

# COMPRENDRE LE TRAVAIL DES PROFESSEURS AVEC LES RESSOURCES DE LEUR ENSEIGNEMENT, UN QUESTIONNEMENT DIDACTIQUE ET INFORMATIQUE

Franck Bellemain<sup>1</sup>

Luc Trouche<sup>2</sup>

## AVERTISSEMENT

La conférence est le résultat d'un travail conjoint entre Franck Bellemain et Luc Trouche, qui prend sa source dans une collaboration ancienne, mobilisant les équipes Edumatec au Brésil et EducTice en France. Un temps fort a été l'Ecole des hautes études de la CAPES qui s'est tenue en février et mars 2015 à Recife (TROUCHE, 2015). Cette école a depuis donné matière à de nouvelles ressources (ASSIS & LUCENA, 2015 ; LUCENA & ASSIS, 2015 ; BALTAR, 2016). La première partie de la conférence (sections 1, 2 et 3) a été présentée par Luc Trouche et Katiane Rocha ; la deuxième partie de la conférence, en l'absence de Franck Bellemain, empêché, a été coordonnée par Verônica Gitirana, et a fait intervenir Cibelle Assis, Ricardo Tibúrcio, Rogério Ignácio et Rosilângela Lucena.

Nous tenons à remercier vivement les personnes qui ont contribué à la traduction, à l'oral et à l'écrit, du français au portugais, Cibelle Assis, Paula Baltar, Paulo Faria et Rosilângela Lucena.

## INTRODUCTION

Nous voulons commencer par remercier tous les professeurs, formateurs et chercheurs impliqués dans les études que nous allons présenter, et qui permettent que les recherches sur l'enseignement des mathématiques avancent, en particulier dans le domaine des recherches sur les ressources des professeurs. C'est en particulier aux professeurs brésiliens que nous pensons, en un temps de mobilisation des écoles et des universités de ce pays pour la défense du droit à l'éducation. Nous avons en tête cette phrase d'un célèbre président des Etats Unis :

« Si vous pensez que l'éducation coûte cher, essayez l'ignorance ! ».

C'est donc des ressources des professeurs que nous allons parler. Pas de recherche sans contact avec des données et avec leur analyse : ce que nous allons présenter sera travaillé dans plusieurs séminaires et dans deux ateliers :

- le premier atelier sur le guide du PNLD<sup>3</sup> et les usages des manuels scolaires, animé par Paulo Figueiredo, Verônica Gitirana, Rosilângela Lucena et Rogério Ignácio (BELLEMAIN et al., 2016 ; LIMA et al, 2016) ;
- le deuxième atelier sur l'analyse du travail documentaire des professeurs, du point de vue méthodologique, animé par Ana Paula Jahn et Katiane de Moraes Rocha (JAHN & ROCHA, 2016 ; TRGALOVA & JAHN 2013 ; ROCHA & TROUCHE, 2016)

---

<sup>1</sup> Edumatec, UFPE, Brazil, f.bellemain@gmail.com

<sup>2</sup> Institut français de l'éducation, ENS de Lyon, France, luc.trouche@ens-lyon.fr

<sup>3</sup> Programa Nacional do Livro Didático, programme du gouvernement brésilien d'évaluation, sélection et distribution dans les écoles publiques de manuels scolaires.

Les approches que nous allons présenter s’ancrent en didactique des mathématiques, plus largement dans le domaine international mathematics education, et plus largement encore dans les recherches en éducation. Nous pensons en effet qu’il a des domaines insuffisamment explorés : le rôle des outils dans le travail, l’apprentissage et l’enseignement des mathématiques ; la nature du travail des professeurs, en particulier de ses aspects collectifs ; le temps long des apprentissages et du développement. Notre objectif est de penser, pour l’enseignement des mathématiques l’instrumentation du travail du professeur, du formateur et du chercheur, et, pour cela, le concours d’un ensemble de disciplines est, selon nous, nécessaire, parmi lesquelles : la didactique des mathématiques, l’ergonomie cognitive et l’informatique<sup>4</sup>, saisies comme des composantes de sciences sociales inter-reliées (LAHIRE, 2012).

Notre présentation sera structurée en 6 sections : l’approche instrumentale du didactique, les orchestrations instrumentales, l’approche documentaire du didactique ; l’instrumentation de la documentation ; les web documents ; et la numérisation de la notion de ressources. Les trois premières sections d’une part et les trois dernières sections d’autre part constituent des approches complémentaires : la première, partant d’un point de vue didactique, se développe en intégrant un point de vue informatique. La deuxième, partant d’un point de vue informatique, se développe en intégrant un point de vue didactique. Les deux approches convergent vers la notion de *web document*, qui est ici essentielle. Selon les approches, on le verra, la fonction d’un web document n’est pas tout à fait la même.

## L’APPROCHE INSTRUMENTALE DU DIDACTIQUE

Nous présentons dans cette section la genèse de cette approche, son cadre général et les questions qu’elle a suscitées.

### *L’approche instrumentale, genèse.*

L’approche instrumentale du didactique a été théorisée en particulier par Artigue (2002) et Guin et Trouche (1999). Tout développement a une raison d’être. Cette raison doit être recherchée dans les nouveaux phénomènes didactiques. Ceux-ci sont apparus avec l’introduction d’outils complexes, les *calculatrices symboliques*<sup>5</sup>, dans la classe de mathématiques. Ces calculatrices, à disposition des élèves, étaient capables de réaliser des tâches qui jusque-là dépendaient de l’enseignement des professeurs (résolution d’équations quadratiques, calcul de dérivées ou d’intégrales..). Elles avaient une influence importante sur la conceptualisation des objets mathématiques. L’étude de ces phénomènes appelait de nouveaux cadres théoriques, plus sensibles aux outils intervenant dans l’activité humaine. C’est à ce moment que paraissait, dans le champ de l’ergonomie cognitive, l’ouvrage *Les hommes et les technologies ; approche cognitive des instruments contemporains* (RABARDEL, 1995) qui répondait à ce besoin théorique, comme l’a mis en évidence l’université d’été qui s’est tenue en 1997 *Des outils informatiques dans la classe aux calculatrices symboliques et géométriques : quelles perspectives pour l’enseignement des mathématiques ?* Les deux conférences, présentées indépendamment par Michèle Artigue

---

<sup>4</sup> L’informatique au sens des Environnements informatiques pour l’apprentissage humain (TCHOUNIKINE, 2011).

<sup>5</sup> On a appelé *calculatrices symboliques* les calculatrices intégrant un logiciel de calcul formel (donc manipulant des expressions formelles) et, souvent un logiciel de géométrie dynamique (par exemple les calculatrices TI 92 proposées, à partir de 1995, par Texas Instruments).

(1997) et Luc Trouche (1997) se sont toutes les deux fondées sur l'approche de Pierre Rabardel pour développer leur analyse didactique de l'intégration des calculatrices symboliques.

Il ne s'agissait pas que d'une évolution théorique française : en 2003, une étude (LAGRANGE et al. 2003) concernant la littérature de recherche internationale portant sur « l'enseignement des mathématiques et TICE », parue entre 1994 et 1998 – 800 références prises en compte – mettait en évidence une conscience de plus en plus importante de trois nécessités : prendre en compte les processus d'appropriation, par les élèves, des instruments du travail mathématique ; concevoir des situations prenant en compte le potentiel de ces instruments ; considérer la complexité ajoutée du travail du professeur pour intégrer ces instruments dans la classe de mathématiques.

### L'approche instrumentale, cadre général

L'approche instrumentale propose un modèle de l'apprentissage instrumenté des mathématiques qui repose, fondamentalement, sur la dialectique *artefact-instrument*.

Commençons par la définition d'un artefact. Un artefact (une calculatrice, un compas..) est un produit de l'activité humaine, qui se caractérise par ses *potentialités*, ses *limites* et ses *affordances*<sup>6</sup>.

Pour les outils numériques, potentialités, limites et affordances sont liées à la *transposition informatique*, que Balacheff (1995) caractérise comme un travail sur la connaissance qui en permet la représentation informatique et la manipulation :

Figure 1 – Potentiel et limitations d'un artefact

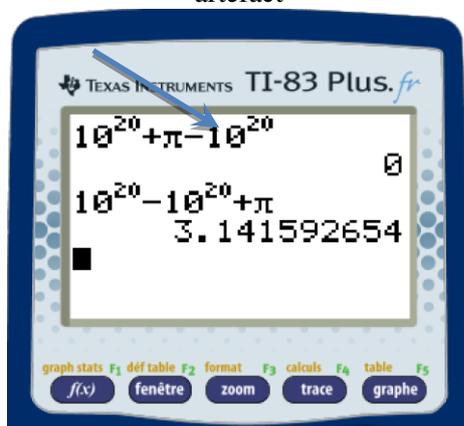
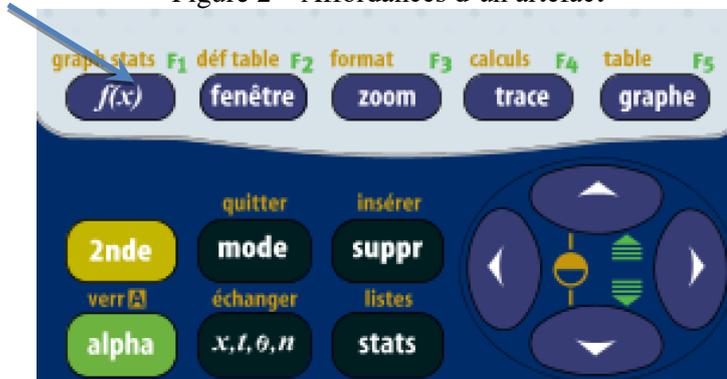


Figure 2 – Affordances d'un artefact



- la figure 1 met en évidence le potentiel et les limitations du calcul approché proposé par une calculatrice. Ce calcul approché n'est pas commutatif. Du fait de la limitation de la représentation des nombres,  $10^{20} + \pi$  est identifié par la calculatrice à  $10^{20}$ . Donc, pour cette calculatrice,  $10^{20} + \pi - 10^{20} = 0$ . Par contre,  $10^{20} - 10^{20} = 0$ . Donc, avec ce mode opératoire qui calcule progressivement de gauche à droite,  $10^{20} - 10^{20} + \pi = \pi$ .
- la figure 2 met en évidence les affordances : ce clavier d'une calculatrice graphique fournit des outils d'étude d'une fonction numériques (table de valeurs) et graphiques (représentation graphique). Mais ces outils ne sont pas accessibles au même niveau, comme

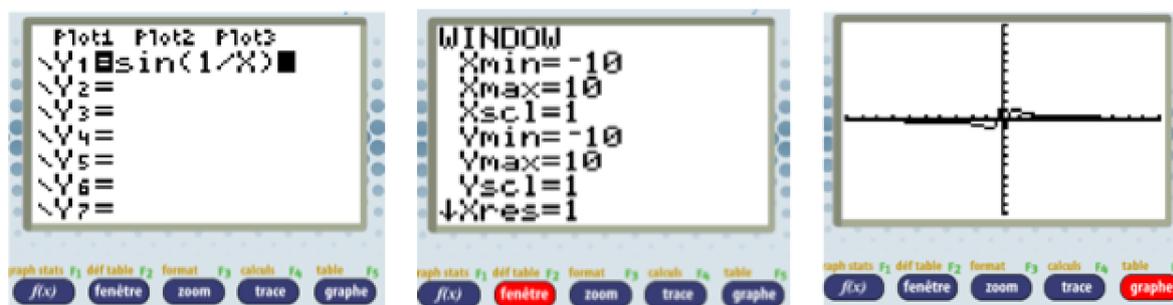
<sup>6</sup> On entend par affordance « la capacité d'un outil à suggérer son propre usage, sans qu'il soit nécessaire de lire un mode d'emploi », voir l'évolution du concept sur wikipedia <https://fr.wikipedia.org/wiki/Affordance>

le montrent les flèches : les outils graphiques (définition d'une fenêtre de représentation, traçage du graphique) sont directement accessibles ; les outils numériques (réglage de la table de valeurs, table de valeurs) sont indirectement accessibles : il faut d'abord taper sur la touche jaune  $2^{nd}$ , puis sur la touche bleue `graphe`, pour agir sur la commande jaune `table`. C'est comme si les fonctionnalités numériques étaient cachées derrière les fonctionnalités graphiques... C'est ce qu'on appelle une *affordance* (GIBSON, 1977) : une façon de pré-structurer l'activité d'un utilisateur, en lui faisant privilégier tel geste plutôt que tel autre (même si les deux gestes sont théoriquement possibles).

Voyons maintenant la définition d'un instrument. Pour Rabardel, un instrument est le résultat d'un processus, la genèse instrumentale (figure 4) : pour accomplir une tâche donnée (par exemple l'étude d'une fonction), un élève s'approprie un artefact (par exemple une calculatrice), et va développer un *schème d'action instrumentée* intégrant cet artefact comme moyen de cette action. Un schème est défini par Vergnaud (2009) comme une entité faite de 4 composantes : des objectifs, des règles d'action, de prise d'information et de contrôle, des invariants opératoires et des inférences en situation. Les invariants opératoires sont la composante épistémique des schèmes, faite de connaissances, souvent implicites, qui résultent de l'activité et, en même temps, guident l'action. C'est dire que le schème se développe au cours de l'accomplissement répété d'une tâche donnée. L'instrument est alors défini comme une entité mixte, combinant l'artefact et le schème d'action instrumentée. Alors que l'artefact est une réalité indépendante de l'élève, l'instrument, lui, est lié à un élève donné.

Prenons un exemple, celui d'un élève imaginaire qui utilise, régulièrement, une calculatrice graphique pour l'étude des fonctions. Il peut développer un schème, pré-structuré par les potentialités, les limitations et les affordances de sa calculatrice, qui mobiliserait les étapes suivantes (figure 3) : saisie de l'expression de la fonction dans l'éditeur de la calculatrices ; réglage d'une fenêtre standard  $[-10, 10]$  pour la variable,  $[-10, 10]$  pour la fonction) ; obtention du graphe ; ajustement de la fenêtre aux besoins de l'étude (par exemple zoom sur des parties incertaines ; émission de conjectures sur les variations de la fonction...). Dans ce processus, des invariants opératoires vont se cristalliser, par exemples : la fonction est une entité graphique (ce que Vergnaud appelle un *concept-en-acte*) ; si la courbe apparaît descendante sur un intervalle donnée, alors la fonction est décroissante sur cet intervalle (ce que Vergnaud appelle un *théorème-en-acte*). Pour cet élève, l'instrument d'étude d'une fonction sera donc constitué par la calculatrice graphique associée au schème d'action instrumentée dont nous avons donné quelques caractéristiques.

Figure 3 – Les étapes possibles de l'étude d'une fonction avec une calculatrice graphique



En plus de cette dialectique artefact-instrument, l'approche instrumentale propose une dialectique *instrumentation-instrumentalisation* (figure 4).

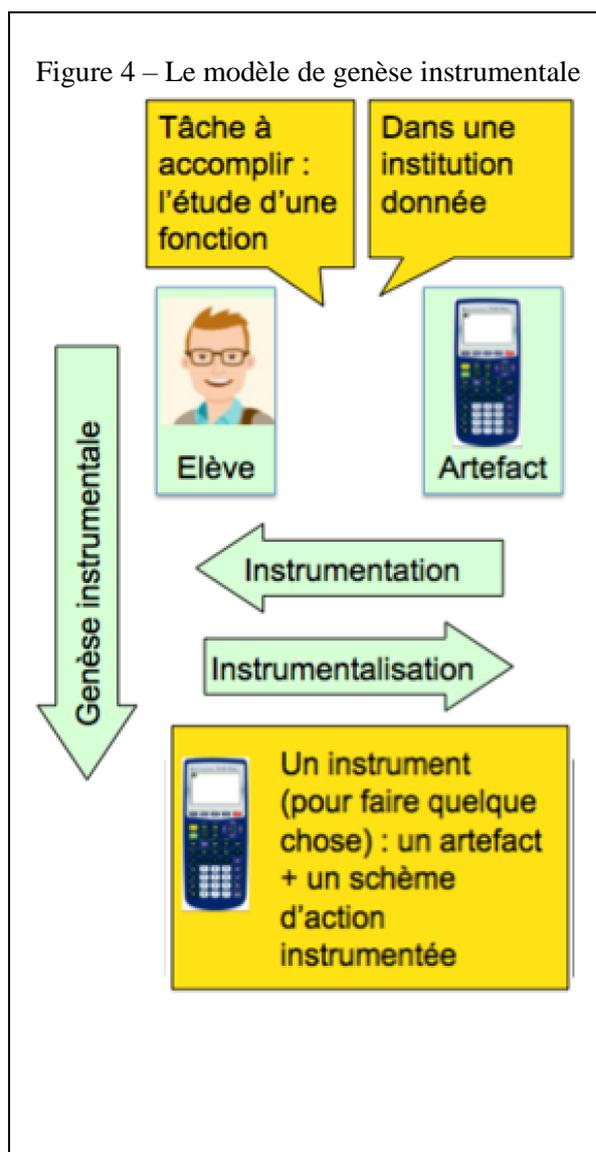
L'idée majeure est que tout processus d'appropriation d'un artefact est un processus d'adaptation mutuelle :

- les potentialités, les limites et les affordances d'un artefact pré-structurent, relativement l'activité d'un utilisateur, elles conforment son schème d'action instrumentée : c'est le processus d'instrumentation ;
- tout sujet, dans le cours de son activité, adapte l'artefact à ses habitudes et à son projet : c'est le processus d'instrumentalisation.

Ces processus ne sont pas indépendants l'un de l'autre, ils sont entremêlés. Mais les distinguer, dans l'analyse, permet de localiser le regard sur l'élève d'un côté (en quoi l'intégration d'un nouvel artefact modifie la forme de son activité ?) sur l'artefact de l'autre (en quoi porte-t-il la trace de l'activité de l'élève, de son pouvoir créateur ?).

Toute genèse instrumentale combine donc ces deux processus, instrumentation et instrumentalisation. Pour Rabardel, une genèse instrumentale n'est pas limitée dans le temps. Genèse, ici, de signifie pas « naissance d'une entité », mais « développement » de cette entité. Les instruments sont des entités vivantes, qui se développent au cours de l'activité des élèves : ce développement passe par des phases de stabilité, et par des phases d'évolution (par exemple, dans le cas de l'étude des fonctions, quand l'élève rencontre de nouvelles fonctions qui le contraignent à faire évoluer son schème d'action instrumentée.

Figure 4 – Le modèle de genèse instrumentale



Cette approche instrumentale a été intégrée dans le domaine de l'étude des apprentissages mathématiques appuyés sur des artefacts variés. Elle a donné matière à un ouvrage de synthèse publié en français (GUIN & TROUCHE, 2002), puis, dans un cadre éditorial élargi, en anglais (GUIN, RUTHVEN & TROUCHE, 2005).

### *L'approche instrumentale, discussion*

L'approche instrumentale du didactique a bénéficié de son intégration en didactique des mathématiques, au niveau français, et plus largement, au niveau international, dans des domaines déjà riches en cadres théoriques. Les interactions avec l'approche anthropologique du didactique (ARTIGUE, 2002), avec la théorie des situations, ou encore avec les approches sémiotiques (DRIJVERS *et al.*, 2010) ont été particulièrement riches.

Cependant, comme tout modèle, celui de l'approche instrumentale est un modèle simplifié. Toute activité mobilise en fait un ensemble d'artefacts (par exemple, pour l'étude des fonctions, une calculatrice, le couple papier/crayon...). Et une tâche n'est jamais isolée :

par exemple la résolution d'équations numériques et l'étude des fonctions numériques sont des tâches fortement inter-reliées. Le bon niveau de l'analyse est sans doute celui des *systèmes d'instruments* que développe tout élève dans son activité d'étude des mathématiques : ce type d'analyse a été assez peu développé.

Une autre faiblesse, dans le développement de l'approche instrumentale du didactique, a été sans doute la prise en compte insuffisante des processus d'instrumentalisation. Si l'on considère en effet les ouvrages de synthèse déjà cités, on doit bien considérer que c'est essentiellement le concept d'instrumentation qui a été mobilisé. Cela s'explique sans doute du fait de la rigidité des artefacts qui ont été pris en compte : les calculatrices, comme les systèmes de calcul formel, se prêtent difficilement à des transformations profondes par leurs utilisateurs. Les processus d'instrumentalisation ont été saisis la plupart du temps à la surface : par exemple l'utilisation des calculatrices pour saisir des éléments du cours.

Enfin, une dernière faiblesse, au début du développement de l'approche instrumentale, a été la non prise en compte du rôle du professeur. Quelle est sa responsabilité dans l'appui aux genèses instrumentales des élèves ? C'est le développement d'un autre concept, celui d'orchestration instrumentale, qui va tenter de répondre à cette question critique.

## LES ORCHESTRATIONS INSTRUMENTALES

Nous présentons dans cette section la genèse de ce concept, son cadre général et les questions qu'il a suscitées.

### *Les orchestrations instrumentales, genèse*

Dès lors que l'on veut prendre en compte, dans la classe de mathématiques, les artefacts dont disposent les élèves, et plus largement, les artefacts présents dans la classe, on réalise un manque conceptuel : le professeur, pour atteindre ses objectifs d'apprentissage, dispose de situations mathématiques (exercices, problèmes) et d'artefacts (calculatrices, logiciels, compas, règle..), mais il lui manque, en général, les moyens d'intégrer ces artefacts pour la mise en œuvre des situations mathématiques dans la classe. Ce sont ces moyens que Chevillard (1992), appelle les *systèmes d'exploitation didactique*.

Ce manque *conceptuel* apparaît en fait dans une double dynamique :

- La dynamique de l'approche instrumentale : celle-ci prend en compte les genèses instrumentales des élèves, mais qu'en est-il des aspects collectifs des genèses ? Qu'en est-il de la responsabilité du professeur ?
- La dynamique de développement des environnements informatiques eux-mêmes (micromondes, simulations, jeux...). Comment ces environnements peuvent-ils intégrer des consignes pour les élèves, des conseils pour les professeurs ? C'est toute la question des scénarios, qui ont été pensés par exemple pour le développement du Cabri-Géomètre (CLAROU, LABORDE & CAPPONI, 2001).

Les concepts de l'approche instrumentale ont conduit assez naturellement à penser le rôle du professeur non pas comme un homme-orchestre, mais comme un chef d'orchestre, responsable du jeu collectif des instruments dans la classe. La classe est alors vue comme un orchestre jouant une partition mathématique.

Penser le professeur comme un chef d'orchestre conduit à lui assigner un ensemble de tâches :

- analyser le curriculum pour préciser les objectifs d'apprentissage et les situations mathématiques à mettre en œuvre pour réaliser ces objectifs ;
- analyser le potentiel de ces situations mathématiques pour tirer parti des artefacts ;
- réciproquement, analyser le potentiel, les contraintes et les affordances des artefacts pour tirer parti des situations mathématiques ;
- analyser le niveau de développement des instruments des élèves (comment pourront-ils mobiliser leurs instruments pour traiter les tâches mathématiques qui leur seront proposées ? Comment ce travail mathématique leur permettra-t-il d'enrichir leurs instruments ?
- enfin comment la combinaison des instruments individuels des élèves, leur jeu collectif, permettra de soutenir le travail des élèves en difficulté, plus généralement d'enrichir l'ensemble des instruments présents dans la classe ?

C'est donc un ensemble de tâches complexes, coordonnées, que le professeur doit affronter. Prenons un exemple pour préciser les choses, dans le cadre d'un curriculum où la décomposition d'un nombre en facteurs premiers est un objectif important (par exemple :  $12 = 2^2 \times 3$ , ou encore  $30 = 2 \times 3 \times 5$ ). C'est le cas du curriculum français, où l'arithmétique, en lycée, a repris une place importante. Le problème proposé, pour atteindre cet objectif, est : *trouver le nombre de zéro qui est à la fin de  $n!$  (factorielle  $n$ )*. Une solution du problème est en effet d'exploiter la décomposition des entiers en facteurs premiers, pour compter ensuite les paires de facteurs (2 ; 5) : il y aura autant de 0 à la fin de ( $n!$ ) que de couples (2 ; 5) dans la décomposition de  $n!$  en facteurs premiers (en effet :  $2 \times 5 = 10$ , ce qui assure un 0 à la fin de  $n!$ ). En fait, comme il y aura plus de 2 que de 5, il suffit de compter le nombre de 5. Ainsi,  $10! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$ . Ce produit compte deux facteurs 5, donc on aura forcément exactement deux 0 à la fin de  $10!$

Cette situation est intéressante pour l'objectif « savoir décomposer un nombre en facteurs premiers, et comprendre l'intérêt de cette décomposition ». En effet, si on veut simplement calculer  $n!$  et compter le nombre de zéros à la fin... on est vite débordé par la grandeur des résultats !

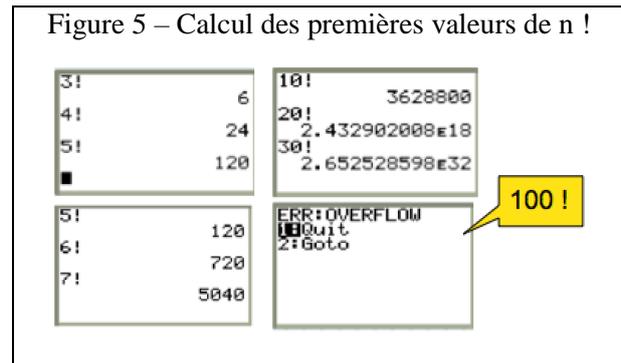
Quel est l'intérêt des calculatrices pour résoudre ce problème ?

- d'abord elles permettent d'obtenir  $n!$  pour de nombreuses valeurs de  $n$  (figure 5) ;
- ensuite elles permettent de formuler des conjectures utiles. Par exemple, on a l'impression que, à chaque fois qu'on passe un multiple de 5, on a un zéro en plus (un 0 à la fin de  $5!$ , deux 0 à la fin de  $10!$ , trois 0 à la fin de  $15!$ , quatre 0 à la fin de  $20!$  ... et, hélas, six 0 à la fin de  $25!$ , ce qui oblige à remettre en question la conjecture initiale) ;
- elles obligent aussi à questionner la notation scientifique : par exemple le résultat de  $30!$  donné par la calculatrice (figure 5) veut-il dire que  $30!$  se termine par 32 zéros ?
- enfin les limitations de la calculatrice (par exemple, pour  $100!$ , elle signale que cela dépasse ses capacités) imposent de revenir à une réflexion plus théorique pour comprendre le phénomène au-delà de la limitation de l'artefact.

Bien sûr, ces résultats dépendent du type de calculatrice : sur des calculatrices plus puissantes, on aura des résultats de  $n!$  pour des valeurs plus grandes de  $n$ ... Donc le professeur doit connaître les artefacts présents dans la classe pour planifier l'activité des élèves et anticiper les opportunités et les difficultés.

Finalement, le professeur doit se poser les questions :

- Comment mobiliser les artefacts présents dans la classe (les calculatrices, mais aussi le papier/crayon) ?
- Comment combiner les phases de travail individuel et collectif, l'initiative des élèves et l'intervention du professeur ?
- Comment anticiper, faciliter, gérer les conjectures émergentes dans la classe ?

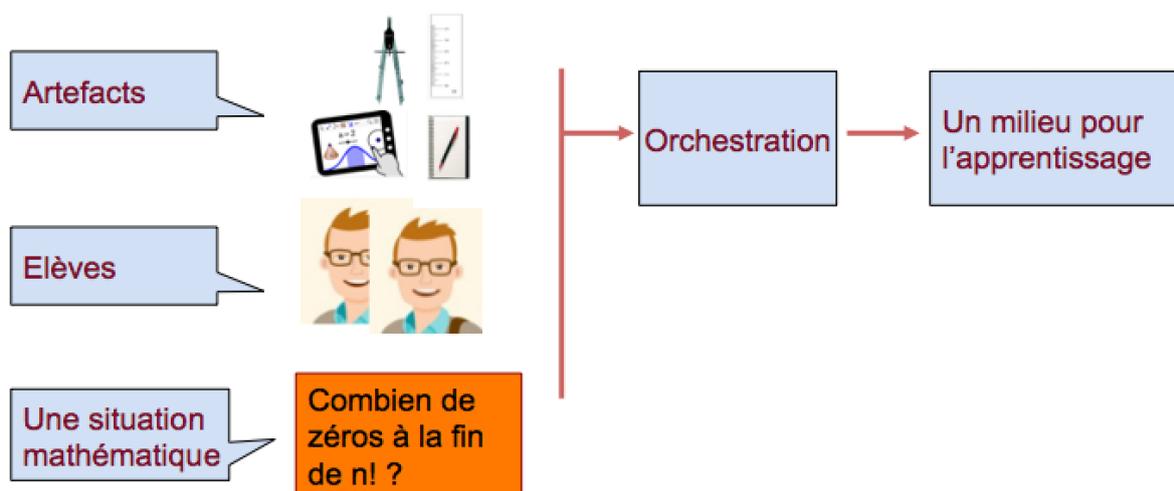


Le professeur doit ainsi penser la gestion didactique des artefacts présents dans la classe, en relation avec l'avancée de la résolution du problème, c'est-à-dire les orchestrations instrumentales que nous allons définir maintenant.

### Les orchestrations instrumentales, cadre général

L'orchestration instrumentale d'une situation mathématique a été définie par Trouche (2005) comme la *gestion didactique des artefacts* présents dans l'environnement de la classe (les artefacts des élèves, comme ceux du maître) pour mettre en œuvre cette situation. Il s'agit donc de la gestion didactique, *par le maître*, dans le but d'atteindre des objectifs didactiques précis. Enfin, il s'agit d'une gestion planifiée, c'est-à-dire pensée *a priori*. Une orchestration instrumentale (figure 6) concerne donc les élèves, les artefacts, et la situation mathématique, comme une orchestration musicale concerne les musiciens, leurs instruments et une partition musicale. Elle permet de constituer un *milieu* (BROUSSEAU, 1988) pour l'apprentissage.

Figure 6 – Une orchestration instrumentale opérant sur les élèves, les artefacts présents dans la classe et la situation mathématique en jeu

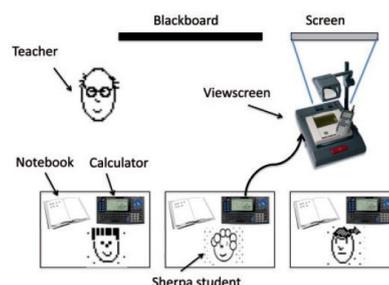


Pratiquement, concevoir une orchestration instrumentale, c'est penser *l'organisation de l'espace* et *l'organisation du temps de la classe*.

Penser *l'organisation de l'espace*, c'est concevoir des *configurations didactiques* et leurs *modes d'exploitation*.

Une configuration didactique, c'est un agencement particulier (on pourrait dire : une architecture) des élèves et des artefacts. Trouche (2005) présente une configuration, présentée comme emblématique, la configuration de *l'élève sherpa*<sup>7</sup>. Les artefacts des élèves sont des calculatrices, les artefacts du maître sont un tableau noir, un grand écran, une tablette de rétroprojection, et un cordon permettant de relier une calculatrice au grand écran. La configuration de *l'élève sherpa* repose sur la dévolution d'un rôle particulier à un élève, dont la calculatrice est projetée sur le grand écran.

Figure 7 – La configuration de l'élève sherpa

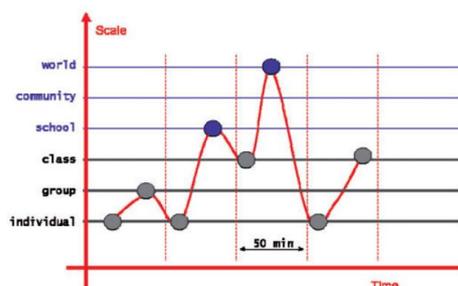


Source : Trouche (2005).

Un mode d'exploitation c'est la façon de régler l'utilisation des artefacts dans une configuration donnée (on pourrait dire : une façon de vivre dans une architecture donnée). Pour une configuration donnée, il y a beaucoup de modes d'exploitation possibles. Par exemple, pour la configuration de *l'élève sherpa* : le professeur peut choisir de donner ce rôle à un « bon » élève, ou à un élève en difficulté ; il peut laisser ce rôle au même élève pendant toute la séance, ou changer l'élève en charge de ce rôle en fonction des propositions des élèves ; le professeur peut demander aux élèves de régler leur activité instrumentée sur celle de *l'élève sherpa*, ou au contraire laisser libre l'initiative des élèves, et comparer les techniques individuelles et celle de *l'élève sherpa*.

Penser l'organisation du temps de la classe, c'est penser la succession des configurations didactiques et de leurs modes d'exploitation en fonction des différentes phases de traitement du problème mathématique en jeu. Dillenbourg et Jermann (2010) proposent le modèle d'une partition musicale (Figure 8) pour décrire la succession de phases individuelles, de travail en groupe, ou de toute la classe, ou de l'école, et, pourquoi pas, d'un système ouvert de traitement de problèmes via Internet, de phases de travail dans une communauté plus ou moins vaste.

Figure 8 – Régler les configurations et les modes d'exploitation en fonction du problème traité



Source : Dillenbourg et Jermann (2010).

Ces concepts d'organisation de l'espace et du temps de la classe, de configurations didactiques et de modes d'exploitation, permettent de concevoir des orchestrations. On pourrait développer par exemple l'orchestration de la situation « combien de 0 à la fin de  $n$  ! » dans une classe de lycée équipée de calculatrices numériques, en combinant une configuration 1 de travail individuel avec calculatrice et papier-crayon ; une configuration 2 de travail par binôme, un élève utilisant sa calculatrice et l'autre élève une affiche et un crayon ; une configuration 3 de présentation de posters ; une configuration 4 d'élève sherpa. L'orchestration pourrait reposer sur l'organisation suivante :

<sup>7</sup> Un sherpa est celui qui guide les expéditions dans l'Himalaya et qui porte aussi des bagages collectifs.

- phase 1, 20 mn, recherche de conjectures : configuration 1, mode d'exploitation de travail autonome ;
- phase 2, 20 mn, mise à l'épreuve des conjectures : configuration 2, mode d'exploitation de narration de recherche (un élève met à l'épreuve les conjectures, l'autre élève écrit sur une affiche les différentes étapes du travail, les résultats intermédiaires, les contre-exemples trouvés...)
- phase 3, 20 mn, comparaison des résultats : configuration 3, mode d'exploitation de visite commentée (les binômes accrochent sur le mur leurs affiches ; un élève reste près de l'affiche pour la commenter, l'autre visite les autres affiches ;
- phase 4, 30 mn, vers la recherche d'un consensus : configuration 4, mode d'exploitation de guidage de l'élève sherpa et de pilotage de la discussion par le professeur.

Bien sûr, il ne s'agit que d'une proposition que le professeur ajustera en fonction de sa connaissance de la classe, des difficultés des élèves... Et l'orchestration pourra évoluer en fonction de l'expérience propre du professeur (après l'avoir mise en œuvre plusieurs fois, il pourra ajuster le temps des différentes phases, les configurations et les modes d'exploitation).

Ce modèle d'orchestration a été implémenté dans divers contextes, et a été l'objet de discussions et de nouveaux développements que nous présentons dans la section suivante.

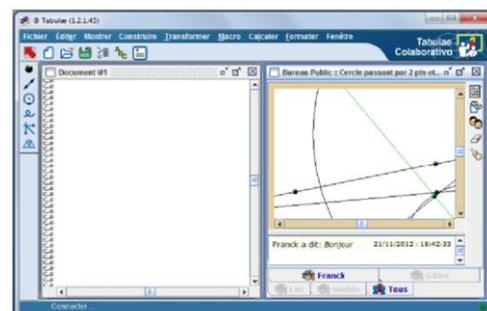
### *Les orchestrations instrumentales, discussion*

Les orchestrations instrumentales ont été discutées de quatre points de vue, que nous allons évoquer maintenant.

Un premier questionnement critique visait le caractère *a priori* de la conception d'une orchestration instrumentale. Drijvers *et al.* (2010) ont mis en évidence que toute orchestration évoluait nécessairement lors de sa mise en œuvre. Ils ont proposé le concept de *performance didactique* pour décrire les ajustements que le professeur doit opérer dans la classe quand il met en œuvre les configurations et les modes d'exploitation qu'il avait prévus *a priori*. Ces ajustements peuvent conduire à modifier les modes d'exploitation, ou les configurations, ou le timing des différentes phases de la situation. Cela conduit à penser des orchestrations plus flexibles, qui peuvent prendre en compte, dans le fil de l'activité de la classe, les propositions des élèves qui apparaissent ainsi comme des co-concepteurs de l'orchestration instrumentale (c'est en fait un des aspects de l'élève sherpa, figure 7, de contribuer à la mise en œuvre d'une orchestration instrumentale, et éventuellement, à l'évolution de ses formes).

Un deuxième questionnement, que nous avons déjà évoqué (p. 106), est le partage des tâches entre le professeur et l'environnement informatique pour l'orchestration des situations mathématiques. Certains environnements (Figure 9) permettent de soutenir le travail collaboratif des élèves : comment peuvent-ils être des éléments constitutifs des orchestrations pensées par le professeur ? Cette question est d'autant plus vive que se développent des dispositifs comme les MOOC (Massive Open Online Courses) qui mettent en jeu de très nombreux acteurs (enseignants, tuteurs, élèves).

Figure 9 – L'interface Tabulae permettant de combiner le travail individuel et le travail collectif

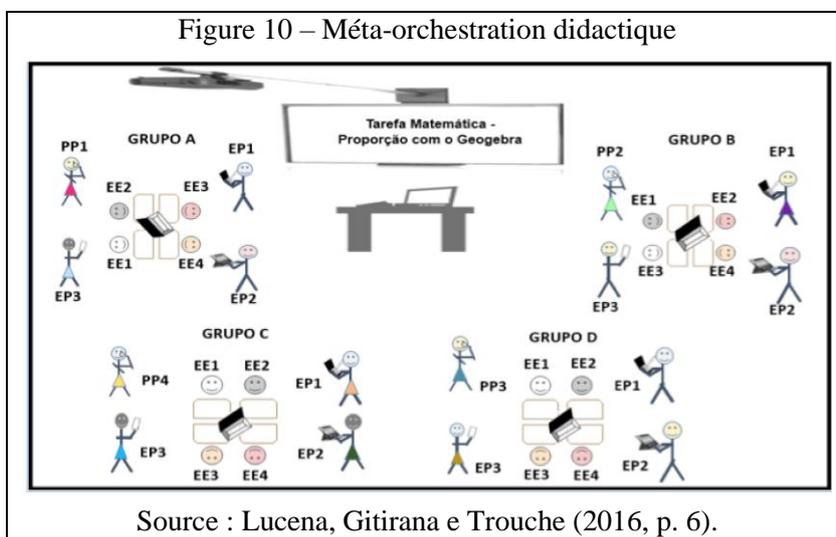


Source : Bellemain (2014).

L'environnement informatique est alors là, nécessairement, un agent actif des orchestrations.

Un troisième questionnement concerne les instruments en jeu dans les orchestrations. Deux points de vue sont possibles. Le premier point de vue, qui a fondé la création du concept, vise les différents instruments développés par une communauté d'apprenants. Par exemple, pour l'étude d'un problème qui concerne les fonctions numériques, l'orchestration permet de faire « jouer » ensemble les différents instruments que les élèves développent pour l'étude des fonctions numériques. Le deuxième point de vue que l'on peut aussi avoir vise les différents instruments que développent un même élève (par exemple un instrument d'étude des fonctions numériques et un instrument d'étude des équations numériques). Le rôle de l'orchestration est alors d'aider l'élève à développer son propre système d'instruments. Trouche et Drijvers (2014) soutiennent l'idée que les deux points de vue sont complémentaires : en faisant jouer les différents instruments présents dans la classe, on aide chaque élève à mieux articuler les différents instruments qu'il développe pour lui-même... et réciproquement.

Un quatrième questionnement concerne la formation des enseignants. Comment penser une formation qui permette aux enseignants de concevoir eux-mêmes des orchestrations instrumentales ? Quels dispositifs concevoir dans cette perspective ? Lucena *et al.* (Figure 10) proposent le concept de *méta-orchestration* pour décrire les dispositifs d'enseignement qui ont pour objectif l'enseignement du concept d'orchestration.



On le voit, le développement du concept d'orchestration ouvre la voie à de nombreux programmes de recherche. Il s'inscrit aussi dans une dynamique : des ressources des élèves vers les ressources du professeur, intégrant à la fois les artefacts, les exercices, problèmes, leçons, et les orchestrations. Cette dynamique appelle un point de vue unifié sur toutes les « choses » qui nourrissent le travail du professeur et évoluent au fil de son activité. C'est le sujet de la section suivante.

## L'APPROCHE DOCUMENTAIRE DU DIDACTIQUE

Nous présentons dans cette section la genèse de cette approche, ses principaux concepts, un exemple pour l'illustrer, et les développements en cours.

### *L'approche documentaire du didactique, genèse*

L'approche instrumentale s'intéressait de fait, essentiellement, à l'utilisation d'une variété d'artefacts par les élèves. La prise en compte des professeurs a conduit à introduire le

concept d'orchestration instrumentale, et à distinguer une variété de *ressources* qui entrent dans la préparation de leur enseignement. Le mot « ressources » émerge au début des années 2000, pour des raisons convergentes :

- la première raison est d'ordre technologique, elle est liée à l'essor d'Internet. Comment distinguer, sur Internet, ce qui est un logiciel ? Un problème mathématique à résoudre ? Un scénario de mise en œuvre dans la classe ? Le mot ressource s'impose, pour désigner une entité qui intègre des objets mathématiques, des moyens de les manipuler et des propositions d'exploitation didactique ;
- la deuxième raison, en relation avec la première, est liée aux usages qui se développent dans les communautés de recherche sur l'enseignement des mathématiques. Dans un article de synthèse réalisé pour le troisième Handbook international sur l'éducation mathématique, Trouche *et al.* (2013) mettent en évidence l'usage extensif de la notion de ressources, non présente dans le deuxième Handbook, 10 ans plus tôt ;
- la troisième raison est liée aux travaux de recherche qui conceptualisent la notion même de ressource. Les travaux d'Adler (2000) proposant une notion large de ressource comme tout ce qui *re-source* l'activité du professeur apparaissent particulièrement productifs et sont largement repris au niveau international.

Différents travaux essaient de préciser cette notion large. Ainsi, en France, le programme national de recherche ReVEA (anr-revea.fr), propose de distinguer différents *niveaux* de ressource : des ressources « contenu » (manuels scolaires ou encore bases d'exercices...) ; des méta-ressources facilitant l'accès à ce premier niveau de ressources (catalogues, index, moteurs de recherche...) ; enfin des ressources pour manipuler du contenu (traitements de texte, logiciels de géométrie, de simulation...). Il n'est pas facile, pour l'utilisateur en tout cas, de distinguer ces différents niveaux de ressource. Revenons sur l'exemple de la recherche du nombre de zéros à la fin de factorielle  $n$  (p. 106).

La question est posée sur un moteur de recherche (figure 11). Le moteur de recherche apparaît transparent pour l'utilisateur, qui ne réalise pas toujours que ce moteur fait des choix dont la raison reste cachée. Il propose un très grand nombre de « ressources » dans un ordre donné. La plupart du temps, l'utilisateur va explorer les premières réponses proposées. Le moteur de recherche étant paramétré ici en portugais, les premières réponses qui apparaissent sont exprimées dans cette langue. La fonction de catalogue apparaît ici clairement.

La première ressource relève à la fois du premier niveau (du contenu), du deuxième niveau (catalogue) et du troisième niveau (manipulation de contenu).

Elle propose en effet un ensemble de réponses (figure 12), ouvrant les voies de la résolution du problème, et décide aussi, pour des raisons qui restent obscures, celle qui est qualifiée de « meilleure réponse », constituant ainsi une affordance forte pour

Figure 11 – 334000 ressources proposées en réponse à la question

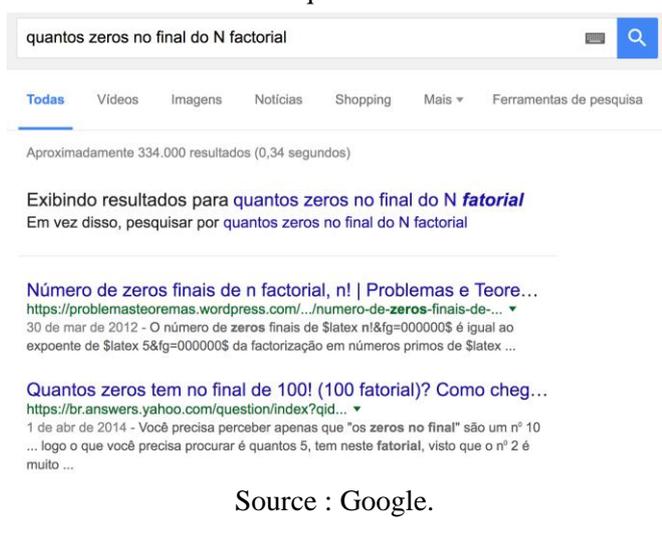


Figure 12 – Le site décide de la meilleure réponse à la question posée

le choix de l'utilisateur. Elle oriente la résolution du problème et la manière d'intégrer d'autres ressources (par exemple une calculatrice pour calculer des valeurs de  $n!$ ), c'est-à-dire l'orchestration de cette situation dans la classe.

On est loin, donc, d'un seul artefact, ou d'un ensemble limité d'artefacts, qui pourraient soutenir l'activité du professeur.

Respostas

 **Melhor resposta:** Tem 24 zeros no final.

Você precisa perceber apenas que "os zeros no final" são um  $n^{\circ}$  10 multiplicando, e cada  $10 = 5 \cdot 2$ , logo o que você precisa procurar é quantos 5, tem neste fatorial, visto que o  $n^{\circ}$  2 é muito abundante neste número.

Assim, (tabuada do 5):

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95 e 100.  
-<--São 20 números que tem "5"

Mas dentre estes, há 4 números que possuem o "5" duas vezes, são eles:  
 $25=5^2$  ou  $5 \times 5$   
 $50=2 \cdot 5^2$   
 $75=3 \cdot 5^2$   
 $100=4 \cdot 5^2$   
Portanto eles precisam ser contados em dobro também.

Assim temos,  $20+4=24$

C'est cette compréhension de la diversité des ressources disponibles pour l'action du professeur, et de leur influence, qui a conduit Gueudet et Trouche (2008, 2016) à proposer *une approche documentaire du didactique* que nous présentons dans la section suivante.

### *L'approche documentaire du didactique, principaux concepts et cadre général*

Cette approche repose sur une compréhension du travail du professeur qui repose sur : la notion de ressources, plus large que celle d'artefact ; sur la notion de document, plus large que celle d'instrument ; sur les notions de genèse documentaire (où on retrouvera les concepts d'instrumentation et d'instrumentalisation) ; sur la notion de système de ressources.

L'approche documentaire du didactique considère le travail du professeur dans son unité et sa continuité, comme un travail avec/pour des ressources, qui constituent la matière de son enseignement. Gueudet et Trouche (2008, 2016) proposent, dans le fil du texte d'Ader (2000), une vision large de la notion de ressource, mais en la restreignant à :

- ce qui est *extérieur* au professeur : les connaissances du professeur ne sont pas considérées ici comme des ressources, mais comme ce qui pilote le travail avec les ressources, et qui est en permanence renouvelé par ce travail ;
- ce qui est *matériel* : les humains – par exemple les collègues du professeur – ne sont pas considérées comme des ressources. Par contre, les conseils, les messages, les propositions de ces collègues, comme entités matérielles, ou matérialisables, sont considérées comme des ressources.

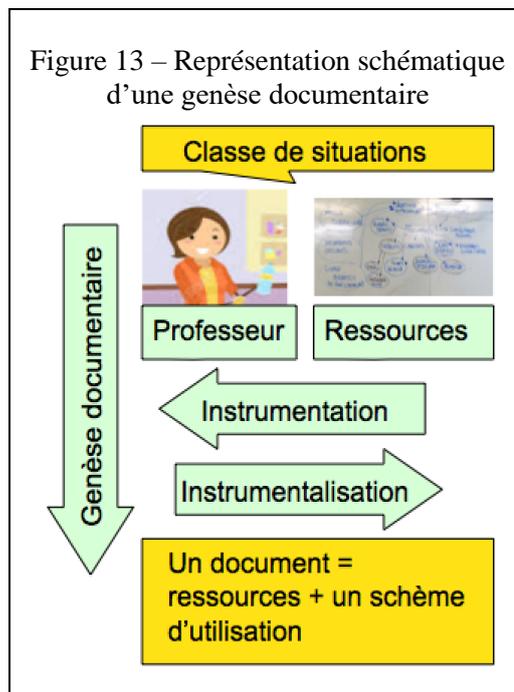
Comme l'approche instrumentale, qui distinguait ce qui était *disponible* pour l'activité (les artefacts) et ce qui était *développé* par les sujets (les instruments), l'approche documentaire distingue ce qui est disponible pour l'activité des professeurs, les ressources, et ce qu'ils développent pour soutenir leur activité d'enseignement : les *documents*. La notion de document est reprise du champ de l'architecture de l'information<sup>8</sup>, un champ émergent avec l'essor de l'Internet. Un collectif pluridisciplinaire (PEDAUQUE, 2003), à l'origine en France de ce champ, s'est constitué pour penser les reformulations du numérique. Il a proposé plusieurs équations pour définir un document, suivant qu'on le considère comme *forme* (document = structure + données), comme *signe* (document = texte informé + connaissance) ou comme *médium* (document numérique = texte + procédure). Prolongeant, d'un point de vue didactique, cette réflexion, (GUEUDET & TROUCHE, 2008, 2016) ont proposé une

<sup>8</sup> Architecture de l'information : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Architecture\\_de\\_l'information](https://fr.wikipedia.org/wiki/Architecture_de_l'information)

définition du document comme *support de l'action didactique du professeur* : document = ressources + schème d'utilisation.

Nous retrouvons (figure 13) des éléments du modèle de l'approche instrumentale (figure 4), en particulier les processus d'instrumentation et les processus d'instrumentalisation à l'œuvre, tout au long d'une genèse, que nous appelons ici genèse documentaire. L'action du professeur s'inscrit dans des institutions (par exemple : l'enseignement des mathématiques au lycée, un établissement scolaire, une association de professeurs...).

Le modèle, par rapport à l'approche instrumentale, est enrichi : il s'agit d'un point de vue holistique sur l'action du professeur. Nous ne considérons pas seulement quelques artefacts, mais l'ensemble des ressources disponibles pour la préparation de l'enseignement du professeur. Certaines ressources ont déjà été appropriées par le professeur, elles sont « déjà-là », elles constituent ce que nous appelons son *système de ressources*, d'autres ressources sont sans cesse intégrées, ou retravaillées. Le système de ressources d'un professeur est donc une entité vivante, structuré en relation avec son activité (suivant les niveaux d'enseignement, les types d'activité...).



Une genèse documentaire concerne une classe de situations (par exemple : introduire l'aire d'un disque) (p. 119). Il ne s'agit pas de la préparation *d'une seule* leçon que l'on va mettre en œuvre *une fois*, mais d'un *cycle préparation/mise en œuvre* d'une leçon sur un thème donné, qui va se reproduire dans des contextes différents (dans plusieurs classes la même année, puis reproduit l'année suivante, etc.). Les genèses documentaires sont donc des processus continus.

Les processus d'instrumentation peuvent être très forts – on a vu (p. 115) les affordances de certaines ressources, qui contribuent à pré-structurer l'activité du professeur. Les processus d'instrumentalisation sont aussi forts (plus que pour les artefacts : ce n'est pas toujours facile de voir comment un utilisateur adapte les artefacts qu'il s'approprie). Ici la diversité des ressources que le professeur s'approprie conduit à une grande diversité d'adaptations. Les ressources qui constituent un document sont en général assez différentes des ressources d'origine : elles ont été travaillées, modifiées, recombinaées pour s'adapter à l'action du professeur.

Le schème (p. 107) est l'organisation invariante de l'activité du professeur pour mettre en œuvre une situation. Cette activité est soutenue par les ressources retravaillées. Le terme « utilisation », dans « schème d'utilisation » doit être compris dans un sens large. Il concerne toute l'action didactique du professeur, depuis la sélection des ressources, jusqu'à leur adaptation, leur structuration, leur mise en œuvre dans la classe, leur révision *a posteriori*, etc. Les invariants opératoires qui sont au fond des schèmes pilotent cette utilisation des ressources. Ils sont relativement résistants (ils se sont forgés au cours de plusieurs cycles d'utilisation). Ils ont aussi une certaine plasticité, et peuvent évoluer dans la confrontation à de nouvelles circonstances d'enseignement (de nouvelles ressources disponibles, les performances didactiques dans la classe...).

L'approche documentaire analyse le travail des enseignants au travers des genèses documentaires. Les différentes genèses documentaires sont la trame du *travail documentaire* des enseignants. Ce travail documentaire est un moteur de l'évolution des systèmes de ressource des enseignants et un moteur de leur développement professionnel, via l'évolution de leurs schèmes.

### Une étude de cas

Il est difficile de décrire en quelques mots une genèse documentaire qui se déroule sur un ensemble de cycles préparation/mise en œuvre d'une leçon. Nous verrons (p. 115) les problèmes méthodologiques que la collecte de données, et leur analyse posent. Nous ne faisons ici que décrire un moment d'une genèse documentaire, dans un objectif d'illustration des concepts que nous venons de présenter.

Il s'agit du cas d'une enseignante, Maria, qui a pour objectif d'introduire et prouver la formule qui donne l'aire d'un disque,  $A = \pi \times R^2$ , pour des élèves d'une classe de 4<sup>ème</sup> en France (élèves de 13 ans).

Parmi toutes les ressources disponibles, de différents types (manuels scolaires, sites Internet...), elle a progressivement sélectionné deux ressources principales pour cette leçon : une animation qu'elle a trouvée sur le site personnel d'un professeur<sup>9</sup> ; et un tableau blanc interactif.

L'animation (figure 14) permet de suivre le film de la décomposition du disque en triangles (si on confond les petits arcs de cercle en segments). Une valeur approchée de l'aire du disque est alors la somme de l'aire des triangles, soit  $A = \pi \times R^2$ .

Le tableau blanc interactif (figure 15) permet de garder la mémoire des interactions entre le professeur et les élèves.

Le professeur a construit une orchestration qui repose sur deux configurations :

- première configuration : les élèves travaillent par groupes de 2. L'animation passe en boucle sur le tableau blanc interactif. Les élèves doivent interpréter la transformation dynamique du disque en triangles, et en déduire l'aire du disque à partir de l'aire des triangles ;
- deuxième configuration : le professeur coordonne une

Figure 14 – Quelques clichés d'animation mettant en scène le calcul approché de l'aire d'un disque

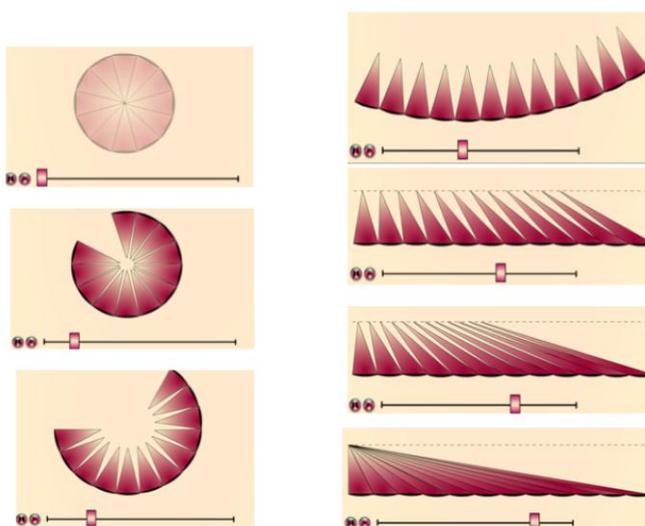
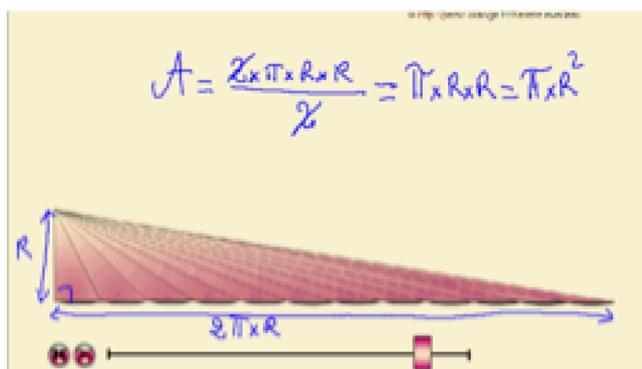


Figure 15 – Le tableau blanc interactif qui permet de superposer du texte écrit sur les images de l'animation



<sup>9</sup> [http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/hist\\_mat/textes/mirliton.htm#zero](http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/hist_mat/textes/mirliton.htm#zero)

discussion avec l'ensemble des élèves, pour confronter les résultats qu'ils proposent.



La discussion est soutenue par des réponses écrites sur le tableau blanc interactif, en superposition des images de l'animation (figure 15).

Le professeur a ainsi développé un document pour enseigner l'aire du disque. Ce développement a combiné un processus d'instrumentation (avant la découverte du site proposant le découpage dynamique du disque, le professeur organisait sa leçon autrement) et un processus d'instrumentalisation, combinant le tableau blanc interactif et l'animation pour organiser la discussion dans la classe. Ce document est composé, pour l'essentiel, de ces deux ressources combinées, et d'un schème d'utilisation. On peut inférer, dans le schème d'utilisation de ces ressources, des invariants opératoires de différentes natures :

- De nature mathématique : « on justifie une formule d'aire à partir du découpage et du recollement de surfaces d'aires connues », « on peut passer de valeurs approchées à une valeur exacte en s'appuyant sur l'intuition des élèves » ...
- De nature didactique : « les conjectures des élèves sont facilitées par la vision répétée d'une animation mathématique ».

On pourrait inférer d'autres invariants opératoires, mais, pour approfondir cette analyse, il faudrait : suivre *la préparation* de cette leçon par le professeur ; suivre la mise en œuvre de cette leçon dans différents contextes ; étudier la place de cette ressource dans le système de ressources du professeur (une ressource isolée, ou au contraire une ressource développée en synergie avec d'autres ressources, utilisant le même site, et le tableau blanc interactif de la même façon...).

On le voit bien, l'analyse du travail documentaire du professeur pose un ensemble de questions méthodologiques, que nous allons aborder dans la section suivante.

### *L'approche documentaire du didactique, questions et perspectives*

On souligne d'abord dans cette section l'actualité des questions posées par l'approche documentaire du didactique, puis on présente les principes méthodologiques de l'investigation réflexive, enfin on propose un nouveau support pour la mise en œuvre de cette méthodologie : les web documents.

Le travail documentaire des enseignants à l'ère d'Internet prend de nouvelles formes que nous avons déjà soulignées, liées au nombre et à la diversité des ressources disponibles. Le potentiel des nouvelles formes de communication (messagerie instantanée, plateforme) soutient aussi le développement de nouvelles formes de *travail collectif des enseignants* (PEPIN, GUEUDET & TROUCHE, 2013). Les manuels scolaires combinent désormais des formats papier et numériques (PEPIN *et al.*, 2015) et de nouvelles formes de conception collaborative de ces manuels voient le jour (ROCHA & TROUCHE, 2016). Ces évolutions posent des questions d'ordre institutionnel : comment guider les enseignants dans le choix de leurs ressources ? C'est l'objectif du programme PNLD du ministère brésilien de l'éducation (BELLEMAIN *et al.*, 2016). Ces évolutions posent aussi, naturellement des questions aux chercheurs. C'est ainsi le cœur d'un programme national de recherche en France, de 2014 à

2018, ReVEA (Ressources vivantes pour l'enseignement et l'apprentissage<sup>10</sup>) : comment modéliser la notion même de ressource ? Comment analyser les métamorphoses du travail documentaire des enseignants ? Il y a ainsi des motivations fortes pour développer des méthodologies efficaces pour l'analyse des formes individuelles et collectives du travail documentaire des enseignants.

Analyser ce travail suppose de : repérer les ressources que le professeur travaille et intègre dans son système de ressources ; saisir la structure de ce système de ressources ; inférer les schèmes d'utilisation des ressources pour des classes de situation données. Le travail documentaire se déroulant dans une diversité de lieux (au domicile du professeur, dans sa classe, avec ses collègues, dans la voiture qui l'amène à l'école...), il est impossible pour un chercheur d'assurer une collecte de données dans tous les lieux et les moments où ce serait pertinent. Cette nécessité de collecte de données et ces contraintes ont conduit à la conception de la *méthodologie d'investigation réflexive* (GUEUDET & TROUCHE, 2010), qui mobilise le regard du professeur sur son propre travail documentaire. Il ne s'agit pas, bien sûr, de remplacer le travail de collecte de données, qui est de la responsabilité du chercheur, par un travail de collecte de données mené par professeur lui-même... Mais il s'agit pour le chercheur de récupérer, grâce à la collaboration du professeur, des éléments de *continuité* de son travail documentaire dans une diversité de lieux et de moments. Et une hypothèse forte est que cette sollicitation du professeur sur son propre travail documentaire va susciter sa réflexivité, et lui permettre de mieux saisir, lui-même, la structure de ses propres ressources.

Notons que les protagonistes de l'investigation réflexive ne sont pas seulement LE chercheur, et Le professeur : l'investigation réflexive peut s'appuyer aussi sur l'interaction entre plusieurs enseignants et chercheurs : les dispositifs d'entretiens réalisés à Recife (deux chercheurs questionnant deux enseignants travaillant régulièrement ensemble) ont ainsi l'intérêt de cette perspective collective : les deux enseignants complètent mutuellement la description de leurs systèmes de ressources, du fait de leur bonne connaissance mutuelle (figure 16)...

Figure 16 – Deux chercheuses questionnent deux enseignants. Un des deux enseignants complète la description que fait son collègue des ressources qu'il utilise



Cette méthodologie propose différents outils, en particulier : des *cartographies réflexives*, par le professeur, de son système de ressources ; ou encore un *journal de bord*, où le professeur note, dans une période donnée (par exemple le temps de la préparation et de la mise en œuvre d'une leçon) le moment et le lieu où son travail documentaire prend place, les acteurs impliqués, les objectifs de ce travail, les ressources utilisées et les ressources produites. Cela suppose naturellement, pour le chercheur, de convenir avec le professeur d'un contrat méthodologique précis où les engagements respectifs du chercheur et de l'enseignant sont bien établis.

Le suivi du travail documentaire du, ou des, professeur(s) peut alors se faire sur deux échelles de temps :

<sup>10</sup> [www.anr-revea.fr](http://www.anr-revea.fr)

- le temps court (entre une et trois semaines) où le professeur prépare et met en œuvre une leçon. Le chercheur peut alors concentrer le recueil de données (appuyé par exemple par des vidéos) et leur analyse sur des moments clés, par exemples : la préparation de la leçon ; sa mise en œuvre, éventuellement dans différents contextes ; l'analyse critique des effets de la leçon – par exemple par une réflexion sur un test des élèves portant sur la leçon en question – ; enfin des situations d'auto-confrontation, où le professeur est confronté à des vidéos de sa préparation de la leçon, ou de sa mise en œuvre. Le journal de bord du professeur, s'il est bien renseigné, permet alors d'avoir des renseignements utiles sur le travail documentaire qui a lieu entre ces différents moments ;
- le temps long de la carrière d'un professeur, qui permet de repérer des évolutions majeures de son système de ressources et de ses schèmes. C'est un aspect des recherches qui reste encore peu exploré. Deux perspectives essentielles ont été dégagées : faire des coupes temporelles dans le système de ressources (quel était le système de ressources du professeur au début de sa carrière ? 10 ans après ? 20 ans après ?). Ou alors suivre les évolutions continues au cours du temps d'une ressource (repérer une ressource critique du professeur aujourd'hui, et étudier sa généalogie : d'où vient-elle ?) ou les évolutions du travail documentaire du professeur sur une période longue (sa *trajectoire documentaire*, cf. Rocha, 2016). Conduire ces investigations suppose de s'appuyer sur la *mémoire didactique* du professeur, par des méthodes en cours de construction.

La difficulté, pour le chercheur, que ce soit pour des périodes courtes ou pour des périodes longues, est de rassembler et de structurer les données recueillies. C'est l'objectif de la *valise documentaire* (PEPIN, GUEUDET & TROUCHE, 2015 ; TROUCHE, 2015) de permettre une telle structuration. La métaphore de la valise est utilisée pour décrire le stockage des données collectées par le chercheur sur le travail documentaire du professeur. Il s'agit en fait de désigner les ressources d'un voyage à deux niveaux : les ressources rassemblées par chercheur au cours de son exploration du travail documentaire d'un professeur ; les ressources rassemblées par un professeur pour préparer et réaliser l'exploration d'une notion dans laquelle il veut entraîner ses élèves. Un premier exemple de valise documentaire est proposé sur le site EducMath<sup>11</sup>.

La volonté de rassembler le plus de données possibles (vidéos du travail du professeur, ressources utilisées par le professeur, ressources produites par l'investigation réflexive) a conduit à la conception de valises documentaires très lourdes se prêtant difficilement à des analyses, encore moins à des croisements d'analyses. La nécessité de disposer, à la fois, de répertoires de données les plus complets possibles et d'outils d'analyse partageables a conduit à la conception d'outils méthodologiques complémentaires, pouvant soutenir des analyses de données hétérogènes : ce sont les *web documents*. Un web document (ou webdoc, ou webdocumentaire) est défini par Wikipédia (<https://fr.wikipedia.org/wiki/Web-documentaire>) comme quelque chose « conçu pour être interactif – en associant texte, photos, vidéos, sons et animations – et produit pour être diffusé sur le web, [...] *intégrant un point de vue d'auteur* ». Cette définition convenait bien au projet : développer des analyses du travail documentaire du professeur associant texte, photos, vidéos, sons et animations, et intégrant le point de vue du chercheur<sup>12</sup>. Mais parce que, bien que convenable, nous allons préciser et adapter cette définition pour la mise en œuvre de l'ingénierie pour l'élaboration d'un support à la production de tels documents, nous choisirons l'expression web document plutôt que web

<sup>11</sup> [http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/recherche/approche\\_documentaire/documentation-valise](http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/recherche/approche_documentaire/documentation-valise)

<sup>12</sup> L'expression web document, dans le cadre de l'approche documentaire, peut prêter à confusion. On pourrait imaginer qu'un web document est un document, au sens de l'approche documentaire (p. 117), diffusé sur le web. Cela n'aurait pas de sens : on ne voit pas très bien comment on pourrait mettre des schèmes sur le web ... A chaque fois que l'on parlera de web document, il s'agira de l'objet que nous avons défini ici, à partir du sens courant décrit par Wikipedia.

document pour distinguer notre définition de web document en élaboration de celle citée ci-dessus.

De premiers exemples ont été développés à Recife pendant l'école des hautes études de 2015 (LUCENA & ASSIS, 2015 ; ASSIS & LUCENA, 2015). Ces développements ont nécessité de préciser le projet : si on voulait soumettre à la critique des analyses du travail documentaire du professeur, il fallait que ces analyses répondent à des questions précises et que les réponses s'appuient sur un petit nombre d'extraits de données facilement consultables (pour les vidéos par exemple : pas plus de 5 extraits vidéos ; pas plus de 3mn pour chaque extrait). Ces contraintes ont eu des effets positifs : elles ont conduit à poser des questions plus précises, à rechercher les extraits les plus significatifs permettant d'étayer les réponses proposées.

Ce travail a été ensuite poursuivi, de façon indépendante, à Recife et à Lyon. A Lyon, le projet s'est concentré sur le développement de web documents *au service de la recherche*. Dans le cadre du projet ReVEA, la plateforme Ana.Doc<sup>13</sup> a été créée, combinant les objectifs de la valise documentaire et les objectifs des web documents. Cette plateforme est un outil au service d'une communauté de recherche (la communauté réunie en France dans le projet ReVEA), et propose 3 niveaux (figure 16) :

- un niveau de *situations* du travail documentaire. Une situation est définie comme un moment d'interaction d'un enseignant, ou de plusieurs enseignants, avec des ressources (préparation d'une leçon, mise en œuvre, correction de travaux d'élèves, ...). Pour chaque situation, sont décrites et stockées les données recueillies (vidéos, ressources...)
- un niveau de *web documents*, qui proposent des analyses d'une ou de plusieurs situations, en réponse à une question précise (par exemple : quelle place des manuels scolaires dans le travail du professeur ?). L'analyse doit être courte et précise, s'appuyant sur un petit nombre d'extraits de données. La plateforme propose des outils pour commenter l'analyse réalisée, ou proposer des analyses complémentaires ;
- un niveau de glossaire, qui permet un travail conceptuel sur les notions en jeu (par exemple : quelles sont les différentes situations du travail documentaire), dans la perspective d'un vocabulaire partagé dans une communauté de recherche.

Figure 17 - La page d'accueil de la



Source : Plateforme Ana.Doc.

<sup>13</sup> Ana.Doc pour ANalyse du travail DOCumentaire des enseignants. La plateforme est en cours de développement ; elle est accessible avec un mot de passe et un login, à solliciter auprès des auteurs de l'article.

Cette plateforme est un outil au service de la compréhension du travail documentaire des enseignants. Les web documents ont été développés dans cette perspective. Mais les web documents, comme nous les avons définis, peuvent être développés dans d'autres perspectives, au service des enseignants ou encore des formateurs. C'est dans cette perspective qu'a travaillé l'équipe de Recife, perspective qui va être développée dans la deuxième partie de cette conférence.

C'est la fin de cette première partie de la conférence. Dans un premier temps, nous avons proposé une approche, *l'approche instrumentale du didactique*, pour analyser l'appropriation, par les élèves, d'artefacts au service de leurs apprentissages mathématiques. Dans un deuxième temps, nous avons mis en évidence la nécessité d'un concept, *l'orchestration instrumentale*, pour désigner le travail de soutien des professeurs aux genèses instrumentales de leurs élèves. Dans un troisième temps, nous avons proposé une approche élargie, *l'approche documentaire du didactique*, pour analyser les interactions des professeurs avec une grande variété de ressources, dans la perspective de concevoir la matière de leur enseignement. Cette analyse nécessite le développement de nouvelles méthodologies : la *méthodologie d'investigation réflexive* permet de mobiliser les professeurs eux-mêmes pour une collecte de données complémentaires de ce que le chercheur a déjà rassemblées. Il s'agit alors de développer et de partager des outils d'analyse d'un corpus important de données hétérogènes. C'est le but des *web documents* au service de la recherche.

La deuxième partie de la conférence, qui s'ouvre avec la section suivante, part d'un point de vue informatique, et intègre un point de vue didactique. Elle élargit le point de vue sur les web documents, en en faisant un outil au service des chercheurs, des formateurs et des enseignants.

## SUPPORTS INFORMATIQUES A LA DOCUMENTATION

La question de la conception et du développement de supports informatiques à la documentation, dans la compréhension qui en est faite ci-dessus et qui considère la documentation comme un processus ou un produit, est naturelle. En effet, la documentation est :

- hybride et intègre aussi bien des éléments matériels que des éléments numériques ;
- dynamique et dans un double sens. Il s'agit tout d'abord d'un processus continu, soumis à de fréquentes modifications et figé seulement au moment de la livraison (documents pour l'élève, publications, etc.). Ensuite, le document est un produit vivant, offrant des interactions par des artefacts (et logiciels) qui le constituent ;
- collective, la documentation étant le plus souvent réalisée à plusieurs mains travaillant de façon coopérative (partage des tâches entre la conception et la mise en page, par exemple) ou collaborative, synchrone ou asynchrone, en présence ou à distance.

En regardant d'un point de vue essentiellement *technocentrique*, on observe que, par ces diverses technologies, l'informatique offre déjà des supports au processus de documentation dans ces caractéristiques hybride, dynamique et collective :

- par ces capacités de stockage et de communication, il permet la constitution et le partage de répertoires de ressources ;

- par sa capacité de calcul, il permet la création de nouveaux registres de représentation, en particulier dynamiques (géométrie dynamique), permettant de nouvelles relations avec le savoir, disponibles dans des artefacts (ressources) riches, actifs et rétroactifs ;
- par ces interfaces, il offre une multitude de possibilités de construction et d'exploration des objets numériques. Ces interfaces sont autant d'artefacts, objets de genèse instrumentale de la part de leur utilisateur. Elles permettent aussi d'éditer et modifier de façon presque continue des contenus. On a, par exemple, le principe du *WIKI* permettant la production et la modification (à plusieurs mains non synchrones) de documents multimédia. Par les interfaces, c'est aussi une nouvelle relation entre l'ébauche et le produit qui s'établit. C'est le principe du CABRI (CAhier de BRouillon Informatisé, Interactif) qui permet d'avoir du « propre » en faisant du « brouillon ».

Organisant ces apports technologiques, de nombreux environnements offrent des fonctions et interfaces pour l'élaboration de documents numériques (en ligne ou non) : ToolBook<sup>14</sup> permettant la fabrication de livres électroniques, les éditeurs de contenus web, ou encore la plupart des CMS<sup>15</sup> ou LMS<sup>16</sup>, par exemple. Toutefois, malgré cette richesse d'outils, et même considérant que beaucoup d'entre eux sont développés dans une perspective anthropocentrique (i.e. en prenant en compte les besoins des utilisateurs - professionnels de l'éducation, élèves - comme Moodle par exemple), nous n'en connaissons aucun qui proposent de donner un support à la documentation selon la perspective de l'orchestration instrumentale et de l'approche documentaire.

Notre intérêt pour la conception et le développement de supports informatiques à la documentation n'a pas pour objectif de développer un LMS prenant en compte les apports théoriques et méthodologiques de l'orchestration instrumentale et de l'approche documentaire, même si, nous en sommes convaincus, un tel environnement serait extrêmement utile pour la recherche, comme pour l'enseignement. Par contre, des développements effectifs d'artefacts, de modules, au moins sous la forme de prototypes, font partie de notre démarche scientifique, ne serait-ce que comme instrument de validation. En effet, un des objectifs des recherches de notre groupe LEMATEC est de contribuer au champ scientifique de l'ingénierie des EIAH (TCHOUNIKINE, 2011 ; BELLEMAIN *et al.*, 2015). *L'ingénierie des EIAH est le domaine de recherche dont l'objet est d'élaborer des connaissances relatives à la conception des EIAH* (TCHOUNIKINE, 2009, p. 14). Dans le cas précis du support à la documentation, nous nous intéressons plus particulièrement à l'élaboration d'une ingénierie de EIAH qui intègre et articule, dans une perspective transdisciplinaire, les principes théoriques et méthodologiques de l'orchestration instrumentale et de l'approche documentaire avec ceux du génie logiciel. Dans ce cadre, la réalisation de prototypes fait partie intégrante du processus d'ingénierie comme moyen de validation de la méthodologie (ingénierie) et comme moyen de validation de l'analyse a priori qui fonde leur conception.

Une autre motivation au choix d'une réalisation effective de prototypes fondés sur une interprétation informatique de notions didactiques conduit, par les besoins de la réification, à une meilleure compréhension des notions concernées, mais souvent aussi à une évolution, au développement d'une dimension « calculatoire » de ces notions dans le sens où l'a ébauché Balacheff en proposant la *didactique computationnelle* (BALACHEFF, 1994).

Dans ce texte, nous proposons donc d'aborder la conception et le développement de supports informatiques à la documentation en prenant comme point d'entrée notre interprétation informatique de l'orchestration instrumentale et de l'approche documentaire.

<sup>14</sup> <https://en.wikipedia.org/wiki/ToolBook>

<sup>15</sup> Content Management System ([https://en.wikipedia.org/wiki/Content\\_management\\_system](https://en.wikipedia.org/wiki/Content_management_system))

<sup>16</sup> Learning Management System ([https://en.wikipedia.org/wiki/Learning\\_management\\_system](https://en.wikipedia.org/wiki/Learning_management_system))

Dans ce contexte, deux notions nous ont parues essentielles : *web document* et *ressource*, notions dont nous donnerons notre compréhension et interprétation dans le contexte informatique.

La raison qui probablement justifie le plus ce choix de recherche et de développement incorporant des implémentations effectives est à chercher dans l'histoire de l'équipe LEMATEC. C'est par cette histoire que nous allons commencer notre interprétation informatique de l'orchestration instrumentale et de l'approche documentaire.

### *Instrumenter la documentation, chronique d'une rencontre annoncée*

Il ne s'agit pas ici de raconter l'histoire de notre activité de recherche et développement, mais simplement de citer quelques réalisations qui jalonnent cette histoire et constituent, pour nous, les briques (et les fondations) de la construction de supports à la documentation telle que nous l'envisageons. Il faut préciser aussi que les interactions et articulations entre les travaux menés par Luc Trouche et les travaux menés par les membres de l'équipe de Recife existent depuis longtemps et bien avant que le partenariat ne soit construit – voir par exemple Trouche (2010).

Plutôt que présenter ces éléments dans un ordre chronologique, nous les présentons autour de questions ayant un rapport avec l'orchestration instrumentale et l'approche documentaire d'un point de vue informatique. Nous n'entrerons pas non plus dans le détail des réalisations, renvoyant le lecteur aux publications qui les concernent.

#### - Construction d'artefact (micromonde, simulation, etc.)

Il s'agit ici essentiellement de créer des interfaces pour que l'activité mathématique puisse se faire dans l'environnement informatique. C'est dans ce cadre que s'inscrivent nos travaux sur les micromondes *Cabri-géomètre* (BELLEMAIN, 1992) et *Function Studium*<sup>17</sup> (figure 18) (TIBURCIO, 2016 ; SILVA, 2016), la simulation *Formas*<sup>18</sup> (SIQUEIRA, 2009), le jeu du *Bingo dos Racionais*<sup>19</sup> (MELO *et al.*, 2011 ; RAMOS, 2015, version numérique en développement). Plus que permettre l'activité mathématique dans l'environnement informatique, c'est l'apport des principes de manipulation directe et d'engagement direct pour la construction d'interfaces qui enrichissent cette activité, notamment par création de registres de représentation dynamique des objets mathématiques.

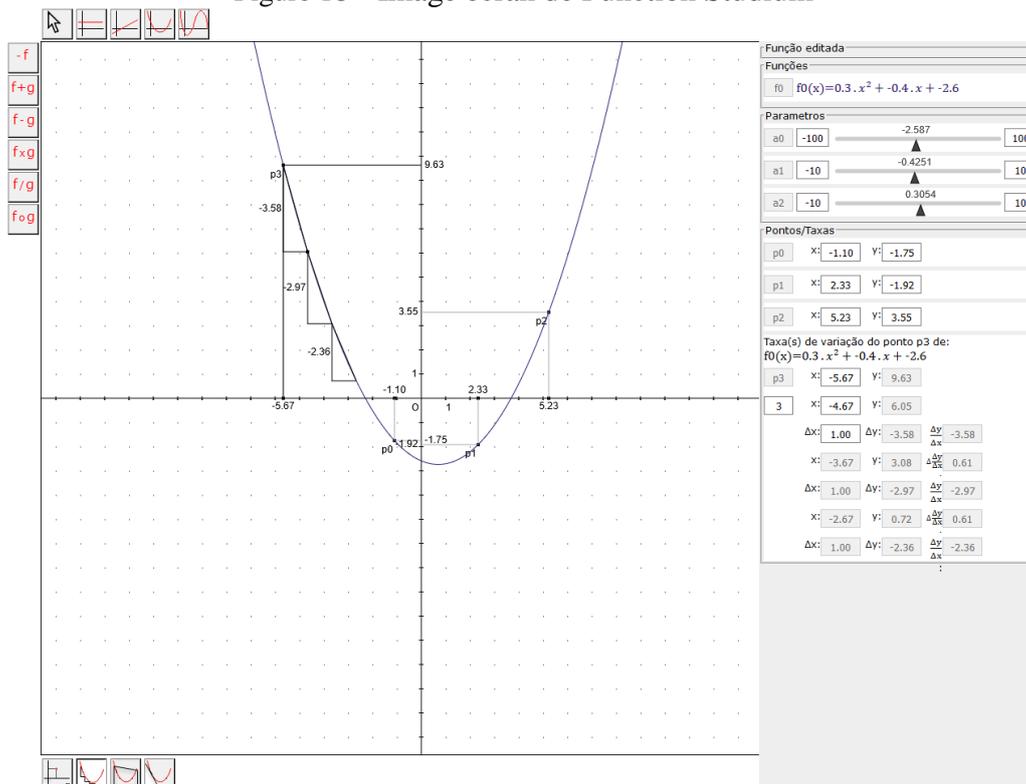
---

<sup>17</sup> *Function Studium* est un micromonde développé pour l'étude des fonctions numériques. Il permet d'articuler de façon dynamique, et grâce à la manipulation directe d'éléments caractéristiques (points de la courbe, coefficients de l'équation, valeurs numériques, etc.), les représentations graphique (graphe), algébrique, en tableau de correspondance de fonctions. Quelques outils permettent également de déterminer quelques éléments caractéristiques des fonctions comme le taux de variation et son évolution (sur un intervalle ou instantané).

<sup>18</sup> *Formas* est une simulation qui permet d'articuler de façon dynamique, et grâce à la manipulation directe du graphe ou des coefficients des équations, le graphe de la parabole avec son équation dans les formes développée, canonique et factorisée.

<sup>19</sup> Le *Bingo dos racionais* est un jeu de loto pour lequel les nombres utilisés sont des rationnels, représentés sur les cartes grâce à divers registres : décimal, fractionnaire, graphique, pourcentage, etc. L'idée du bingo des rationnels a son origine dans le projet REDE qui avait pour objectif la création, et la formation de professeurs à l'utilisation, de jeux mathématiques avec du matériel recyclable.

Figure 18 – Image écran de Function Studium

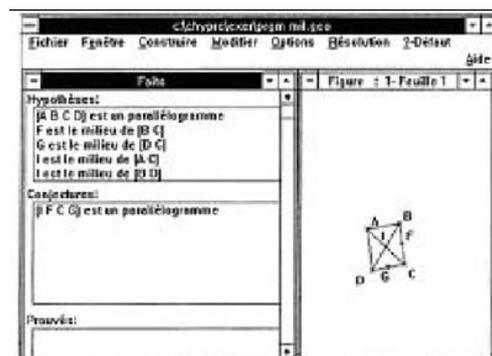


Source : Function Studium.

- Articulation entre artefactos

Figure 20 – Partage de l'écran entre la figure et la démonstration dans Cabri-Euclide

Figure 19 – Image écran de la TI-92



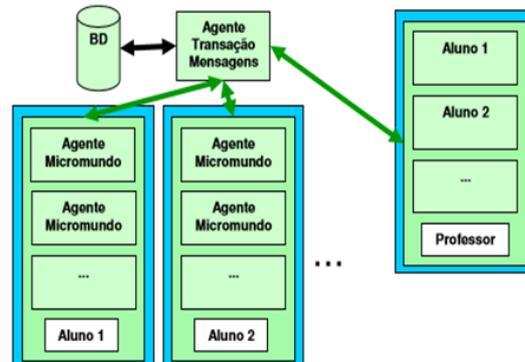
Il s'agit là de permettre que des artefactos (micromonde ou simulation) construits, communiquent entre eux. L'idée est de permettre l'exploration de données par des interfaces différentes, comme, par exemple, permettre étudier une même figure de géométrie du point de la géométrie graphique avec un artefact de géométrie dynamique, ou du point de vue de la dépendance entre les objets avec un artefact de traitement de graphes ou encore du point de vue algébrique par le traitement des équations avec un CAS. Cette communication peut se faire par l'échange *ad hoc* de données numériques entre applications comme c'est le cas de la

TI-92<sup>20</sup> (figure 20), ou des échanges d'information avec des éléments de sémantique par des structures de communications de haut-niveau (Apple Events<sup>21</sup> par exemple), dans le cas de Cabri-Euclide (figure 19) (LUENGO, 1998).

#### - Support à l'orchestration

Sans nécessairement nous fonder sur les apports théoriques et méthodologiques de l'orchestration instrumentale, nous avons exploré quelques pistes pour donner un support à l'enseignant pour la construction, l'application et la gestion de situations « *dans des environnements technologiques complexes qui proposent une multiplicité d'outils ...* » (TROUCHE, 2003). Ce support a pris la forme de l'implémentation de fonctions dans Cabri-géomètre comme la possibilité de choisir et organiser les outils de géométrie disponibles ou de pouvoir créer un fichier « situation » embarquant un choix de menu, de macro-construction et de figure. Il a pris la forme d'une structure technique complexe (pour l'époque) permettant le partage d'espace de travail et le préceptorat à distance dans le cas de TeleCabri (Balacheff, 1996), ou d'une architecture également sophistiquée dans Baghera (WEBBER e al, 2001). Pour finir, ce support a pris la forme de la mise à disposition d'une bibliothèque de modules (ressources) et de choix d'architectures d'articulation de ces modules (configurations didactiques) pour la construction, la mise en œuvre et la gestion de situations, dans le cas de Ciencia-online<sup>22</sup> (figure 21) (BELLEMAIN, 2013).

Figure 21 – Schéma des flux d'information dans une modalité collaboration de Ciência-online



Fonte : (BELLEMAIN, 2006, p.21).

#### - Support à l'activité collaborative

<sup>20</sup> La TI-92 embarque plusieurs applications : traceur, tableur, CAS (Computer Algebra System), géométrie dynamique, etc. et des données numériques pouvaient être partagée par les applications. Il est, par exemple, possible d'alimenter une feuille de calcul du tableur avec des mesures effectuées dans l'application de géométrie dynamique.

<sup>21</sup> « Apple events are the message-based interprocess communication mechanism in Mac OS » ([https://en.wikipedia.org/wiki/Apple\\_event](https://en.wikipedia.org/wiki/Apple_event) consulté le 4/02/2017). Les *apple events* permettent l'échange d'évènements (et d'informations) adhoc entre applications compatibles avec le système opérationnel MacOS.

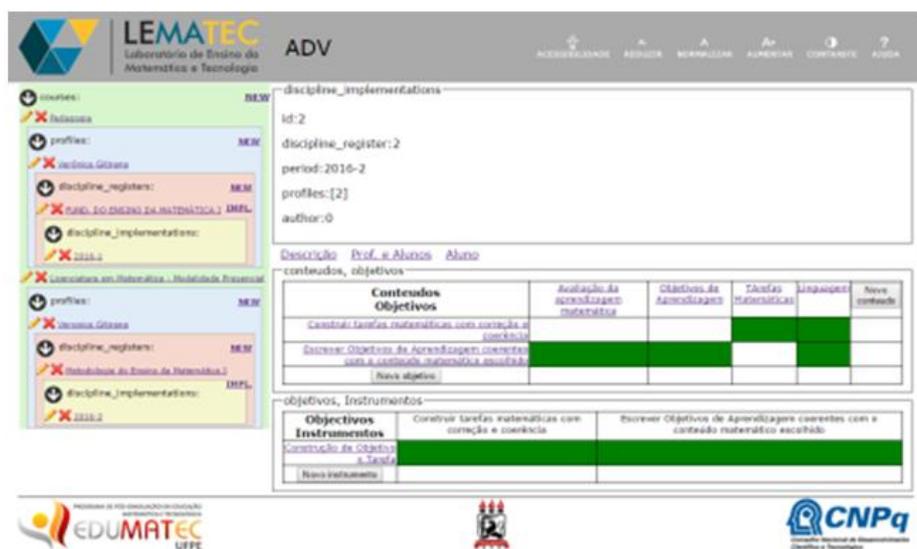
<sup>22</sup> Le projet Ciencia-online cherchait à définir une architecture et des protocoles de communication entre applications pour permettre la création de situations d'apprentissage intégrant et articulant des micromondes et simulations, et pouvant être organisées (orchestrées) selon des modalités différentes.

Dans ce cadre, plusieurs pistes ont été explorées. Une première piste s'est intéressée à la question technique de la réalisation d'un environnement, de type micromonde, pour l'exploration et la résolution de problème synchrone à plusieurs mains distantes en algèbre linéaire (micromonde Vetores<sup>23</sup>) (PEREIRA, 2010). Une deuxième piste a exploré l'intégration dans un même environnement de ressources permettant des activités synchrones (édition de textes à plusieurs mains, chat) comme asynchrones (forum, postages). Une troisième piste s'est intéressée à la conception d'un support à la construction collective et à distance du guide numérique du PNLD. En même temps que les questions collectives, l'élaboration de la plateforme pour la production du guide du PNLD a aussi abordé les questions relatives à la conception d'un système d'auteur de matériel numérique.

#### - Évaluation qualitative et formative

Dans la perspective d'apporter un support à l'évaluation de l'apprentissage, nous avons conçu et développé un environnement multi-utilisateur : ADV<sup>24</sup> (figure 22) (GITIRANA, 2007) qui offre un support à un travail longitudinal et partagé de développement d'un processus qualitatif et formatif de pratique évaluative (GITIRANA, 2003). Un environnement qui aide le professeur à systématiser ses observations et données sur l'apprentissage de l'élève, en relation avec le plan de cours réalisé, lui permettant d'identifier les besoins d'amélioration de sa pratique, et fournissant un feedback à l'élève pour qu'il repère aussi ses propres fragilités.

Figure 22 – Image écran de l'environnement ADV



Source : LEMATEC ADV.

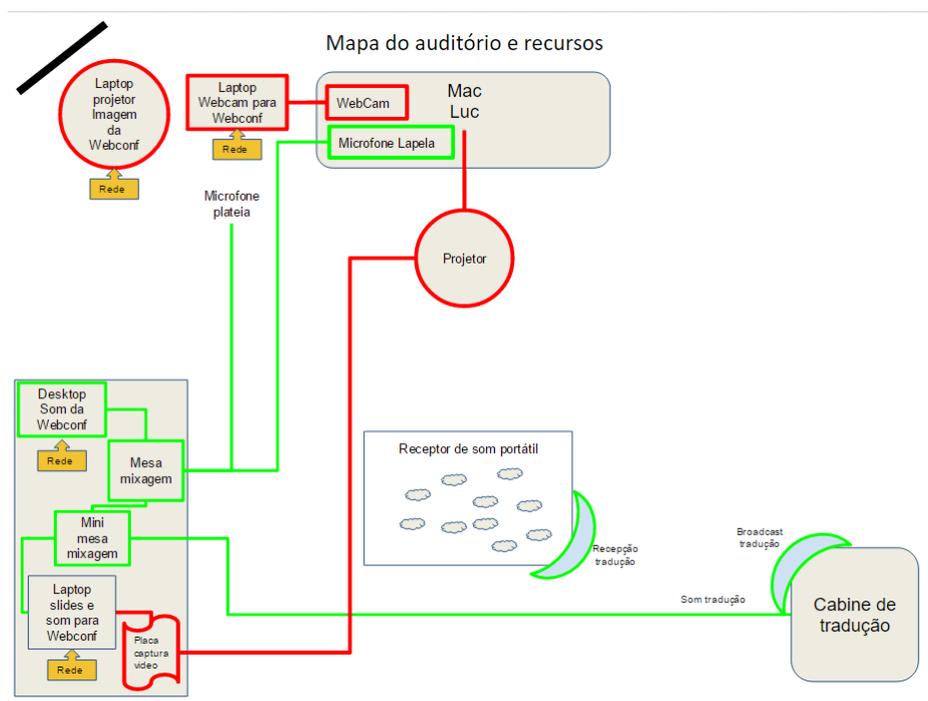
#### - Perspective : système-auteur pour la documentation

<sup>23</sup> Le micromonde Vetores permet la représentation et la manipulation de vecteurs géométriques plans à plusieurs utilisateurs et de façon synchrone et à distance.

<sup>24</sup> Dans cette première version de ADV, l'enseignant doit décrire des contenus d'apprentissage, les objectifs d'enseignement associés et les instruments d'évaluation associés aux objectifs d'enseignement. Cela permet, en formation, de travailler la cohérence de ces éléments et leurs associations. Cela permet aussi une évaluation qualitative dans le sens où on obtient un rapport sur l'apprentissage en termes de réalisation d'objectifs pour chaque élève.

Les différentes actions de recherches et développements décrites ci-dessus ont permis d'aborder, d'un point de vue théorique, méthodologique et technologique, plusieurs questions relatives à l'élaboration, l'application, la gestion et l'évaluation de situations d'enseignement et apprentissage, présentes ou à distance, intégrant des artefacts interactifs de manipulation d'objets mathématiques. Les technologies développées en réponse à ces questions constituent, dans l'optique de l'approche documentaire, des ressources pour l'enseignant. On en vient ainsi à se poser la question de savoir quelle aide informatique à apporter à la genèse documentaire qui permette au développement par l'enseignant de documents (ressources + schèmes d'utilisation) (figure 13) intégrant de telles technologies.

Figure 23 - Schéma du dispositif technique, support à l'EAE



L'École de Hautes Études (EAE) « *Dos artefatos aos instrumentos do trabalho matemático : a dualidade essencial instrumentação-instrumentalização* » (TROUCHE, 2015) financée par la CAPES et organisée par le LEMATEC et le programme EDUMATEC a permis, grâce à des échanges intenses et fructueux et aussi à des choix d'organisation et de logistique informatique (figure 23) (web-conférence, espace en ligne d'échanges synchrone et asynchrone, ateliers, etc.), d'approfondir la question de l'aide informatique à l'orchestration instrumentale et à la documentation, et de relier les ébauches de réponses théoriques et technologiques de façon plus nette à ces deux approches théoriques.

Le contexte de *brainstorming* de l'EAE qui exigeait donc l'articulation de notions théoriques, d'approches méthodologiques (investigation réflexive) et de solutions technologiques a favorisé l'émergence de la notion de *web document* comme version numérique de la documentation. Le processus d'ingénierie par lequel il s'agit de produire des structures et algorithmes pour représenter dans le monde numérique les *web documents*, s'appuie sur une interprétation spécifique de la documentation. C'est probablement pour cela que la notion de *web document* à laquelle nous aboutissons est différente de celle proposée par Ana Doc.

En fait, plus que le « web document » en soit, par la conception de supports à la documentation, c'est la conception et la réalisation du ou de systèmes qui permettraient de les produire qui intéressent ici. Le processus d'ingénierie sous-jacent à cette conception, dans sa recherche de patrons (de formats, de processus, etc.) pour les besoins de la modélisation informatique, spécifie un modèle de web document générique dont Ana Doc serait une instantiation. Finalement, notre premier pas de l'interprétation informatique de la documentation conduit à concevoir un support général à la production, la mise à disposition et la reformulation de web document, entre autres, pour :

- Le professeur pour l'élaboration de documents didactiques incorporant des artefacts computationnels ;
- Le professeur/chercheur dans le processus d'investigation réflexive pour la reformulation de documents ;
- Le chercheur pour la production de rapports et d'articles de recherche.

### *Instrumenter la documentation : une ébauche de web document*

Une première caractérisation de web document consiste à l'assimiler à la notion de *document numérique*. Dans ce sens, on le décrit comme étant un document pouvant être lu sur un écran et composé de divers types de contenu (multimédia) (Wikipédia).

À l'issue de l'EAE, deux *web documents* (ASSIS & LUCENA, 2015 ; LUCENA et ASSIS, 2015) présentant l'analyse de situations expérimentales construites pendant l'école ont été élaborés. Ces deux productions sont construites autour d'une même architecture :

- L'écran est divisé en deux parties :
  - Un en-tête d'informations à propos du document (titre, auteurs) et d'éléments de navigations (langues du texte) ;
  - Une partie centrale, elle-même partagée verticalement en deux espaces, d'un côté un hypertexte, de l'autre une zone pour la visualisation de ressources (images, vidéos, page web, références bibliographiques, etc.).
  - La partie centrale est partagée horizontalement en deux espaces :
    - Un premier, du côté gauche, hypertextuel, destine au texte linéaire avec des liens hypertextes (qui apparaissent sous la forme de texte, icône ou image réduite). Les images, vidéos et autres types d'illustrations sont insérés à travers des liens hypertextes.
    - Un deuxième du côté droit destine à visualiser les ressources insérées à travers des liens hypertextes. L'accès à ces liens par le lecteur permet la visualisation de la ressource associée dans l'espace prévu pour cette finalité.

Figure 24 - Les web documents présentant l'analyse



En tant que réalisation technologique, ces deux web documents ne représentent pas une avancée significative, leur intérêt étant essentiellement dans leur contenu et leur processus

de production. En effet, ces deux documents ont été spécifiés par leurs auteurs, chercheurs en didactique des mathématiques. Ces web documents sont donc le résultat d'un processus d'instrumentalisation de l'informatique par leurs auteurs dans le but de la communication scientifique, processus qui a mis en évidence les premiers besoins pour des supports à l'édition de tels documents. Ce sont ces premiers besoins qui ont probablement partiellement inspirés la conception du système Ana.Doc et ont inspiré des réflexions présentées dans ce travail.

A partir de cette première ébauche, l'objectif de la conception de supports informatiques à la documentation se décline dans un premier objectif spécifique de la conception d'un système d'auteur de web documents qui :

- Permet l'élaboration de documents composés de ressources (textes, images, vidéo, artefacts interactifs comme micromonde ou simulation, etc.) ;
- Offre un support à l'édition, support méthodologique (c'est le cas par exemple pour Ana.Doc) et éditorial (il s'agit de séparer la production du contenu de la mise en page) ;
- Offre un support au choix ou la construction de l'architecture du web document en fonction de sa nature, comme par exemple :
  - Rapport de recherche,
  - Article scientifique,
  - Document pour la formation,
  - Document didactique.

#### *Instrumenter la documentation : la web documentation*

Plus haut, nous avons assimilé notre web document à un document numérique, pourtant, plus que numérique, il est computationnel. Pour reprendre une caractérisation classique de document numérique, celui-ci peut-être :

- Statique : dans ce cas, il est défini à l'avance et est disponible sur un serveur ;
- Dynamique : dans ce cas, il est construit à la demande. Cette construction peut se focaliser sur la mise en page, le contenu étant « statique », mais elle peut aussi cibler le contenu qui serait dans ce cas calculé (en fonction de données stockées dans une banque de données par exemple).

Dans l'un comme l'autre cas, le web document peut aussi être « actif », c'est-à-dire se comporter comme un logiciel, offrant des rétroactions au lecteur/utilisateur. Cette dernière caractéristique n'est pas nécessairement pertinente puisque, pour peu qu'il soit multimédia, n'importe quel web document est actif, ses composants multimédias étant généralement visualisés par des logiciels. Cependant, cette caractéristique est importante et pourrait conduire à distinguer les éléments d'interface de navigation des éléments d'interface d'interaction avec des représentations d'objets mathématiques car c'est en particulier, par un web document actif que l'on peut favoriser l'activité de l'apprenant dans l'environnement computationnel.

Les caractéristiques « dynamique » et « active » donnent au web document une dimension computationnelle dans le sens où sa production comme son comportement peuvent être le résultat d'un calcul. Par sa caractéristique « dynamique », l'élaboration d'un web document peut suivre le principe d'une chaîne éditoriale numérique pour laquelle il s'agit de séparer la production du contenu de sa mise en forme. Le contenu du web document est produit par un éditeur WYSIWYM (What You See Is What You Mean) et sa mise en forme est calculée pour la présentation du document en fonction d'un choix de mise en page. Le choix de mise en page peut être fait par l'auteur du document à partir de patrons de mise en page ou

à partir d'une organisation des ressources qui composent le document. Le choix de mise en page peut aussi être fait par le propre lecteur du web document. Soulignons que, dans le cas d'un web document et surtout s'il embarque des ressources interactives, cette mise en page n'est pas seulement une question de style ou de forme. Elle est aussi résultat de la genèse documentaire et des schèmes d'utilisation des ressources. Relativement à cette question, l'informatique peut donner un support méthodologique à la genèse documentaire en proposant des patrons de web document (l'architecture du guide numérique du PNLD serait un exemple de tel patron) ou des schèmes d'utilisation de ressources (utilisées de façon synchrone dans une situation collaborative, par exemple).

Par sa caractéristique « active », le web document se comporte comme un logiciel. Cette caractéristique peut se manifester de plusieurs façons :

- Le web document possède des liens de navigation qui permettent son exploration. Le guide numérique du PNLD, par exemple, permet une lecture verticale ou horizontale des fiches descriptives des collections de manuels scolaires ;
- Le web document possède des ressources « standards », comme les vidéos, qui sont visualisées avec des *players* proposant une interface de commandes de manipulation ;
- Le web document possède des artefacts interactifs permettant la manipulation des objets mathématiques qu'ils représentent.

Par cette caractéristique active, le web document peut s'enrichir au cours de son utilisation, c'est-à-dire qu'il peut aussi garder les traces de l'activité qu'il propose à ses lecteurs/utilisateurs.

De la même façon que l'on associe notre web document à un document computationnel plutôt que numérique, nous préférons aussi parler de web documentation plutôt que web document. En effet, comme la documentation, la web documentation est plus un processus qu'un produit et le web document plus une étape dans ce processus, qui y compris l'alimente, qu'un produit final. La web documentation, en particulier lorsqu'il s'agit d'un document destiné à l'apprenant, se prolonge au cours de son utilisation par l'apprenant.

Un support informatique à la web documentation doit donc contribuer :

- à la production, modification, correction, etc. éventuellement à plusieurs mains, on pourrait parler ici de « wiki documentation » ;
- à la prise d'informations sur l'usage du web document pour des besoins d'évaluation de l'usage et sur l'usage. Cette question est particulièrement importante dans le cadre de l'investigation réflexive pour laquelle une évaluation réflexive et formative est un support.
- à la reformulation de web documents.

Tels qu'abordés ci-dessus, les notions de ressource et de schème d'utilisation sont des pièces essentielles dans le processus de documentation. Il nous est donc apparu nécessaire d'élaborer une représentation de ces deux notions dans l'environnement informatique.

## RESSOURCES COMPUTATIONNELLES

Adler (2000, p. 207) propose d'associer ressource et schème en considérant une ressource comme étant à la fois un objet et une action. Elle définit ainsi la notion de ressource par : « *The common-sense notion of resources in and for education is resource as material object ... It is possible to think about resource as the verb re-source, to source again or differently. This turn is provocative. The purpose is to draw attention to resources and their*

*use, to question taken-for-granted meanings .... I use resource as both noun and verb, as both object and action that we draw on in our various practices as I turn the gaze on resources in mathematics teacher education* ». L'association ressource-schème telle qu'abordée ci-dessus regarde le choix et l'instrumentation et instrumentalisation des ressources par l'enseignant ou le chercheur dans la genèse documentaire.

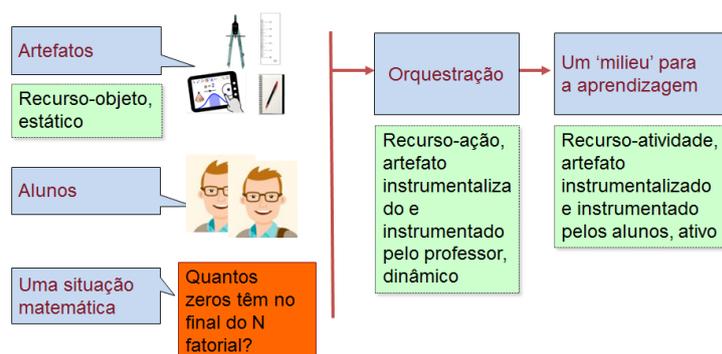
### *Concevoir une modélisation informatique de la notion de ressource et schème d'utilisation*

Dans cette première approche, dans la perspective computationnelle, nous distinguerons pour la composition des web documents, deux niveaux de combinaison des ressources :

- la combinaison dans l'espace et le temps. Les schèmes d'utilisation traitent les ressources indépendamment, comme c'est le cas des deux web documents (Assis & Lucena, 2015 ; Lucena & Assis, 2015) élaborés à l'issue de l'EAE ;
- la combinaison sémantique pour laquelle les schèmes d'utilisation incorporent des protocoles d'échange d'informations entre ressources. On pourra, par exemple, articuler des artefacts qui traitent d'un même contenu par des systèmes de représentation différents. Une situation de Cabri-Euclide, qui justement articule deux micromondes, pourrait être construite comme un web document dans lequel sont mis en œuvre des schèmes articulant une ressource Cabri-géomètre et une ressource TALC. Plutôt que de combinaison, on pourrait parler d'articulation de ressources.

Dans la perspective d'une mise en œuvre des web documents produits par la combinaison et/ou l'articulation de ressources et schèmes d'utilisation, surtout lorsqu'il s'agit de documents didactiques destinés aux élèves et objets de reformulations post-utilisation, nous proposons aussi d'associer aux ressources, les schèmes d'utilisations dont elles sont l'objet de la part des utilisateurs (apprenants) du web document. Il ne s'agit pas par cette notion de définir quels doivent être les schèmes d'utilisation mis en œuvre par les utilisateurs, mais plutôt d'anticiper de tels schèmes par le choix d'activités dans lesquelles les ressources seront mises en œuvre par les utilisateurs. On peut prendre ici l'exemple d'une activité avec un logiciel de géométrie dynamique qui selon qu'elle soit de construction, de résolution de problème, de simulation, de boîte noire, de lieu « mou » peut favoriser des schèmes d'utilisation des artefacts de construction/manipulation de géométrie différents. Dans la continuité de ressource-objet et ressource-action, on pourrait parler de ressource-activité. On propose donc, reprenant aussi l'idée de web document statique, dynamique et actif, d'intégrer ces différentes dimensions de la notion de ressource décrites ci-dessus dans le schéma d'une orchestration instrumentale (figure 6) de la façon suivante (figure 25) :

Figure 25 - Description de l'orchestration instrumentale incorporant la notion de ressource



- la notion de ressource-objet, statique. Les ressource-objets peuvent être stockés dans une base de données ;
- la notion de ressource-action, dynamique. Les ressource-actions sont incorporés dans un web document à travers de la sélection de chaque ressource et de détermination de schèmes d'utilisation, ces schèmes pouvant articuler plusieurs ressources ;
- la notion de ressource-activité, active. Dans la perspective de l'utilisation du web document et des ressources incorporées, il peut s'agir de définir la nature de l'activité réalisée et des traces qui en seront conservées. On peut par exemple décider que telle ou telle ressource sera utilisée pour une activité collaborative synchrone (figure 26).

Pour la conception d'un environnement offrant un support à l'élaboration de web documents, une première étape consisterait donc en l'élaboration d'une plateforme permettant aux auteurs de web document de répertorier des ressources. L'organisation de ce répertoire suit la nature (du point de vue de l'utilisateur et non pas du format de numérisation des ressources) des ressources et des schèmes d'utilisation de ces ressources. On a, dans une première version de ce répertoire, distribué les ressources par documents numériques, références bibliographiques, images, vidéos, fichiers, pages web, forums de discussion, chat et micromondes/simulations.

Figure 26 - Description de la banque de données de ressources



Fonte : LEMATEC STUDIUM.

Les schèmes d'utilisation associés à de telles ressources peut être, par exemple, pour une vidéo, la possibilité de définir une indexation particulière, pour un micromonde, de choisir les outils d'édition et exploration disponibles, etc.

Un tel répertoire disponible, l'élaboration d'un web document peut se faire par la sélection dans ce répertoire des ressources qui le composent. Cette élaboration peut suivre un script plus ou moins contraint. Elle peut consister en l'édition d'un simple texte dans lequel sont insérées des ressources comme c'est le cas des premier web document élaborés à l'issue de l'EAE. Elle peut aussi se faire par le remplissage d'un formulaire auquel est associé un modèle d'organisation et de mise en page des contenus.

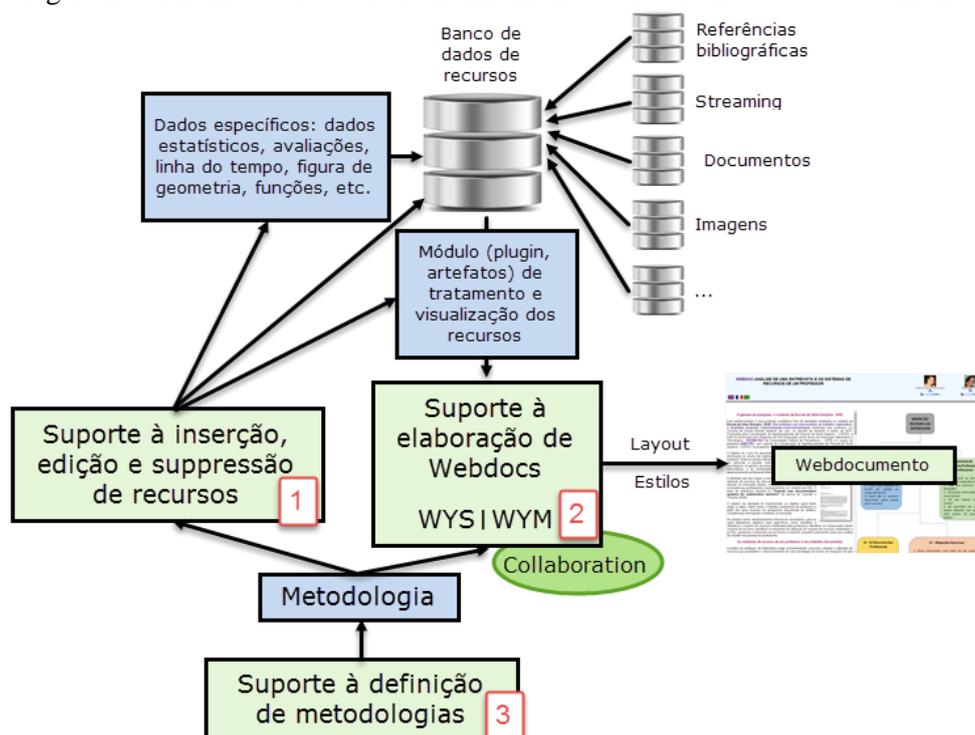
### Un premier résultat : une architecture pour la web documentation

À partir de cette première interprétation informatique de la documentation qui a abouti à des versions computationnelles des notions de ressource-schème et de web document, nous avons proposé l'architecture présentée par la figure 27.

Le système proposé s'articule essentiellement autour de trois interfaces de production de matériel :

- 1) un support à l'insertion, l'organisation et éventuelle modification de ressources en tant qu'objet, comme par exemple, vidéos (insertion de vidéos venues d'un serveur de streaming comme You Tube), références bibliographiques (venant de Zotero, par exemple), figures de géométrie dynamique (manipulée par GeoGebra, par exemple), de représentations de fonction (de Function Studium, par exemple).
- 2) Un support à la construction de web documents permettant notamment l'insertion, la combinaison et l'articulation de ressources en tant qu'action.
- 3) Support à l'élaboration d'orchestration pour l'utilisation des ressources en tant qu'activités par l'utilisateur (élève). C'est en particulier l'architecture et la mise en page de web documents que ce support permet de définir.

Figure 27 - Architecture de l'environnement de création de web documents

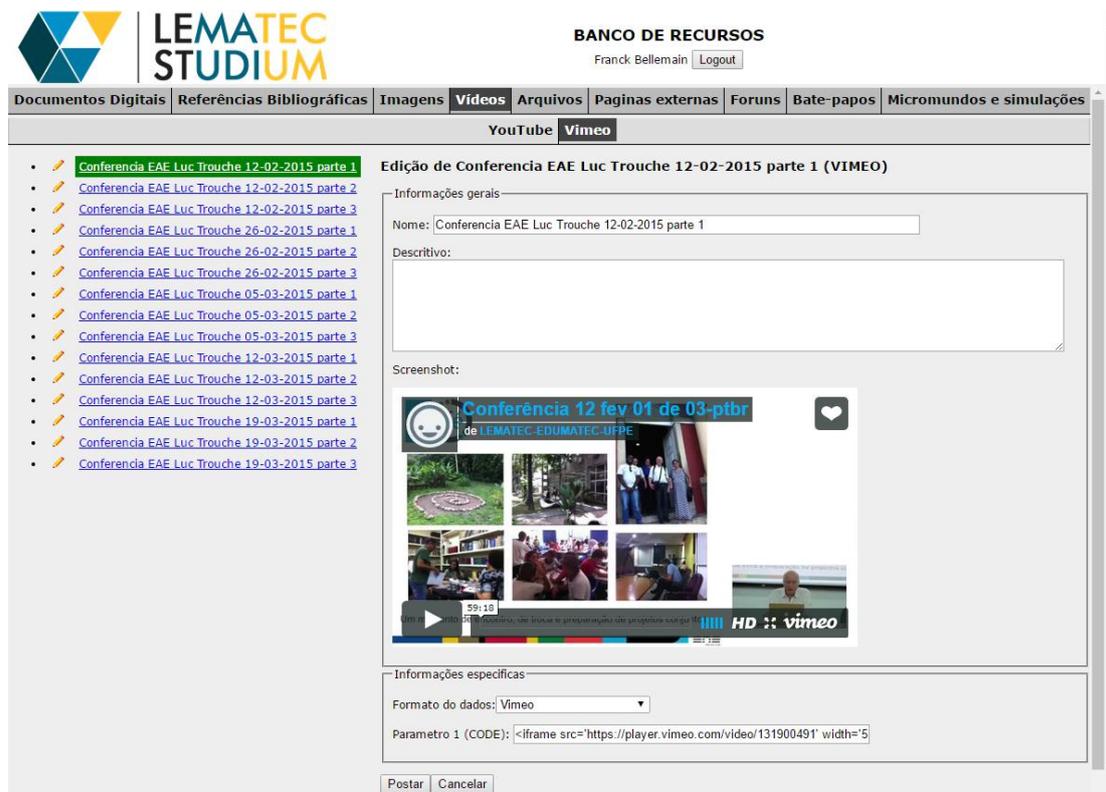


### Prototypage pour l'évaluation des réflexions et l'expérimentation

Cette architecture a déjà permis la conception et l'implémentation d'une banque de données de ressources et de quelques systèmes auteur pour leur mise en œuvre.

- Supporte à l'insertion, édition et suppression de ressources

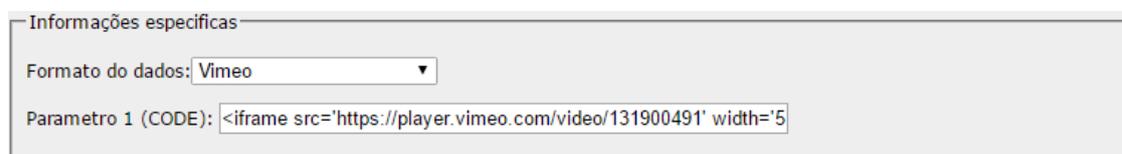
Figure 28 – Interface pour l’insertion, l’éditio n et la suppression de ressources



Source : LEMATEC STADIUM.

Il s’agit d’une interface (figure 28) permettant l’insertion et l’éditio n de ressources comme objet par laquelle il s’agit d’indiquer la nature de la ressource (vidéo, micromonde, etc.) et sa description. On pourra par exemple insérer une ressource de type géométrie dynamique (GeoGebra) et indiqué la figure de géométrie associée (fichier), ou insérer une vidéo et indiquer son adresse (lien) sur le serveur de streaming.

Figure 29 – Informations spécifiques dans le cas d’une vidéo de Vimeo



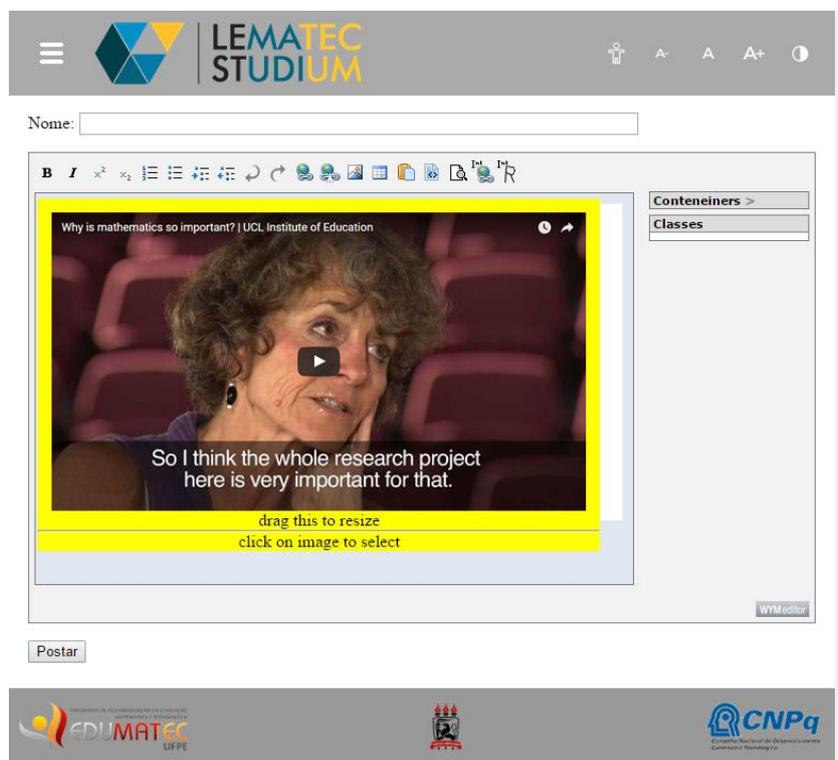
Fonte : LEMATEC STADIUM.

Dans l’exemple de la figure 29, pour l’insertion d’une vidéo, extrait de conférence de l’EAE, il faut spécifier le serveur de streaming de la vidéo (vimeo.com) et le code d’incorporation (figure).

- Support à l’élaboration de web documents

Une interface composé d'un éditeur WYSIWYM (wymeditor.org/) (figure 30) permettant la production de web document dans un format texte linéaire. L'éditeur de texte WYSIWYM a été modifié par l'ajout d'un bouton :  permettant la sélection et l'insertion d'une ressource dans le texte.

Figure 30 – Insertion d'une ressource dans un texte



Source : LEMATEC STUDIUM.

Plusieurs paramètres permettent de préciser la forme d'insertion de la ressource. Il s'agit par exemple d'indiquer si elle est intégrée au texte ou si elle doit apparaître comme un lien permettant sa visualisation à la demande du lecteur. Il s'agit aussi, dans le cas d'une vidéo par exemple, d'indiquer l'extrait éventuel qui est ciblé dans le web document (figure 31).

Figure 31 – Informations spécifiques dans le cas de le choisi de une vidéo

**Escolha do recurso**

Dados do recurso: [Why is mathematics so important? | UCL Institute of Education](#)

Parametros Gerais

Aparece como:  Embutido no texto  Icone  Snapshot, altura:  px

Tamanho de visualização: width:  px height:  px

Parametros do recurso

Inicia em:  e termina em:  segundos

Recursos

[Documentos Digitais](#) | [Referências Bibliográficas](#) | [Imagens](#) | **[Videos](#)** | [Arquivos](#) | [Paginas externas](#) | [Foruns](#) | [Bate-papos](#) | [Micromundos e simulações](#)

**You Tube** [Vimeo](#)

- selecionar [Why is mathematics so important? | UCL Institute of Education](#)
- selecionar [Representação e Cognição Matemática](#)

Source : LEMATEC STUDIUM.

Dans cette partie sur une approche informatique de l'orchestration instrumentale et de l'approche documentaire, nous avons proposé une lecture de la documentation considérant les contributions du web. Nous avons pu ainsi commencer à élaborer les premiers éléments d'une définition de la notion de web document en faisant en particulier la distinction entre le produit (web document) et le processus (web documentation), et en considérant et détaillant, dans le contexte de la documentation, les caractéristiques statique, dynamique et active des web documents. La notion de ressource, très importante dans le contexte de l'orchestration instrumentale et de l'approche documentaire, a encore plus d'importance dans l'environnement informatique par sa capacité à permettre la création d'une multitude de ressources originales et *ad hoc*. C'est donc vers la spécification informatique de la notion de ressource et de schème d'utilisation que nous nous sommes engagés et avons ainsi pu préciser trois dimensions de la notion de ressource : ressource-objet, ressource-action et ressource-activité. L'ensemble des avancées du processus décrit dans ces quelques pages, qui s'intègre à une ingénierie de *software*, a permis les premiers développements d'un environnement, LEMATEC-Studium, pour l'élaboration de web documents, support aux genèses documentaires des enseignants.

## CONCLUSION

Nous espérons avoir mis en évidence, dans cette conférence, le caractère fructueux d'une double approche, didactique et informatique, pour développer l'analyse du travail documentaire des enseignants. L'approche didactique ici est ancrée dans l'approche documentaire du didactique, qui se nourrit d'autres cadres de didactique des mathématiques. L'approche informatique est ancrée dans le domaine connu en France sous le nom d'Environnements informatiques pour l'apprentissage humain, que l'on traduit au Brésil comme « ambientes informáticos de aprendizagem humana ».

Cette interaction théorique visait le développement d'outils – les web documents – permettant de soutenir cette analyse. Les outils sont en cours de développement ; les applications qui en résultent (Ana.Doc en France, *LEMATEC Studium* au Brésil) vont pouvoir s'enrichir de leur confrontation, mais aussi de leur utilisation par de nouveaux acteurs, dans des contextes variés. La diversité de contextes de développement et d'usage sera, sans doute, source d'interactions fécondes : de quels web documents avons-nous besoin, pour les chercheurs (en France), plus généralement pour les enseignants et les formateurs (au Brésil) ?

Ces interactions, fondamentalement, ne sont pas techniques, elles débouchent sur un questionnement conceptuel plus profond, en interrogeant les notions de ressources, de documents et d'orchestration instrumentale. Ce sont en fait de nouveaux programmes de recherche et développement qui s'ouvrent. Ces programmes de recherche donneront matière, dans la prochaine période, à de nombreux travaux conjoints :

- le deuxième congrès international sur les ressources des enseignants de mathématiques, en mai 2017 à Rio (<http://www.sbm.org.br/icmt2/>) ; le séminaire « Comprendre le travail des professeurs à partir de leurs interactions avec les ressources de leur enseignement », en mai 2018 à Lyon, Institut français de l'éducation, Ecole normale supérieure.
- des doctorats : Rosilangela Lucena sur les méta-orchestrations instrumentales (LUCENA *et al.*, 2016), Katiane Rocha sur les trajectoires documentaires des enseignants (JAHN & ROCHA, 2016) ; Rogério Ignácio sur les création collaborative de manuels scolaire numériques en a process of documentaire geneses en pre-service formation ; Ricardo Tibúrcio sur l'intégration des notions d'orchestration instrumental à l'ingénierie de logiciels éducatifs (ESE) pour la conception d'EIAH et Anderson Douglas sur le

développement et orchestration dans la production de web documents d'artefacts pour l'enseignement et apprentissage des notions d'aires et périmètre.

- des post-doctorat ; Veronica Gitirana sur les genèses documentaire des professeurs de mathématiques en activité ; Paulo Faria sur le développement professionnel des enseignants en jeu dans le travail collectif ; Cibelle Assis sur le travail documentaire didactique des enseignants sur l'utilisation des environnements de calcul géométrie dynamique.

Au-delà de cette conférence, cette diversité de travaux permettra sans doute d'avancer sur les questions en jeu.

## RECONNAISSANCE

Nous remercions les contributions de Paula Baltar, Cibele Assis, Verônica Gitirana, Rogério Ignácio, Ricardo Tibúrcio, Rosilângela Lucena et Katiane de Moraes Rocha.

## REFERENCES

*Ressources issues de la collaboration des auteurs et des équipes associées*

ASSIS, C. ; LUCENA, R. *Webdoc Análise de uma entrevista e os Sistemas de Recursos de um professor*, 2015. En ligne à : <http://lematec.net.br/webdocs/webdoc1/> (codes d'accès à demander aux auteurs)

BALTAR, P. (Ed.) *Dos artefatos aos instrumentos : o trabalho individual e coletivo dos professores de Matemática*, *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana*, v. 6, n. 3, 2016. En ligne à : <http://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia/issue/view/155>

LUCENA, R. ; ASSIS, C. *Webdoc Sistema de Recursos e o Trabalho Coletivo do Professor : Uma Via de Mão Dupla*, 2015. En ligne à : <http://lematec.net.br/webdocs/webdoc2/> (codes d'accès à demander aux auteurs).

TROUCHE, L. *Dos artefatos aos instrumentos do trabalho matemático : a dualidade essencial instrumentação-instrumentalização*, Escola de Altos Estudos, 2015. En ligne à : [lematec.net.br/EAE](http://lematec.net.br/EAE) (codes d'accès à demander aux auteurs).

*Références bibliographiques*

ADLER, J. Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, p. 205–224, 2000.

ARTIGUE, M. Learning Mathematics in a CAS Environment : The Genesis of a Reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7, p. 245-274, 2002.

ARTIGUE, M. Rapports entre dimensions technique et conceptuelle dans l'activité mathématique avec des systèmes de mathématiques symboliques. In *Actes de l'Université d'été "Des outils informatiques dans la classe aux calculatrices symboliques et géométriques : quelles perspectives pour l'enseignement des mathématiques"* (p. 19-40). Rennes, IREM, 1997.

- BALACHEFF, N. Didactique et intelligence artificielle. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 14, n. 1/2, p.9–42, 1994.
- BALACHEFF, N. TélCabri, un environnement pour le préceptorat à distance. In *Actes du colloque Formation à distance, multimédia*, Fondation Sophia-Antipolis, p. 43-51, 1996.
- BELLEMAIN, F. Analyse d’environnements de géométrie dynamique collaborative du point de vue de l’orchestration instrumentale. *Nuances : estudos sobre Educação*, v. 25, n. 2, p. 18–38, 2014. <http://revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/viewFile/2936/2686>.
- BELLEMAIN, F. Projeto Tecnologias para aprendizagem colaborativa de conhecimentos por meio de micromundos : Ciências online, CNPq. 2006. (Projeto de pesquisa).
- BELLEMAIN, F. *Relatório das atividades desenvolvidas no âmbito do projeto Tecnologias para aprendizagem colaborativa de conhecimentos por meio de micromundos : Ciências online*. CNPq. 2013. (Relatório de pesquisa).
- BELLEMAIN, F. ; ARARIPE, J. P. G. A. ; LUCENA, R. ; ALESSIO, P. ; IGNACIO, R. From Textbook To Lived Resources : the digital guide of the brazilian evaluation program of school textbook. In *13th International Congress on Mathematical Educational*, Hamburg, 2016.
- BELLEMAIN, F. ; RAMOS, C. S. ; TIBÚRCIO, R, S. Engenharia de software educativos, o caso do bingo dos racionais. *Anais do VI SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Pirenópolis, Sociedade Brasileira de Educação Matemática. p. 1-12, 2015.
- BROUSSEAU, G. Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9, p. 309-336, 1988.
- CHEVALLARD, Y. Intégration et viabilité des objets informatiques, le problème de l’ingénierie didactique. In B. CORNU (ed.), *L’ordinateur pour enseigner les mathématiques* (p. 183-203). PUF, 1992.
- CLAROU, P. ; LABORDE, C. ; CAPPONI, B. *Géométrie avec Cabri – scénarios pour le lycée*. Grenoble, CRDP, 2001.
- DILLENBOURG, P. ; JERMANN, P. *Technology for classroom orchestration*. In M. S. KHINE ; I. M. SALEH (eds.), *New Science of Learning : Cognition, Computers and Collaboration in Education* (p. 525–552). New York /Berlin, Springer, 2010.
- DRIJVERS, P. ; DOORMAN, M. ; BOON, P. ; REED, H. ; GRAVEMEIJER, K. The teacher and the tool : instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, v. 75, n. 2, p. 213-234, 2010.
- GIBSON, J. J. The Theory of Affordances. In R. Shaw & J. Bransford, *Perceiving, Acting, and Knowing. Toward an Ecological Psychology* (p. 67-82). Hillsdale : NJ, Lawrence Erlbaum Associates, 1977.
- GITIRANA, V. Planejamento e avaliação em matemática. In : J.F. da SILVA ; J.HOFFMAN ; M.T.ESTEBAN (Org.). *Práticas Avaliativas e Aprendizagens Significativas : em diferentes áreas do conhecimento*. 1ed. Porto Alegre, Editora Mediação, 2003, p. 57-66.
- GITIRANA, V. *Relatório técnico, projeto Ambiente Didático Virtual*, Brasília : CNPq, 2007.
- GUEUDET, G. ; TROUCHE, L. Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. In G. GUEUDET ; L. TROUCHE (dir.), *Ressources vives. La documentation des professeurs en mathématiques*, 57-74, INRP et PUR, 2010.

- GUEUDET, G. ; TROUCHE, L. Do Trabalho documental dos professores : gênese, coletivos, comunidade. O caso da matemática (Trad. K. Rocha). *EM TEIA : Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*. 6, p. 1-43, 2016.
- GUEUDET, G. ; TROUCHE, L. Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education et didactique*, v. 2, n. 3, p.7-33, 2008.
- GUIN, D., RUTHVEN, K. ; TROUCHE, L. (eds.) *The didactical challenge of symbolic calculators : turning a computational device into a mathematical instrument*. New York, Springer, 2005.
- GUIN, D. ; TROUCHE, L. (dir.) *Calculatrices symboliques. Faire d'un outil un instrument du travail mathématique : un problème didactique*, Editions La Pensée sauvage, Grenoble, 2002.
- GUIN, D. ; TROUCHE, L. The Complex Process of Converting Tools into Mathematical Instruments. The Case of Calculators, *The International Journal of Computers for Mathematical Learning*, v. 3, n. 3, p. 195-227, 1999.
- JAHN, A.P. ; ROCHA, K. Análise do trabalho documental de professores de Matemática : reflexões sobre possibilidades e limitações metodológicas. *Anais do LADIMA*, 2016.
- LAGRANGE, J. B. ; ARTIGUE, M. ; LABORDE, C. ; TROUCHE, L. Technology and Mathematics Education : a Multidimensional Study of the Evolution of Research and Innovation. In A.J. BISHOP, M.A. CLEMENTS, C. KEITEL, J. KILPATRICK ; F. K. S. LEUNG (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (p. 239-271). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 2003.
- LAHIRE, B. *Monde pluriel. Penser l'unité des sciences sociales*. Paris, Seuil, 2012.
- LIMA, P.F. ; GITIRANA, V., LUCENA, R., & IGNÁCIO, R. O Guia do PNLD e o Livro Didático : um olhar para a documentação do professor. *Anais do LADIMA*, 2016.
- LUCENA, R., GITIRANA, V. ; TROUCHE, L. Teoria da orquestração instrumental : um olhar para a formação docente, *Anais do LADiMA*, 2016.
- LUENGO, V. *CABRI-EUCLIDE : Un Micromonde de Preuve intégrant la Réfutation. Principes Didactiques et Informatiques. Réalisation. Thèse*, Grenoble : Université Joseph Fourier, 1998.
- MELO, M.S.L. ; MONTENEGRO, G.M.M. ; SANTOS, L.S.dos ; MORAES, M.D. ; BELLEMAIN, P.M.B. Bingo dos números racionais - Indicações didáticas. Projeto Rede : Jogos na educação matemática. Recife, 2011.
- PÉDAUQUE, R. T. (coll.) *Document, forme, signe et medium, les reformulations du numérique*. 2003. [https://hal.archives-ouvertes.fr/sic\\_00000511/document](https://hal.archives-ouvertes.fr/sic_00000511/document)
- PEPIN, B., GUEUDET, G. ; TROUCHE, L. Comfortable or Lost in Paradise ? - Affordances and Constraints of Mathematics E-textbooks in/for Curriculum Enactment, communication to the symposium *Mathematics Curriculum Contingencies : From Authoring to Enactment via Curriculum Resources*, chaired by D. Clarke, K. Ruthven and M.K. Stein, in the frame of the AERA 2015 meeting, Chicago, p. 16-20 April, 2015.
- PEPIN, B., GUEUDET, G. ; TROUCHE, L. Re-sourcing teachers' work and interactions : a collective perspective on resources, their use and transformation, *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, v. 45, n. 7, p. 929-944, 2013.
- PEPIN, B. ; GUEUDET, G. ; YERUSHALMY, M. ; TROUCHE, L. ; CHAZAN, D. E-textbooks in/for Teaching and Learning Mathematics : A Potentially Transformative

Educational Technology, In L. ENGLISH ; D. KIRSCHNER, *Third Handbook of Research in Mathematics Education* (p. 636-661). Taylor & Francis, 2015.

PEREIRA, J. G. A. *Vetores : Interações a distância para a aprendizagem de Álgebra Linear*. 2010. 117 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

RABARDEL, P. *Les hommes et les technologies ; approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin, 1995.

RAMOS, C. S. *Princípios da engenharia de Software educativo com base na engenharia didática : uma prototipação do Bingo dos Racionais*. 111 p. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – UFPE, Recife, 2015.

ROCHA, K. Uses of *online* resources and documentational trajectories : the case of Sésamath. *Contribution to TSG 38, In International Congress on Mathematics Education*, Hambourg, 2016.

ROCHA, K. ; TROUCHE, L. Da produção coletiva de livros didáticos digitais aos usos feitos por professores de Matemática : o caso do grupo francês Sésamath. *EM TEIA : Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*. 6, p. 1-22, 2016.

SILVA, C. T. J. *A engenharia didático-informática na prototipação de um software para abordar o conceito de taxa de variação*. 2016. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – UFPE, Recife, 2016.

SIQUEIRA, J. E. M. *Equações quadráticas : articulando suas formas algébricas e geométricas via um aplicativo ad hoc*. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências. Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, PE. 2009.

TCHOUNIKINE, P. *Computer Science and Educational Software Design : A Resource for Multidisciplinary Work in Technology Enhanced Learning*. Ed. Springer, 2011.

TCHOUNIKINE, P. *Précis de recherche en Ingénierie des EIAH*. 2009. Disponível em : <http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/41/36/94/PDF/PrecisV1.pdf>. Acesso em : 06/12/2013.

TIBÚRCIO, R. S. *Processo de desenvolvimento de software educativo : um estudo da prototipação de um software para o ensino de função*, 110 p. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica), UFPE, Recife, 2016.

TRGALOVÁ, J. ; JAHN, A. P. Quality issue in the design and use of resources by mathematics teachers. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 45, p. 973–986, 2013.

TROUCHE, L. A la recherche d'une méthode d'étude de l'action instrumentée. In *Actes de l'Université d'été "Des outils informatiques dans la classe aux calculatrices symboliques et géométriques : quelles perspectives pour l'enseignement des mathématiques ?"* (p. 113-148). Rennes, IREM, 1997.

TROUCHE, L. *Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations*. Document pour l'Habilitation à Diriger des Recherches. Université Paris VII, Paris, França, 2003.

TROUCHE, L. Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations, *Recherches en didactique des mathématiques*, 25, p. 91-138, 2005.

TROUCHE, L. Laboratórios de Matemática para o ensino, uma metáfora produtiva, Conférence invitée, *HTEM 5 - V Colóquio de História e Tecnologia no Ensino da Matemática*, Recife, Brasil, de 25 a 30 de julho de 2010.

TROUCHE, L. ; DRIJVERS, P. Webbing and orchestration. Two interrelated views on digital tools in mathematics education, *Teaching Mathematics and Its Applications : International Journal of the Institute of Mathematics and its Applications*, v. 33, n. 3, p. 193-209, 2014.

TROUCHE, L. ; DRIJVERS, P. ; GUEUDET, G. ; SACRISTAN, A. I. Technology-Driven Developments and Policy Implications for Mathematics Education. In : A.J. BISHOP, M.A. CLEMENTS, C. KEITEL, J. KILPATRICK ; F.K.S. LEUNG (eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education*, pp.753-790, Springer, 2013.

VERGNAUD, G. The theory of conceptual fields. *Human development*, v. 52, n. 2, p. 83-94, 2009.

WEBBER C. ; BERGIA, L. ; PESTY, S. ; BALACHEFF, N. The Baghera project : a multi-agent architecture for human learning. *Proceedings of the Workshop Multi-Agent Architectures for Distributed Learning Environments, AIED2001*, San Antonio, TX, USA, p. 12-17, 2001.