para um pesquisador assegurar uma coleta de dados em todos os lugares e momentos onde seria relevante. Esta necessidade de coleta de dados e essas restrições foi o que levou à concepção da metodologia de investigação reflexiva (GUEUDET & TROUCHE, 2010), que mobiliza o olhar do professor sobre o seu próprio trabalho documental. Não trata, é claro, de substituir o trabalho de coleta de dados, que é da responsabilidade do pesquisador, por um trabalho de coleta de dados realizado pelo próprio professor. Mas para o pesquisador se trata de recuperar, graças à colaboração do professor, os elementos de continuidade de seu trabalho documental em uma diversidade de lugares e momentos. Uma hipótese forte é que essa solicitação do professor sobre seu próprio trabalho documental irá estimular sua reflexão e lhe permitirá entender melhor a si mesmo, a estrutura dos seus próprios recursos.

Note que os protagonistas da investigação reflexiva não são apenas O pesquisador e O professor: a investigação reflexiva pode se apoiar também na interação entre professores e entre pesquisadores: os dispositivos de entrevistas realizadas em Recife (dois pesquisadores questionando dois professores que trabalham juntos regularmente) tiveram também o interesse dessa perspectiva coletiva: os professores complementam mutuamente a descrição seus sistemas de recursos, por causa de um bom conhecimento mútuo (Figura 16).

Figura 16 - Duas pesquisadoras questionando dois professores. Um dos dois professores completa a descrição de seu colega sobre os recursos que ele utiliza.



Esta metodologia oferece várias ferramentas, em particular: as *cartografias reflexivas*, pelo professor, do *seu* sistema de recursos; ou ainda um *diário de bordo*, onde o professor anota, em um determinado período (por exemplo, o tempo da preparação e implementação de uma aula) o momento e o local onde seu trabalho documental acontece, os atores envolvidos, os objetivos deste trabalho, os recursos utilizados e os recursos produzidos. Isto naturalmente supõe, para o pesquisador, de combinar com o professor um contrato metodológico preciso onde os respectivos compromissos do pesquisador e do professor são bem estabelecidos.

O acompanhamento do trabalho documental do, ou dos, professor(es) pode ser feito em duas escalas de tempo:

- tempo curto (entre uma e três semanas), onde o professor prepara e executa uma aula. O pesquisador pode concentrar a coleta de dados (apoiado, por exemplo, em vídeos) e sua análise sobre momentos-chave, por exemplo: a preparação da aula; sua implementação, eventualmente em diferentes contextos; a análise crítica dos efeitos de aula - por exemplo, refletindo sobre um teste dos alunos, ou ainda sobre a aula em questão -; Finalmente, as situações de auto-confrontação, nas quais o professor é confrontado com os vídeos de sua preparação de aulas ou implementação. O diário de bordo do professor, se foi bem

elaborado, em seguida, permite ter informações úteis sobre o trabalho documental que ocorre entre estes diferentes momentos;

- tempo longo da carreira de um professor, que permite localizar as principais alterações do seu sistema de recursos e de seus esquemas. Este é um aspecto das pesquisas que ainda é pouco explorado. Duas perspectivas essenciais foram identificadas: fazer cortes temporais no sistema de recursos (qual era o sistema de recursos do professor no início de sua carreira? 10 anos após? 20 anos após?). Onde seguir as evoluções contínuas ao longo do tempo de um recurso (identificar um recurso crítico do professor hoje, e estudar sua genealogia: de onde ela vem?) ou as evoluções do trabalho documental do professor durante um longo período (sua trajetória documental, ver Rocha (2016)). Conduzir essas investigações supõe se apoiar na *memória didática* do professor, pelos métodos em construção.

A dificuldade, para o pesquisador, seja para curtos períodos ou para longos períodos, é de reunir e estruturar os dados coletados. Este é o objetivo da *valise* documental (PEPIN, GUEUDET & TROUCHE, 2015; TROUCHE, 2015) para permitir tal estruturação. A metáfora da *valise* é usada para descrever o armazenamento de dados coletados pelo pesquisador sobre o trabalho documental do professor. Trata, na verdade, da designação dos recursos de uma viagem em dois níveis: recursos recolhidos pelo pesquisador durante a sua exploração do trabalho documental de um professor; os recursos recolhidos por um professor para preparar e realizar a exploração de uma noção na qual ele quer levar a seus alunos. Um primeiro exemplo de *valise* documental está proposto no site EducMath¹¹.

O desejo de reunir o máximo de dados possíveis (vídeos do trabalho do professor, recursos utilizados pelo professor, recursos produzidos pela investigação reflexiva) levou à concepção de *valises* documentais bastante pesadas se prestando dificilmente às análises, muito menos ao cruzamento das análises. A necessidade de disponibilizar, ao mesmo tempo, repertórios de dados mais completos possíveis e ferramentas de análise compartilháveis levou à concepção de instrumentos metodológicos complementares que podem apoiar as análises de dados heterogêneos: os *web documents*. Um *web document* (ou *webdoc* ou *documentário web*) é definido pela Wikipedia (<https://fr.wikipedia.org/wiki/Web-documentaire>) como algo “concebido para ser interativo - combinando texto, fotos, vídeos, sons e animações - e produzido para ser difundido na web [...] incorporando o ponto de vista de um autor”. Esta definição adequou-se bem ao projeto: desenvolver análises de trabalho documental do professor associando texto, fotos, vídeos, sons e animações e incorporando os pontos de vista do pesquisador¹². Mas porque, mesmo se conveniente, vamos especificar e adaptar esta definição para a implementação de engenharia para o desenvolvimento de um suporte para a produção de tais documentos, escolhemos a expressão *web documento* em vez de *webdocumento* para distinguir nossa definição de *web documento*, em elaboração, daquela citada acima.

Os primeiros exemplos foram desenvolvidos em Recife durante a Escola de Estudos Avançados de 2015 (LUCENA & ASSIS, 2015; ASSIS & LUCENA, 2015). Esses desenvolvimentos nos levaram a uma melhor delimitação do projeto: se se quisesse submeter as análises do trabalho documental do professor à crítica, era necessário que estas análises respondessem às questões específicas e que as respostas se apoiassem em um pequeno número de extratos de dados facilmente disponíveis (para os vídeos, por exemplo, não mais

¹¹ http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/recherche/approche_documentaire/documentation-valise

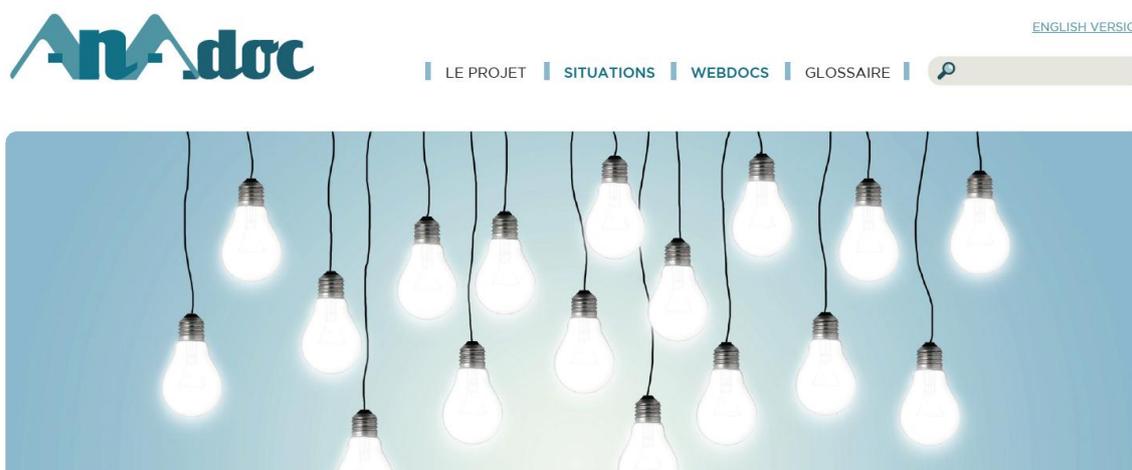
¹² A expressão *web documento*, no contexto da abordagem documental pode levar à confusão. Pode-se imaginar que um *web documento* é um documento, no sentido da abordagem documental (p. 117), divulgado na web. Isso não faz sentido: não vemos muito bem como poderia pôr os esquemas na web... A cada vez que falamos *web documento*, tratará do objeto que nós definimos aqui, a partir do sentido descrito na Wikipedia.

de 5 extratos de vídeo, não mais que 3 minutos, para cada extrato). Estas restrições tiveram seus efeitos positivos: elas conduziram à elaboração de questões mais específicas, para buscar os trechos mais significativos para fundamentar as respostas.

Este trabalho foi, em seguida, desenvolvido de forma independente, em Recife e em Lyon. Em Lyon, o projeto se concentrou no desenvolvimento de web documentos a serviço da pesquisa. No contexto do projeto ReVEA, a plataforma Ana.Doc¹³ foi criada, combinando os objetivos da *valise* documental e os objetivos dos web documentos. Esta plataforma é uma ferramenta a serviço da comunidade de pesquisa (a comunidade reunida na França no projeto ReVEA), e oferece 3 níveis (Figura 16):

- um nível de *situações* de trabalho documental. Uma situação é definida como um momento de interação de um professor, ou mais professores, com recursos (preparação de uma aula, aplicação, correção do trabalho dos alunos, etc.). Para cada situação, são descritos e armazenados os dados recolhidos (vídeos, recursos, etc.);
- um nível de web documentos que oferecem análises de uma ou mais situações, em resposta a uma questão específica (por exemplo: qual é o lugar dos livros didáticos no trabalho do professor?). A análise deve ser curta e precisa, baseada em um pequeno número de extratos dados. A plataforma fornece ferramentas para comentar a análise efetuada, ou propor novas análises;
- um nível de glossário que permite um trabalho conceitual sobre conceitos em jogo (por exemplo, quais são as diferentes situações do trabalho documental) na perspectiva de um vocabulário compartilhado dentro de uma comunidade de pesquisa.

Figura 17 - A homepage da plataforma Ana.Doc



Fonte: Plataforma Ana.Doc.

Esta plataforma é uma ferramenta para a compreensão do trabalho documental dos professores. Os web documentos foram desenvolvidos nesta perspectiva. Porém, os web documentos, como nós já tínhamos definido, podem ser desenvolvidos em outras perspectivas, a serviço dos professores ou ainda dos formadores. É nesta perspectiva que trabalhou a equipe de Recife, perspectiva que será desenvolvida na segunda parte desta conferência.

¹³ Ana.Doc para ANAlise do trabalho DOCumental de professores. A plataforma está em desenvolvimento; ela é acessível com uma senha e login, quando solicitados aos autores do artigo.

Este é o fim desta primeira parte da conferência. No primeiro momento, propusemos uma abordagem, a *abordagem instrumental do didático*, para analisar a apropriação pelos alunos, dos artefatos a serviço de suas aprendizagens matemáticas. No segundo momento, destacamos a necessidade de um conceito, a *orquestração instrumental*, para designar o trabalho de apoio dos professores às gêneses instrumentais dos seus alunos. No terceiro momento, propusemos uma abordagem mais ampla, a *abordagem documental do didático*, para analisar as interações de professores com uma grande variedade de recursos, na perspectiva de conceber a matéria do seu ensino. Esta análise necessita do desenvolvimento de novas metodologias: a *metodologia de investigação reflexiva* permite mobilizar os próprios professores para uma coleta de dados complementares ao que o pesquisador já reuniu. Trata-se então de desenvolver e compartilhar as ferramentas de análise de um corpus importante de dados heterogêneos. É o propósito dos web documentos a serviço da pesquisa.

A segunda parte da conferência, apresentada na seguinte seção, inicia de um ponto de vista informático, e integra um ponto de vista didático. Ela amplia o ponto de vista sobre os web documentos, adequando-os para serem ferramentas a serviço dos pesquisadores, formadores e professores.

SUPORTE INFORMÁTICO À DOCUMENTAÇÃO

A questão da concepção e do desenvolvimento de suportes computacionais à documentação, no entendimento que se dá anteriormente e dos que consideram a documentação como um processo ou um produto, vem como uma evidência. De fato, a documentação é:

- híbrida e integra também os elementos materiais e os elementos digitais;
- dinâmica e em duplo sentido. Este é antes de tudo um processo contínuo, sujeito a mudanças frequentes e fixado apenas no momento da entrega (documentos para o aluno, publicações, etc.). Em seguida, o documento é um produto vivo, oferecendo interações por artefatos (e *software*) que o constituem;
- coletiva, a documentação é mais frequentemente realizada pelo trabalho cooperativo de várias mãos (partilha entre o design e layout, por exemplo) ou de colaboração, síncrona ou assíncrona, na presença ou remotamente.

De um ponto de vista essencialmente *tecnocêntrico*, observamos que para essas tecnologias diversas, a informática já oferece suporte ao processo de documentação em suas características híbridas, dinâmicas e coletivas:

- por suas capacidades de armazenamento e de comunicação, ele permite a constituição e a partição do repertório de recursos;
- por sua capacidade de cálculo, ele permite a criação de novos registros de representação, em particular dinâmicos (geometria dinâmica), permitindo novas relações com o saber, disponibilizadas nesses artefatos (recursos) ricos, ativos e retroativos;
- por suas interfaces, ele oferece uma multiplicidade de possibilidades de construção e de exploração de objetos digitalizados. Nessas interfaces estão outros tantos artefatos, objetos da gênese instrumental de seu utilizador. É também uma possibilidade de termos, por exemplo, o princípio do WIKI permitindo a produção e a modificação (a várias mãos não síncronas) de documentos multimídias. Por suas interfaces, há também uma nova relação entre o projeto e o produto que se estabelece. Esse é o princípio do *CABRI (CAhier de BRouillon Informatisé Interactif)* que permite elaborar o produto final trabalhando diretamente no rascunho.

Articulando esses aportes tecnológicos, numerosos ambientes já oferecem funções e interfaces para elaboração de documentos digitais (*online* ou não) como, por exemplo: *ToolBook*¹⁴ que permite a fabricação de livros eletrônicos, os editores *WEB* de conteúdos, ou ainda *CMS*¹⁵ ou *LMS*¹⁶. Mesmo assim, apesar dessa riqueza de ferramentas, e mesmo considerando que muitas delas são desenvolvidas em uma perspectiva antropocêntrica, tendo em conta as necessidades dos utilizadores (profissionais de educação, estudantes), como o *Moodle* por exemplo, nós não conhecemos nenhum que se proponha a dar suporte à documentação segundo a perspectiva da orquestração instrumental e da abordagem documental.

Entretanto, nosso interesse pela concepção e pelo desenvolvimento de suportes informáticos no processo de documentação não tem por objetivo desenvolver um *LMS* tendo em conta os aportes teóricos e metodológicos da orquestração instrumental e da abordagem documental, mesmo estando convictos de que tal ambiente seria extremamente útil para pesquisa, como para o ensino. Em contrapartida, o desenvolvimento efetivo de artefatos, de módulos, ao menos sob a forma prototípica, faz parte da nossa abordagem científica, nem que seja como instrumento de validação. Na verdade, um dos objetivos da pesquisa do nosso grupo LEMATEC é de contribuir no campo científico da engenharia de *EIAH*¹⁷ (TCHOUNIKINE, 2011; BELLEMAIN *et al*, 2015). “A engenharia de *EIAH* é o campo de pesquisa cujo objeto consiste em elaborar conhecimentos relativos à concepção de *EIAH*” (TCHOUNIKINE, 2009, p.14). No caso específico de suporte à documentação, nós nos interessamos mais particularmente pela elaboração de uma engenharia de *EIAH* que integre e articule, em uma perspectiva transdisciplinar, os princípios teóricos e metodológicos da orquestração instrumental e da abordagem documental com os de engenharia de *software*. Neste contexto, a criação de protótipos é parte integrante do processo de engenharia como meio de validação da metodologia (engenharia) e como meio de validação da análise *a priori* que fundamenta sua concepção.

Outra motivação para a escolha de uma prototipagem efetiva baseada numa interpretação informática orientada por noções didáticas leva, pelas necessidades de solidificação, a uma melhor compreensão dos conceitos relevantes, mas muitas vezes também a uma evolução, ao desenvolvimento de uma dimensão “operatória” dessas noções no sentido delineado por Balacheff (1994), quando propôs a didática computacional.

Neste texto, propomo-nos, então, a abordar a concepção e o desenvolvimento de suportes informáticos à documentação, considerando como ponto de partida nossa interpretação informática de orquestração instrumental e de abordagem documental. Nesse contexto, dois conceitos nos parecem ser essenciais: *web documento* e *recurso*. Sobre esses conceitos apresentamos nossa compreensão e interpretação no contexto informático.

A razão que provavelmente mais justifique essa escolha de pesquisa e desenvolvimento, incorporando implementações efetivas, está na história de pesquisa da equipe LEMATEC. É a partir dessa história que nós iremos começar nossa interpretação informática de orquestração instrumental e de abordagem documental.

Instrumentar a documentação, crônica de um reencontro anunciado

14 <http://tb.sumtotalsystems.com/>

15 CMS: Content Management System

16 LMS: Learning Management System

17 Ambiente Informatizado de Aprendizagem Humana

Não se trata aqui, de recontar a história de nossa atividade de *P&D*, mas simplesmente de citar algumas realizações que marcam essa história e constituem, para nós, as paredes (e os alicerces) da construção de suportes à documentação tal como a vemos. É necessário precisar também que as interações e articulações entre os trabalhos conduzidos por Luc e os trabalhos conduzidos pelos membros da equipe de Recife existem de longa data e bem antes da parceria ser construída (ver, por exemplo, Trouche (2010)).

Em vez de apresentar estes elementos em ordem cronológica, apresentaremos as questões relevantes para a orquestração instrumental e abordagem documental de um ponto de vista informático. Nós não entraremos nos detalhes das realizações, referindo-se ao leitor publicações que lhes dizem respeito.

- *Construção de artefato (micromundo, simulação, etc.)*

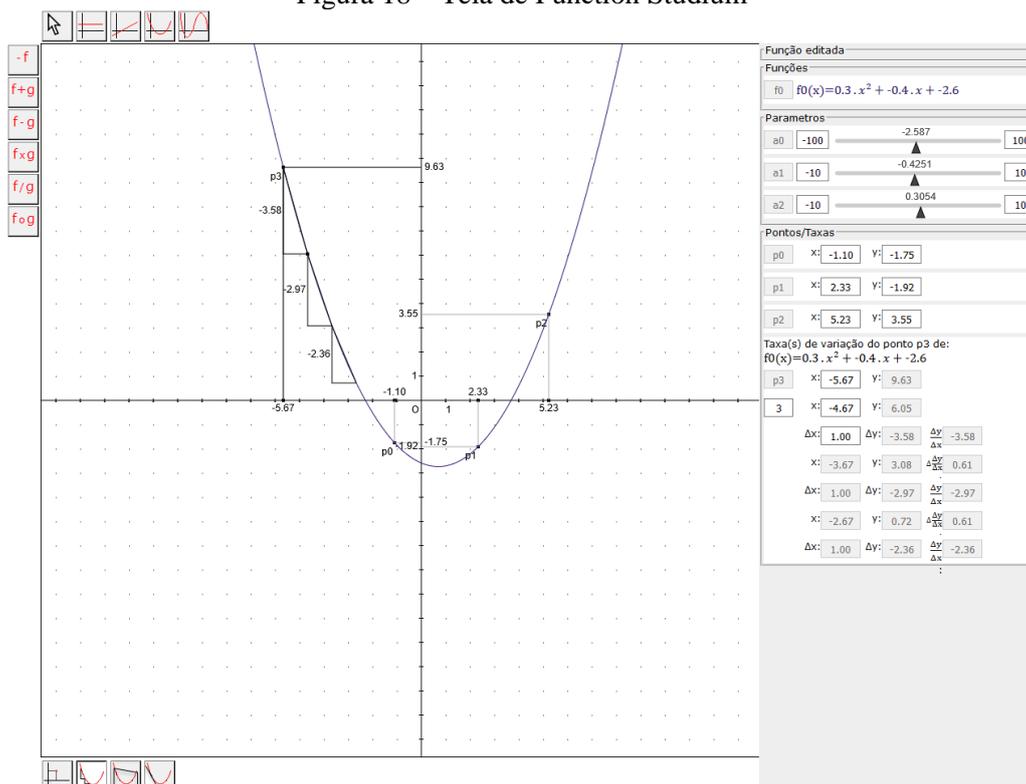
O objetivo aqui é essencialmente de criar algumas interfaces para a atividade matemática de modo que ela possa ser realizada em ambientes informatizados. É neste quadro que se inscrevem nossos trabalhos sobre os micromundos *Cabri-géomètre* e *Function Studium*¹⁸ (TIBÚRCIO, 2016; SILVA, 2016), a simulação *Formas*¹⁹ (SIQUEIRA, 2009) e *Conic Studium* e o jogo do *Bingo dos Racionais*²⁰ (MELO *et al.*, 2011; RAMOS, 2015, versão digital em desenvolvimento). Mais que possibilitar a atividade matemática em ambiente informatizado, sua contribuição está nos princípios de manipulação direta e do engajamento direto para a construção de interfaces que enriqueçam essa atividade especialmente pela criação de registros de representação dinâmica de objetos matemáticos.

¹⁸ *Function Studium* é um micromundo desenvolvido para o estudo de funções numéricas. Ele permite articular de forma dinâmica e através da manipulação direta de elementos característicos (pontos da curva, coeficientes da equação, valor numérico, etc.), as representações: gráfica (grafo), algébricas, em tabela de correspondência, de funções. Algumas ferramentas permitem também determinar alguns elementos característicos das funções como a taxa de variação e sua evolução (instantânea ou sobre um intervalo).

¹⁹ *Formas* é uma simulação que permite articular de forma dinâmica e com a manipulação direta do grafo e dos coeficientes das equações, o grafo da parábola com sua equação nas formas desenvolvidas, canônica e fatorizada.

²⁰ Le Bingo dos racionais é um bingo para qual os números utilizados são números racionais, representados nas cartelas por diversos registros de representação: decimal, fracionário, gráfico, porcentagem, etc. A ideia do bingo dos racionais tem sua origem no projeto REDE que tinha por objetivo a criação e a formação de professores para a utilização de jogos matemáticos com sucatas.

Figura 18 – Tela de Function Studium

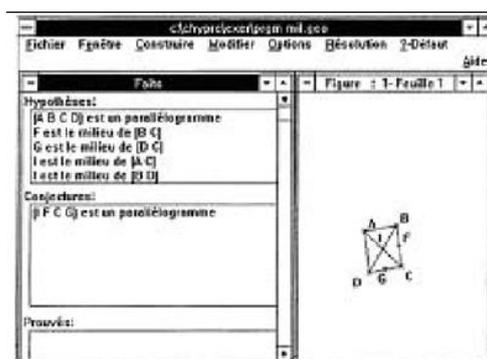


Fonte: Function Studium.

- Articulação entre artefatos.

Figura 20 – Compartilhamento da tela entre a figura e a demonstração no Cabri-euclide

Figura 19 – Calculadora TI-92



O objetivo é possibilitar que os artefatos (micromundo ou simuladores) construídos se comuniquem entre si. A ideia é de permitir a manipulação de dados de diferentes interfaces, como, por exemplo, possibilitar o estudo de uma mesma figura geométrica do ponto de vista da geometria gráfica com um artefato de geometria dinâmica, ou do ponto de vista da dependência entre os objetos com um artefato de tratamento de gráficos, ou ainda do ponto de vista algébrico para o tratamento de equações com um CAS²¹. Esta comunicação pode ser

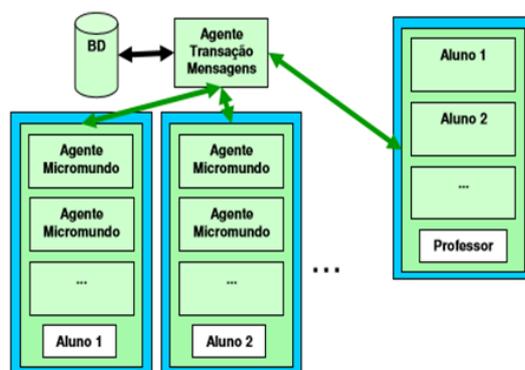
²¹ Computer Algebra System.

feita pelo intercâmbio *ad hoc* de dados digitais entre aplicações como no caso da TI-92²² (Figura 20), ou de discussão de informação com elementos semânticos das estruturas de comunicação de alto nível (*Appel Events*, por exemplo), no caso do *Cabri-euclide* (Figura 19) (LUENGO, 1998).

- Suporte à orquestração

Sem necessariamente nos fundamentar sob aportes teóricos e metodológicos da orquestração instrumental, nós temos explorado alguns caminhos para dar suporte ao professor quanto à construção, à aplicação e à gestão de situações “em complexos ambientes tecnológicos que oferecem uma multiplicidade de ferramentas (...)” (TROUCHE, 2003). Esse suporte assumiu a forma de implementação de funções no *Cabri-géomètre*, tais como a possibilidade de escolher e organizar as ferramentas de geometria disponíveis, ou de poder criar um arquivo “situação”, incorporando um menu de escolhas, de macro construção e figura. Ele assumiu a forma de uma estrutura técnica complexa (para a época) permitindo o compartilhamento do espaço de trabalho e a preceptoria à distância, no caso do *TeleCabri* (BALACHEFF, 1996), ou de uma arquitetura igualmente sofisticada em *Baghera* (WEBBER *et al.*, 2001). Finalmente, esse suporte assumiu a forma de disponibilização de uma biblioteca de módulos (recursos) e de escolha de arquiteturas de articulação desses módulos (configurações didáticas) para a construção, a aplicação e a gestão de situações, no caso do ambiente *Ciência-online* (Figura 21) (BELLEMAIN, 2013).

Figura 21 – Esquema dos fluxos de informação numa modalidade Colaboração de Ciência-online



Fonte: (BELLEMAIN, 2006, p.21).

- Suporte à aprendizagem colaborativa

Nesse contexto, várias pistas foram exploradas. Uma primeira interessa pela questão técnica da elaboração de um ambiente de tipo micromundo para a exploração e a resolução de problema síncrona, a várias mãos distantes, em álgebra linear (micromundo Vetores²³) (PEREIRA, 2010). Uma segunda pista investigou a integração em um mesmo ambiente de

²² A TI-92 integra várias aplicações: traceur, planilha, CAS, geometria dinâmica, etc. e dados numéricos podem ser compartilhados entre aplicações. É, por exemplo, possível alimentar uma planilha com medidas efetuadas na aplicação de geometria dinâmica.

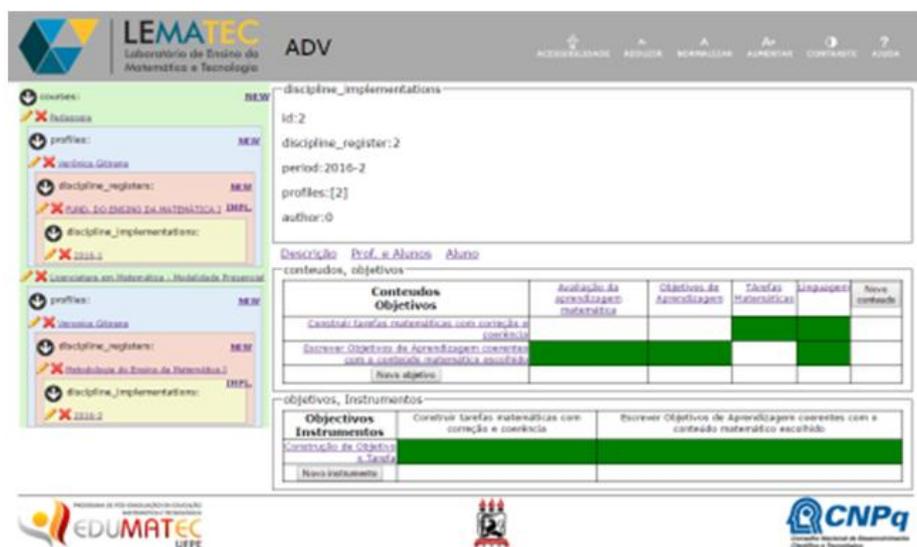
²³ O micromundo *Vetores* permite a representação e a manipulação de vetores geométricos planos por vários utilizadores e de forma síncrona e a distância.

recursos, permitindo tanto atividades síncronas (edição de textos a várias mãos, bate-papo) como assíncronas (fórum, postagem). Uma terceira pista interessa pela concepção coletiva e a distância do guia digital do PNLD. No mesmo tempo que as questões coletivas, a elaboração da plataforma para a produção do guia do PNLD abordou questões relativas à concepção de um sistema de editoração digital.

- Avaliação qualitativa e formativa: ADV

Na perspectiva de suporte à prática da avaliação da aprendizagem, buscou-se desenvolver um ambiente multiusuário ADV²⁴ (Figura 22) (GITIRANA, 2007), que dê suporte a um trabalho longitudinal e compartilhado de desenvolvimento de um processo qualitativo e formativo na prática avaliativa. Um ambiente que sirva como recurso para o docente sistematizar suas observações e dados sobre a aprendizagem do aluno, em interação com o planejamento realizado, permitindo-lhe identificar as necessidades de melhoria da sua prática e fornecer feedback ao aluno para que identifique suas próprias fragilidades.

Figura 22 – Tela do ambiente ADV



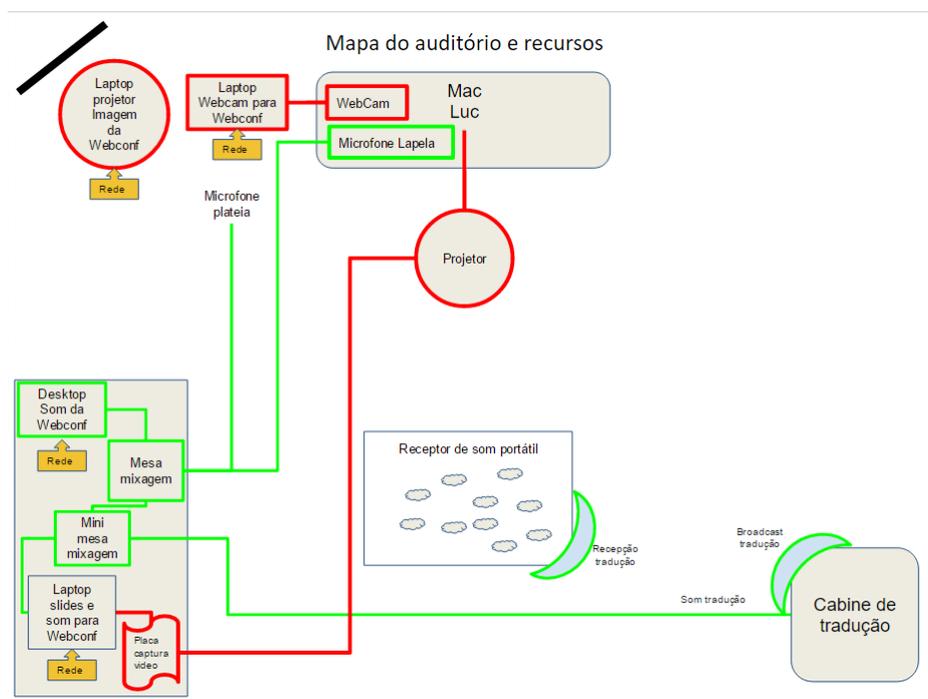
Fonte: LEMATEC ADV.

- Perspectiva: sistema de autoria para a documentação

As diferentes ações de pesquisa e desenvolvimento, descritos acima, permitem-nos abordar de um ponto de vista teórico, metodológico e tecnológico, muitas questões relativas à elaboração, à aplicação, à gestão e à avaliação de situações de ensino e aprendizagem, presenciais ou a distância, integrando artefatos interativos de manipulação de objetos matemáticos. As tecnologias desenvolvidas em respostas a essas questões constituem, sob a ótica da abordagem documental, os recursos para o professor. Convém ainda colocar a questão de saber como o computador dá suporte à gênese documental que permite a produção de documentos do professor (recursos + esquemas de utilização) integrando tais tecnologias.

²⁴ Nessa primeira versão do ADV, o professor deve descrever os conteúdos de aprendizagem, os objetivos de ensino associados e os instrumentos de avaliação associados aos objetivos de ensino. Isso permite, em formação, trabalhar a coerência desses elementos e suas associações. Isso permite também uma avaliação qualitativa no sentido que se obtém um relatório sobre a aprendizagem em termos de realização de objetivos para cada aluno.

Figura 23 - Esquema do dispositivo técnico, suporte à l'EAE



A Escola de Altos Estudos (EAE) “Dos artefatos aos instrumentos do trabalho matemático: a dualidade essencial instrumentação-instrumentalização” (TROUCHE, 2015) financiada pela CAPES e organizada pelo LEMATEC e pelo programa EDUMATEC, permitiu, graças às discussões intensas e frutíferas e também às escolhas de organização e de logística informática (webconferência, espaço *online* de discussão síncrona e assíncrona, oficinas, etc.) (Figura 23), aprofundar a questão do suporte tecnológico à orquestração instrumental e à documentação, e relacionar respostas teóricas e tecnológicas para elaborar mais claramente essas duas abordagens teóricas.

O contexto de *brainstorming* de l'EAE que exige uma articulação de conceitos teóricos, abordagens metodológicas (investigação reflexiva) e soluções tecnológicas tem favorecido a emergência do conceito de web documento como uma versão informática da documentação. O processo de engenharia pelo qual se busca produzir estruturas e algoritmos para representar o mundo digital dos web documentos. É, provavelmente, por isso que o conceito de web documento a que chegamos é diferente do proposto em Ana.Doc.

Na verdade, mais que qualquer sentido que se possa assumir de “web documento”, para a concepção de suportes à documentação, é essa concepção e a realização do, ou de, sistema(s) que possibilitem a produção que nos interessa. O processo de engenharia subjacente a essa concepção, nessa pesquisa de padrões (de formatos, de processos, etc.) para efeitos de modelagem por computador, para especificar um modelo de web documento genérico Ana.Doc seria uma instanciação. Finalmente, nosso primeiro passo para a interpretação informática da documentação nos leva a projetar um suporte geral à produção, à disponibilização e à reformulação dos web documentos, entre outros, para:

- o professor para elaboração de documentos didáticos incorporam os artefatos computacionais;
- o professor/pesquisador no processo de investigação reflexiva para a reformulação de documentos;
- o pesquisador para a produção de relatórios e de artigos de pesquisa.

Instrumentar a documentação: um esboço de web documento

Uma primeira caracterização de web documento consiste em assimilar a noção de documento digital. Nesse sentido, ela é descrita como sendo um documento em que se pode ler em uma tela a composição de diversos tipos de conteúdo (multimídia) (WIKIPÉDIA).

Depois da EAE, dois web documentos (ASSIS & LUCENA, 2015; LUCENA & ASSIS, 2015), apresentando uma análise de situações experimentais construídas durante a escola, foram desenvolvidos. Essas duas produções foram construídas em torno de uma mesma arquitetura.

- A tela foi dividida em duas partes:
 - Um cabeçalho com informações sobre o documento (título, autores) e elementos de navegação (língua do texto);
 - Uma parte central, verticalmente dividida em dois espaços, de um lado um hipertexto, do outro uma área para visualização de recursos (imagens, vídeos, páginas da *web*, referências bibliográficas, etc.).
 - A parte central é, por sua vez, subdividida horizontalmente em dois espaços:
 - Um primeiro, do lado esquerdo, hipertextual destinado ao texto linear e com hiperlinks (os quais aparecem sob a forma de texto, de ícone ou de imagens reduzidas – *thumbnail*). As imagens, vídeos e demais tipos de ilustrações são inseridas por meio de tais hiperlinks.
 - Um segundo, do lado direito, destinado à visualização dos recursos inseridos por meio dos hiperlinks. Esses links quando acessados pelo leitor, permitem a visualização dos recursos relacionados na área prevista com essa finalidade.

Figura 24 – Web documentos apresentando as análises



Como uma conquista tecnológica, ambos web documentos não representam um avanço significativo, interessa-nos essencialmente seu conteúdo e seu processo de produção. Com efeito, esses documentos foram especificados por um grupo de pesquisadores em educação matemática, incluindo seus autores. Estes web documentos são o resultado de um processo de instrumentalização do computador com o objetivo de auxiliar o processo de comunicação científica que destacou as primeiras necessidades de edição de mídia destes. Estas são necessidades básicas que provavelmente inspiraram, parcialmente, o design de sistema de Ana.Doc e têm inspirado reflexões apresentadas neste trabalho.

A partir desse primeiro projeto, com a finalidade de projetar suportes informáticos à documentação, tem-se como primeiro objetivo específico a concepção de um sistema de autoria de web documentos que:

- Permita a elaboração de documentos compostos de recursos (textos, imagens, vídeos, artefatos interativos como micromundo ou simulação, etc.);
- Ofereça suporte à edição, suporte metodológico (este é o caso, por exemplo, do Ana.Doc) e editorial (para separar a produção de conteúdos do layout);
- Ofereça suporte à escolha ou à construção da arquitetura do web documento em função de sua natureza, como por exemplo:
 - Relatório de pesquisa;
 - Artigo científico;
 - Documento para formação;
 - Documento didático.

Instrumentar a documentação: a web documentação

Indo além, nós temos que compreender o nosso web documento como um documento informático, portanto, mais que digital, ele é computacional. Podemos citar aqui, uma classificação clássica de documento digital:

- Estático: nesse caso, ele é definido com antecedência e está disponível em um servidor;
- Dinâmico: neste caso, ele é construído por encomenda. Esta construção pode incidir sobre o layout, o conteúdo é "estático", mas também pode direcionar conteúdo que neste caso seria calculado (dependendo dos dados armazenados em um banco de dados, por exemplo).

Tanto em um, como no outro caso, o web documento pode também ser "ativo", isto é, se comportar como um *software*, fornecendo o *feedback* para o leitor/usuário. Esta última característica não é necessariamente relevante, uma vez que, se ele ou os meios de comunicação, em qualquer web documento, estiver ativo, seus componentes multimídias são geralmente vistos como um *software*. No entanto, esse recurso é importante e pode levar à diferenciação dos elementos da interface de navegação dos elementos da interface de interação com representações de objetos matemáticos, porque é, em particular, por um documento da web ativo que se pode promover a atividade do aprendiz no ambiente computacional.

As características "dinâmicas" e "ativas" dão ao web documento uma dimensão computacional no sentido de que sua produção e comportamento podem ser o resultado de um cálculo. Por sua característica "dinâmica", o desenvolvimento de um web documento pode seguir o princípio da cadeia de publicação digital, em que se separa a produção de conteúdo de sua formatação. O conteúdo do web documento é produzido por um editor WYSIWYM (O que você vê é o que você quer dizer) e a sua formatação é calculado para o *layout* do documento com base em um esquema de escolha. A escolha de uma formatação pode ser feita pelo autor do documento a partir de formatações ou a partir de uma organização de recursos que compõem o documento. Pode também ser feita pelo próprio leitor do web documento. Note que no caso de um web documento e, especialmente, se ele incorpora recursos interativos, esta formatação não é apenas uma questão de estilo ou forma. É, também, o resultado da gênese documental e da seleção de esquemas de utilização de recursos. A respeito dessa questão, a informática pode dar suporte metodológico à gênese documental proponentes dos padrões de web documento (a arquitetura do guia digital do PNLD seria um exemplo de tal padrão) ou esquemas de utilização de recursos.

Para sua característica "ativa", o web documento se comporta como um *software*. Essa característica pode se manifestar de muitas maneiras:

- O web documento tem hiperlinks de navegação que permitem sua exploração. O guia digital do PNLD, por exemplo, permite leituras verticais ou horizontais das fichas descritivas das coleções didáticas.

- O web documento tem recursos "padrões", como vídeos, que são visualizados pelos usuários com comandos de manipulação ofertados pela interface.
- O web documento tem artefatos interativos que permitem a manipulação de objetos matemáticos por eles representados.

Já para a característica “ativo”, o web documento pode ser enriquecido durante a sua utilização, ou seja, ele também pode manter o controle da atividade que propõe aos seus leitores/utilizadores.

Da mesma forma que compreendemos nosso web documento como um documento computacional, em vez de documento digital, preferimos falar web documentação em vez de web documento. De fato, como documentação, a web documentação é mais um processo do que um produto e o web documento mais uma etapa neste processo, que inclusive alimenta, um produto final. O web documentação, especialmente quando se trata de produzir um documento para o aluno, permanece durante o seu uso pelo aluno.

Um suporte informático à web documentação deve contribuir com:

- a produção, modificação, correlação, etc.; eventualmente à muitas mãos, pode-se falar de “wiki documentação”;
- a levar informações sobre a utilização do web documento com a finalidade de avaliar as necessidades e uso. Este problema é particularmente importante no contexto da investigação reflexiva porque uma avaliação reflexiva e formativa é um suporte.
- a reformulação do web documento.

Assim como discutido anteriormente, neste texto, a noção de recurso e de esquemas de utilização são peças fundamentais no processo de documentação. Desta forma, pareceu-nos essencial elaborar uma representação desses dois conceitos em ambientes computacionais.

RECURSOS COMPUTACIONAIS

Adler (2000, p. 207) propõe associar recurso e esquema considerando um recurso como sendo, ao mesmo tempo, um objeto e uma ação. Ela define, assim, a noção de recurso por:

O senso comum de recurso na e para a educação é recurso como um objeto físico... É possível pensar sobre recurso como um verbo re-source, prover novamente com as fontes ou com outras diferentes. Essa troca é provocativa. O propósito é chamar atenção para recurso e seus usos, para questionar os significados obtidos... Eu uso recurso em ambos os sentidos, como nome e verbo, como objeto e ação que nós extraímos de nossas diversas práticas na medida em que eu volto o olhar para os recursos na formação de professores de matemática.

A associação recurso-esquema, tal como abordada acima, considera a escolha, a instrumentação e instrumentalização dos recursos pelo professor ou pelo pesquisador na gênese documental.

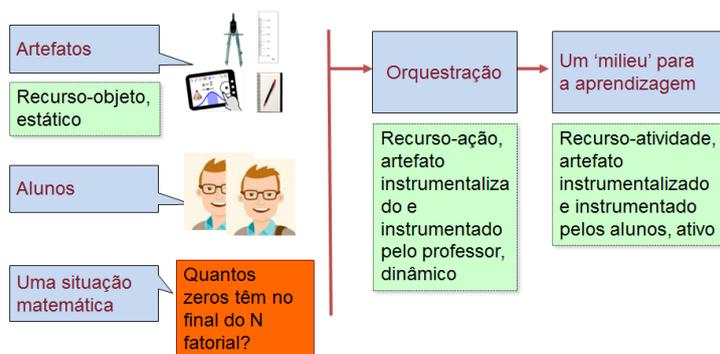
Conceber uma modelização informática da noção de recurso e de esquema de utilização

Nessa primeira abordagem, na perspectiva computacional, distinguimos para composição dos web documentos, dois níveis de combinação de recursos:

- a combinação no espaço e no tempo. Os esquemas de utilização tratam os recursos independentes, como no caso dos dois web documentos elaborados depois da EAE;
- a combinação semântica para que os esquemas de utilização incorporem os protocolos de intercâmbio de informação entre recursos. Podemos, por exemplo, articular artefatos que lidam com o mesmo conteúdo por meio de sistemas de representação diferentes. Uma situação no *Cabri-Euclide*, que articula precisamente dois micromundos, poderia ser construída como um web documento em que são implementados os esquemas que articulam um recurso *Cabri-géomètre* com um recurso TALC. Em vez de combinação, poderíamos falar em articulação de recursos.

Nessa perspectiva de implementar os web documentos produzidos pela combinação/recombinação/ articulação de recursos e esquemas de utilização, especialmente, quando se trata de materiais didáticos destinados aos estudantes e objetos de reformulação pós-uso, propomos, também, combinar aos recursos, os esquemas de utilização dos usuários finais (estudantes) do web documento. Não se trata apenas, nesse conceito, de definir quais devem ser os esquemas de utilização desenvolvidos pelos usuários, mas, em vez disso, de antecipar tais esquemas pela escolha de atividades provocando a utilização dos recursos pelos usuários. Podemos considerar aqui o exemplo de uma atividade com um software de geometria dinâmica que, dependendo se ela é de construção, de resolução de problema, de simulação, de caixa preta, de lugar geométrico mole, pode favorecer diferentes esquemas de utilização dos artefatos de construção/manipulação. Em continuidade ao recurso-objeto e recurso-ação, podemos falar de recurso-atividade. Propomos, então, trazer também a ideia de web documentos estático, dinâmico e ativo para integrar essas diversas dimensões da noção de recursos descritas acima no esquema de uma orquestração instrumental (Figura 6) da seguinte forma (Figura 25):

Figura 25 – Esquema de classificação dos recursos na situação dos zeros no N!



- a noção de recurso-objeto, estático. Os recursos-objetos podem ser armazenados em uma base de dados.
- a noção de recurso-ação, dinâmico. Os recursos-ação são incorporados em um web documento por meio da seleção de cada recurso e da determinação de esquemas de utilização, em que esses esquemas podem articular diversos recursos.
- a noção do recurso-atividade, ativo. Numa perspectiva de utilização do web documento e de recursos incorporados, é possível definir a natureza da atividade realizada e os traços que serão conservados. Podemos, por exemplo, decidir que determinado recurso será utilizado para uma atividade colaborativa síncrona.

Para a concepção de um ambiente que ofereça suporte à elaboração de web documentos, uma primeira etapa, portanto, consiste na criação de uma plataforma que permita

os autores do web documento compor um repertório de recursos. A organização desse repertório de recursos segue a natureza (do ponto de vista do usuário e não apenas do formato de digitalização de recursos) de recursos e de esquemas de utilização destes. Temos, por exemplo, uma primeira versão deste repertório no sistema LEMATEC STUDIUM (Figura 26), que conta com recursos para documentos digitais, referências bibliográficas, imagens, vídeos, relatórios, páginas da web, fóruns de discussão, *chat* e micromundos.

Figura 26 - Menu do banco de recursos do LEMATEC STUDIUM



Fonte: LEMATEC STUDIUM.

Os esquemas de utilização associados a tais recursos podem ser, por exemplo, para um vídeo, a possibilidade de definir uma indexação particular, para um micromundo, de escolher as ferramentas de edição e exploração disponíveis, etc.

Com tal repertório disponível, o desenvolvimento de um web documento pode ser feito selecionando um repertório de recursos que o compõem. Essa elaboração pode seguir um roteiro mais ou menos predefinido. Ele pode consistir em uma edição de um simples texto no qual são inseridos recursos, como no primeiro caso do web documento elaborado depois da EAE. Pode também ser feito por meio do preenchimento de um formulário que está associado a um modelo de organização e *layout* de conteúdo.

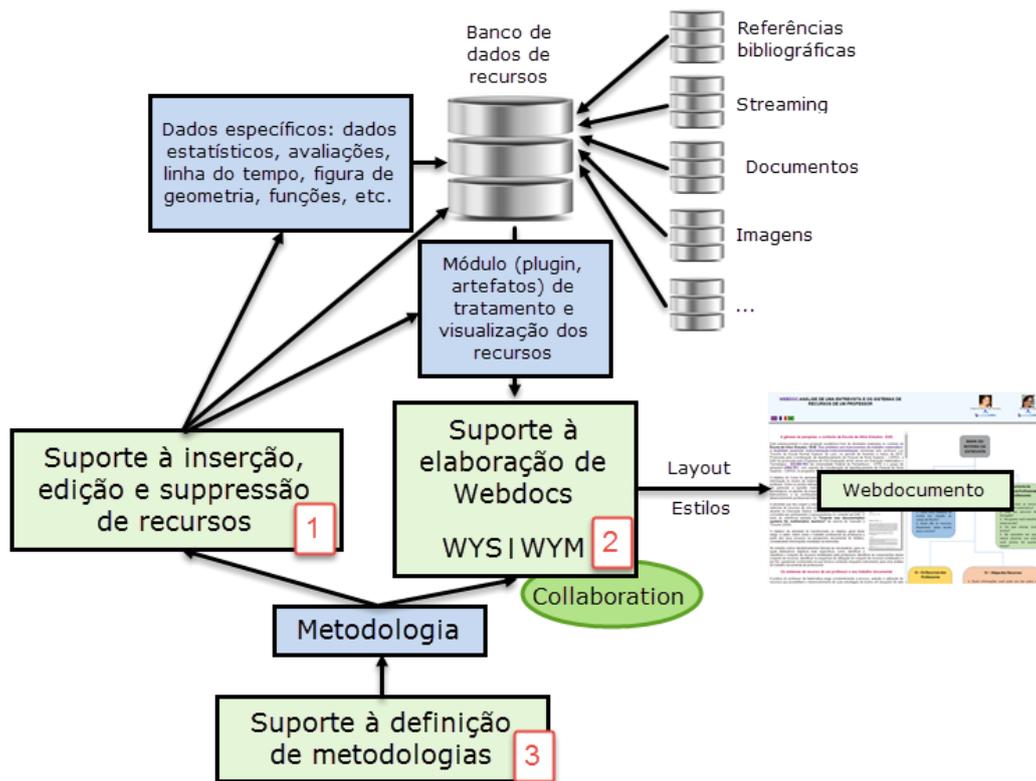
Um primeiro resultado: uma arquitetura para a web documentação

A partir dessa primeira interpretação informática da documentação que levou a essas versões computacionais das noções de recurso-esquema e de web documento, nós iremos propor a seguinte arquitetura (Figura 27):

O sistema proposto se articula essencialmente em torno de três interfaces de produção de material:

- 1) Um suporte à inserção, organização e eventual modificação de recursos enquanto objeto, tais como: vídeos (inserção de vídeos vindo de um servidor de streaming como YouTube), referências bibliográficas (vindo de Zotero, por exemplo), figuras de geometria dinâmica (manipulado por GeoGebra, por exemplo), de representação de funções (de Function Studium, por exemplo).
- 2) Um suporte à construção de web documentos permitindo a inserção, a combinação e a articulação de recursos enquanto ações.
- 3) Um suporte à elaboração de orquestrações para a utilização dos recursos como atividade pelo usuário (aluno). É particularmente a arquitetura e a editoração que esse suporte permite definir.

Figura 27 – Arquitetura do Sistema de Web documentação



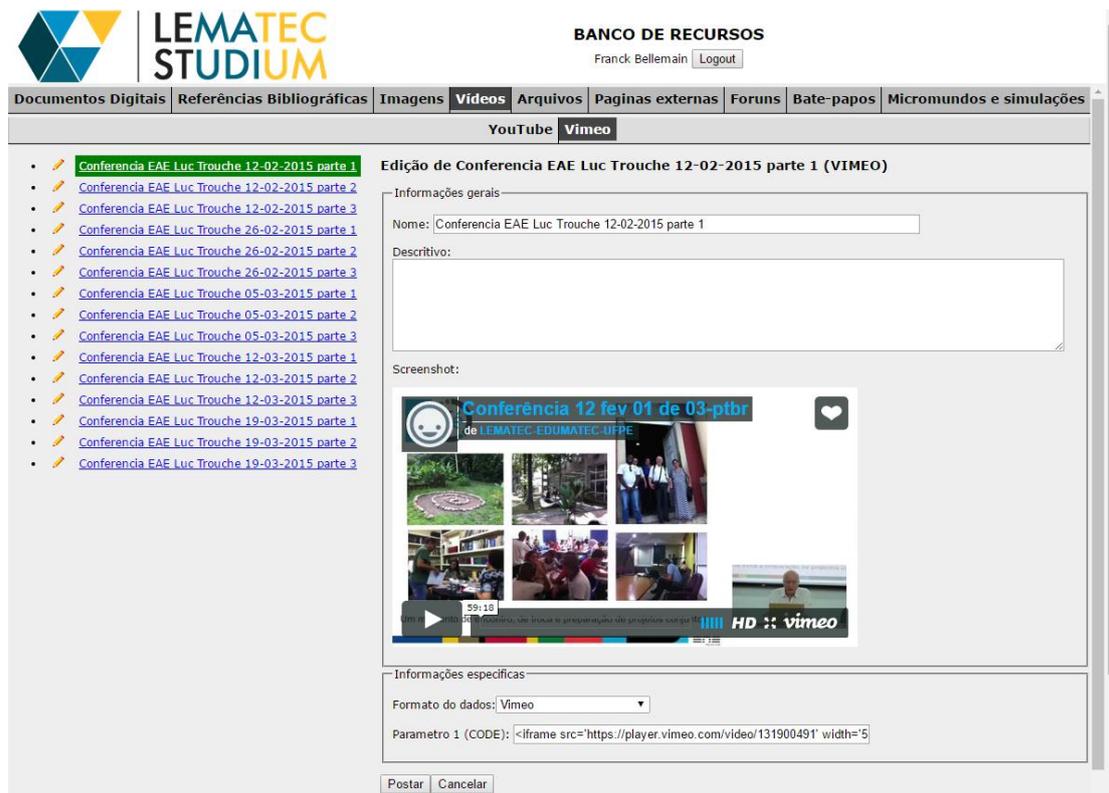
A arquitetura proposta contém uma base de dados que dá suporte a inserção e exploração de recursos-objeto, podendo ser estático, dinâmico ou computacional. Alguns exemplos são: livros digitais, Geogebra, *Function Studium*, vídeos, referências bibliográficas. Associado a eles várias interfaces auxiliam a construção (com inserções e supressões) do repertório dos recursos pelo professor ou outro usuário. A inserção de um recurso exige uma série de *plugins*.

Prototipagem para a avaliação das reflexões e experimentação

Esta arquitetura já permitiu a concepção e implementação de um sistema de banco de dados de recursos e alguns sistemas de autoria para a utilização/combinção/articulação desses recursos.

- Suporte à inserção, edição e supressão de recursos

Figura 28 – Interface para a inserção, edição e supressão de recursos



Fonte: LEMATEC STUDIUM.

Trata-se de uma interface (Figura 28) para introdução e edição de recursos como objeto pela qual se deve indicar a natureza do recurso (vídeo, micromundo, etc.) e a sua descrição. Por exemplo, você pode inserir um recurso de tipo geometria dinâmica (GeoGebra) e indicar a figura de geometria associada (arquivo), ou inserir um vídeo e indicar o seu endereço (link) no servidor de *streaming*.

Figura 29 – Informações específicas no caso de um vídeo do Vimeo



Fonte: LEMATEC STUDIUM.

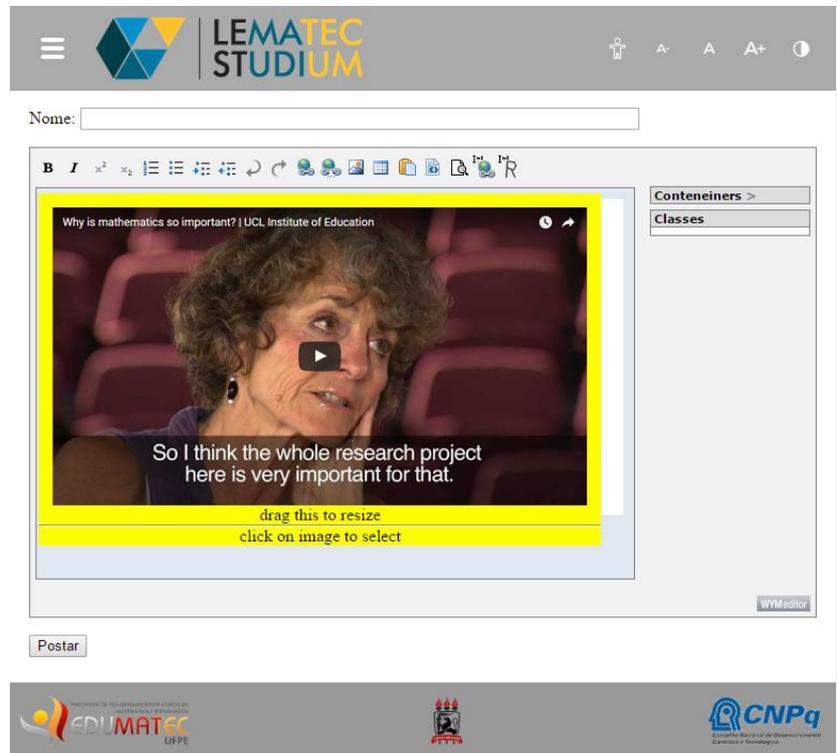
No exemplo da figura acima (Figura 29), para a inserção de uma videoconferência trecho de uma conferência da EAE, necessita-se especificar o servidor para transmitir vídeo (vimeo.com) e o código de incorporação.

- Suporte à elaboração de web documentos

Uma interface composta por um editor WYSIWYM (wymeditor.org/) (Figura 30) para a produção de web documento num formato de texto linear. O editor WYSIWYM foi

modificado pela adição de um botão:  permitindo a seleção e a inserção de um recurso no texto.

Figura 30 – Inserção de um recurso num texto



Fonte: LEMATEC STUDIUM.

Vários parâmetros são usados para especificar a forma de inserção do recurso. Trata-se, por exemplo, de indicar se ele é incluído no texto ou se ele deve aparecer como um link para a sua visualização conforme a demanda do leitor. Trata-se também, no caso de um vídeo, por exemplo, de indicar trecho de vídeo, objeto de interesse no web documento (Figura 31).

Figura 31 – Informações específicas no caso da escolha de um vídeo

Escolha do recurso

Dados do recurso: [Why is mathematics so important? | UCL Institute of](#)

Parâmetros Gerais

Aparece como: Embutido no texto Ícone Snapshot, altura: px

Tamanho de visualização: width: px height: px

Parâmetros do recurso

Inicia em: e termina em: segundos

Recursos

Documentos Digitais	Referências Bibliográficas	Imagens	Vídeos	Arquivos	Páginas externas	Foruns	Bate-papos	Micromundos e simulações
			YouTube	Vimeo				

- [selecionar Why is mathematics so important? | UCL Institute of Education](#)
- [selecionar Representação e Cognição Matemática](#)

Fonte: LEMATEC STUDIUM.

Nesta seção sobre uma abordagem computacional da orquestração instrumental e abordagem documental, propusemos uma leitura da documentação, considerando as contribuições da web. Iniciamos a elaborar os primeiros elementos de uma definição do conceito de web documento propondo em particular a distinção entre o produto (web documento) e o processo (web documentação), e considerando e detalhando no contexto da documentação, as características estáticas, dinâmicas e ativas dos web documentos. A noção de recursos, muito importante no contexto da orquestração instrumental e abordagem documental, tem ainda mais importância no ambiente computacional devido a sua capacidade de permitir a criação de uma multidão de recursos originais e *ad hoc*. Então, é em direção da especificação informática do conceito de recursos e esquema de uso que nos orientamos, identificando três dimensões do conceito de recurso: recurso-objeto, recurso-ação e recurso-atividade. Os avanços do processo descrito nestas páginas, que se integra a uma engenharia de *software*, permitiu os primeiros desenvolvimentos de um ambiente: Lematec Studium para o desenvolvimento de web documentos web, suportes às gêneses documentais de professores.

CONCLUSÃO

Esperamos ter posto em evidência, nesta conferência, a característica frutífera de uma dupla abordagem, didática e tecnológica, para desenvolver a análise do trabalho documental de professores. A abordagem didática aqui está enraizada na abordagem documental do didático, que se nutre de outros quadros da Didática da Matemática. A abordagem Informática está ancorada na área conhecida na França sob o nome de “Environnements informatiques d’apprentissage humain (EIAH)”, cuja tradução literal para o português é “ambientes informáticos de aprendizagem humana”.

Essa interação teórica visava o desenvolvimento de instrumentos – os web documentos – para apoiar essa análise. As ferramentas estão em desenvolvimento; as plataformas resultantes (*Ana.Doc* na França, *Lematec Studium* no Brasil) serão enriquecidas a partir de seu confronto, mas também com a sua utilização por novos atores, em diferentes contextos. A diversidade de contextos de desenvolvimento e uso será, sem dúvida, fonte de interações fecundas: de quais web documentos precisamos para os pesquisadores (na França), em geral, e para os professores e formadores (no Brasil)?

Essas interações, basicamente, não são técnicas, elas levam a um questionamento conceitual mais profundo, envolvendo a noção de recursos, de documentos e de orquestração instrumental. Estes são realmente novos programas de pesquisa e desenvolvimento que se abrem. Estes programas de pesquisas vão resultar, no próximo período, em muitos trabalhos conjuntos:

- a segunda conferência internacional sobre os recursos dos professores de matemática, maio de 2017 no Rio (<http://www.sbm.org.br/icmt2/>); o seminário "Entender o trabalho dos professores a partir de suas interações com os recursos de seu ensino", em maio de 2018, em Lyon, no Instituto Francês de Educação, École Normale Supérieure.
- doutorados: Rosilângela Lucena sobre orquestrações meta-instrumental (LUCENA *et al.*, 2016); Katiane Rocha sobre trajetórias documentais de professores (JAHN & ROCHA, 2016); Rogério Ignácio sobre a criação colaborativa de manuais escolares digitais em um processo de gênese da formação inicial documentária; Ricardo Tibúrcio sobre a integração de noção de orquestração instrumental à engenharia de software educacional (ESE) para a concepção de AIAH; Anderson sobre o desenvolvimento e orquestração na produção de web documentos de artefatos para o ensino-aprendizagem dos conceitos de área e perímetro.

- pós-doutoramento; Verônica Gitirana sobre a gênese documental de professores de matemática em serviço na educação; Paulo Faria sobre o desenvolvimento profissional dos professores envolvidos no trabalho coletivo; Cibelle Assis sobre o trabalho documental dos professores em formação inicial sobre o uso de ambientes de computação de geometria dinâmica.

Para além desta conferência, essa diversidade de trabalhos permitirá, sem dúvida, avançar nas questões em jogo.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos as contribuições de Paula Baltar, Cibele Assis, Verônica Gitirana, Rogério Ignácio, Ricardo Tibúrcio, Rosilângela Lucena e Katiane de Moraes Rocha.

RÉFÉRENCES

Recursos resultantes da colaboração dos autores das equipes associadas

ASSIS, C.; LUCENA, R. *Webdoc Análise de uma entrevista e os Sistemas de Recursos de um professor*, 2015. En ligne à: <http://lematec.net.br/webdocs/webdoc1/> (codes d'accès à demander aux auteurs)

BALTAR, P. (Ed.) *Dos artefatos aos instrumentos: o trabalho individual e coletivo dos professores de Matemática*, *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana*, v. 6, n. 3, 2016. En ligne à: <http://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia/issue/view/155>

LUCENA, R.; ASSIS, C. *Webdoc Sistema de Recursos e o Trabalho Coletivo do Professor: Uma Via de Mão Dupla*, 2015. En ligne à: <http://lematec.net.br/webdocs/webdoc2/> (codes d'accès à demander aux auteurs).

TROUCHE, L. *Dos artefatos aos instrumentos do trabalho matemático: a dualidade essencial instrumentação-instrumentalização*, Escola de Altos Estudos, 2015. En ligne à: lematec.net.br/EAE (codes d'accès à demander aux auteurs).

Referências bibliográficas

ADLER, J. Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, p. 205–224, 2000.

ARTIGUE, M. Learning Mathematics in a CAS Environment: The Genesis of a Reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7, p. 245-274, 2002.

ARTIGUE, M. Rapports entre dimensions technique et conceptuelle dans l'activité mathématique avec des systèmes de mathématiques symboliques. In *Actes de l'Université d'été "Des outils informatiques dans la classe aux calculatrices symboliques et géométriques: quelles perspectives pour l'enseignement des mathématiques"* (p. 19-40). Rennes, IREM, 1997.

BALACHEFF, N. Didactique et intelligence artificielle. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 14, n. 1/2, p.9–42, 1994.

- BALACHEFF, N. Télécabri, un environnement pour le préceptorat à distance. In *Actes du colloque Formation à distance, multimédia*, Fondation Sophia-Antipolis, p. 43-51, 1996.
- BELLEMAIN, F. Analyse d'environnements de géométrie dynamique collaborative du point de vue de l'orchestration instrumentale. *Nuances: estudos sobre Educação*, v. 25, n. 2, p. 18–38, 2014. <http://revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/viewFile/2936/2686>.
- BELLEMAIN, F. Projeto Tecnologias para aprendizagem colaborativa de conhecimentos por meio de micromundos: Ciências online, CNPq. 2006. (Projeto de pesquisa).
- BELLEMAIN, F. *Relatório das atividades desenvolvidas no âmbito do projeto Tecnologias para aprendizagem colaborativa de conhecimentos por meio de micromundos: Ciências online*. CNPq. 2013. (Relatório de pesquisa).
- BELLEMAIN, F.; ARARIPE, J. P. G. A.; LUCENA, R.; ALESSIO, P.; IGNACIO, R. From Textbook To Lived Resources: the digital guide of the brazilian evaluation program of school textbook. In *13th International Congress on Mathematical Educational*, Hamburg, 2016.
- BELLEMAIN, F.; RAMOS, C. S.; TIBÚRCIO, R, S. Engenharia de software educativos, o caso do bingo dos racionais. *Anais do VI SIPEM - Seminário International de Pesquisa em Educação Matemática*. Pirenópolis, Sociedade Brasileira de Educação Matemática. p. 1-12, 2015.
- BROUSSEAU, G. Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9, p. 309-336, 1988.
- CHEVALLARD, Y. Intégration et viabilité des objets informatiques, le problème de l'ingénierie didactique. In B. CORNU (ed.), *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques* (p. 183-203). PUF, 1992.
- CLAROU, P.; LABORDE, C.; CAPPONI, B. *Géométrie avec Cabri – scénarios pour le lycée*. Grenoble, CRDP, 2001.
- DILLENBOURG, P.; JERMANN, P. *Technology for classroom orchestration*. In M. S. KHINE; I. M. SALEH (eds.), *New Science of Learning: Cognition, Computers and Collaboration in Education* (p. 525–552). New York /Berlin, Springer, 2010.
- DRIJVERS, P.; DOORMAN, M.; BOON, P.; REED, H.; GRAVEMEIJER, K. The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, v. 75, n. 2, p. 213-234, 2010.
- GIBSON, J. J. The Theory of Affordances. In R. Shaw & J. Bransford, *Perceiving, Acting, and Knowing. Toward an Ecological Psychology* (p. 67-82). Hillsdale: NJ, Lawrence Erlbaum Associates, 1977.
- GITIRANA, V. Planejamento e avaliação em matemática. In: J.F. da SILVA; J.HOFFMAN; M.T.ESTEBAN (Org.). *Práticas Avaliativas e Aprendizagens Significativas: em diferentes áreas do conhecimento*. 1ed. Porto Alegre, Editora Mediação, 2003, p. 57-66.
- GITIRANA, V. *Relatório técnico, projeto Ambiente Didático Virtual*, Brasília: CNPq, 2007.
- GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. In G. GUEUDET; L. TROUCHE (dir.), *Ressources vives. La documentation des professeurs en mathématiques*, 57-74, INRP et PUR, 2010.
- GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Do Trabalho documental dos professores: gênese, coletivos, comunidade. O caso da matemática (Trad. K. Rocha). *EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*. 6, p. 1-43, 2016.

- GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Du travail documentaire des enseignants: genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education et didactique*, v. 2, n. 3, p.7-33, 2008.
- GUIN, D., RUTHVEN, K.; TROUCHE, L. (eds.) *The didactical challenge of symbolic calculators: turning a computational device into a mathematical instrument*. New York, Springer, 2005.
- GUIN, D.; TROUCHE, L. (dir.) *Calculatrices symboliques. Faire d'un outil un instrument du travail mathématique: un problème didactique*, Editions La Pensée sauvage, Grenoble, 2002.
- GUIN, D.; TROUCHE, L. The Complex Process of Converting Tools into Mathematical Instruments. The Case of Calculators, *The International Journal of Computers for Mathematical Learning*, v. 3, n. 3, p. 195-227, 1999.
- JAHN, A.P.; ROCHA, K. Análise do trabalho documental de professoras de Matemática: reflexões sobre possibilidades e limitações metodológicas. *Anais do LADIMA*, 2016.
- LAGRANGE, J. B.; ARTIGUE, M.; LABORDE, C.; TROUCHE, L. Technology and Mathematics Education: a Multidimensional Study of the Evolution of Research and Innovation. In A.J. BISHOP, M.A. CLEMENTS, C. KEITEL, J. KILPATRICK; F. K. S. LEUNG (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (p. 239-271). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003.
- LAHIRE, B. *Monde pluriel. Penser l'unité des sciences sociales*. Paris, Seuil, 2012.
- LIMA, P.F.; GITIRANA, V., LUCENA, R., & IGNÁCIO, R. O Guia do PNLD e o Livro Didático: um olhar para a documentação do professor. *Anais do LADIMA*, 2016.
- LUCENA, R., GITIRANA, V.; TROUCHE, L. Teoria da orquestração instrumental: um olhar para a formação docente, *Anais do LADiMA*, 2016.
- LUENGO, V. *CABRI-EUCLIDE: Un Micromonde de Preuve intégrant la Réfutation. Principes Didactiques et Informatiques. Réalisation. Thèse*, Grenoble: Université Joseph Fourier, 1998.
- MELO, M.S.L.; MONTENEGRO, G.M.M.; SANTOS, L.S.dos; MORAES, M.D.; BELLEMAIN, P.M.B. Bingo dos números racionais - Indicações didáticas. Projeto Rede: Jogos na educação matemática. Recife, 2011.
- PÉDAUQUE, R. T. (coll.) *Document, forme, signe et medium, les reformulations du numérique*. 2003. https://hal.archives-ouvertes.fr/sic_00000511/document
- PEPIN, B., GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Comfortable or Lost in Paradise? - Affordances and Constraints of Mathematics E-textbooks in/for Curriculum Enactment, communication to the symposium *Mathematics Curriculum Contingencies: From Authoring to Enactment via Curriculum Resources*, chaired by D. Clarke, K. Ruthven and M.K. Stein, in the frame of the AERA 2015 meeting, Chicago, p. 16-20 April, 2015.
- PEPIN, B., GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Re-sourcing teachers' work and interactions: a collective perspective on resources, their use and transformation, *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, v. 45, n. 7, p. 929-944, 2013.
- PEPIN, B.; GUEUDET, G.; YERUSHALMY, M.; TROUCHE, L.; CHAZAN, D. E-textbooks in/for Teaching and Learning Mathematics: A Potentially Transformative Educational Technology, In L. ENGLISH; D. KIRSCHNER, *Third Handbook of Research in Mathematics Education* (p. 636-661). Taylor & Francis, 2015.

- PEREIRA, J. G. A. *Vetores: Interações a distância para a aprendizagem de Álgebra Linear*. 2010. 117 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.
- RABARDEL, P. *Les hommes et les technologies; approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin, 1995.
- RAMOS, C. S. *Princípios da engenharia de Software educativo com base na engenharia didática: uma prototipação do Bingo dos Racionais*. 111 p. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – UFPE, Recife, 2015.
- ROCHA, K. Uses of *online* resources and documentational trajectories: the case of Sésamath. *Contribution to TSG 38, In International Congress on Mathematics Education*, Hambourg, 2016.
- ROCHA, K.; TROUCHE, L. Da produção coletiva de livros didáticos digitais aos usos feitos professores de Matemática: o caso do grupo francês Sésamath. *EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*. 6, p. 1-22, 2016.
- SILVA, C. T. J. *A engenharia didático-informática na prototipação de um software para abordar o conceito de taxa de variação*. 2016. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – UFPE, Recife, 2016.
- SIQUEIRA, J. E. M. *Equações quadráticas: articulando suas formas algébricas e geométricas via um aplicativo ad hoc*. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências. Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, PE. 2009.
- TCHOUNIKINE, P. *Computer Science and Educational Software Design: A Resource for Multidisciplinary Work in Technology Enhanced Learning*. Ed. Springer, 2011.
- TCHOUNIKINE, P. *Précis de recherche en Ingénierie des EIAH*. 2009. Disponível em: <http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/41/36/94/PDF/PrecisV1.pdf>. Acesso em: 06/12/2013.
- TIBÚRCIO, R, S. *Processo de desenvolvimento de software educativo: um estudo da prototipação de um software para o ensino de função*, 110 p. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica), UFPE, Recife, 2016.
- TRGALOVÁ, J.; JAHN, A. P. Quality issue in the design and use of resources by mathematics teachers. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 45, p. 973–986, 2013.
- TROUCHE, L. A la recherche d'une méthode d'étude de l'action instrumentée. In *Actes de l'Université d'été "Des outils informatiques dans la classe aux calculatrices symboliques et géométriques: quelles perspectives pour l'enseignement des mathématiques?"* (p. 113-148). Rennes, IREM, 1997.
- TROUCHE, L. *Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessité des orchestrations*. Document pour l'Habilitation à Diriger des Recherches. Université Paris VII, Paris, França, 2003.
- TROUCHE, L. Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessité des orchestrations, *Recherches en didactique des mathématiques*, 25, p. 91-138, 2005.
- TROUCHE, L. Laboratórios de Matemática para o ensino, uma metáfora produtiva, *Conférence invitée, HTEM 5 - V Colóquio de História e Tecnologia no Ensino da Matemática*, Recife, Brasil, de 25 a 30 de julho de 2010.

TROUCHE, L.; DRIJVERS, P. Webbing and orchestration. Two interrelated views on digital tools in mathematics education, *Teaching Mathematics and Its Applications: International Journal of the Institute of Mathematics and its Applications*, v. 33, n. 3, p. 193-209, 2014.

TROUCHE, L.; DRIJVERS, P.; GUEUDET, G.; SACRISTAN, A. I. Technology-Driven Developments and Policy Implications for Mathematics Education. In: A.J. BISHOP, M.A. CLEMENTS, C. KEITEL, J. KILPATRICK; F.K.S. LEUNG (eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education*, pp.753-790, Springer, 2013.

VERGNAUD, G. The theory of conceptual fields. *Human development*, v. 52, n. 2, p. 83-94, 2009.

WEBBER C.; BERGIA, L.; PESTY, S.; BALACHEFF, N. The Baghera project: a multi-agent architecture for human learning. *Proceedings of the Workshop Multi-Agent Architectures for Distributed Learning Environments, AIED2001*, San Antonio, TX, USA, p. p. 12-17, 2001.