

COMPREENSÃO DE PROFESSORES QUE LECIONAM NO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Maria Patrícia Freitas de Lemos¹

Resumo: O presente artigo tem por objetivo apresentar que compreensão e desenvolvimento pedagógico e didático do conteúdo podem ser identificados em professores que lecionam do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental sobre medidas de tendência central. Para isso, realizamos uma pesquisa de abordagem metodológica qualitativa. A coleta dos dados foi realizada através da aplicação de uma sequência de ensino composta de dez tarefas durante um curso que denominamos de introdução à Estatística para professores do 1º ao 5º ano das séries iniciais, desenvolvidos em cinco encontros que tiveram em média a duração de uma hora e meia cada. As tarefas foram organizadas em um grau de dificuldade crescente, para que a cada tarefa trabalhada fosse necessário nos reportarmos às estratégias utilizadas na tarefa anterior, proporcionando a construção de novas estratégias de solução. Participaram deste estudo seis professoras voluntárias que lecionavam do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental na cidade de São Paulo. Os resultados mostraram que as dificuldades iniciais identificadas durante o curso de formação em relação à compreensão dos conceitos de média, moda e mediana e de suas propriedades, foram sendo superadas ao longo do processo, embora a análise global tenha mostrado a insuficiência da formação para a consolidação dessa construção conceitual. Ou seja, o processo de formação não foi suficiente para a construção de conhecimentos estatísticos dos professores participantes. Entretanto, percebemos claramente indícios do desenvolvimento profissional desses docentes a partir da mudança nas posturas ao longo da análise do processo de coleta dos dados.

Palavras-chave: Medidas de Tendência Central, Educação, Estatística.

COMPREHENSION OF ELEMENTARY EDUCATION TEACHERS ABOUT MEASURE OF CENTRAL TENDENCY

Abstract: This paper aims to present that the understanding and didactic and pedagogical development of content can be identified on educators who teach from 1st to 5th initial years of elementary school about measure of central tendency. For this, we conducted a qualitative methodological research. The data collection was done through the application of a teaching sequence composed of ten tasks during a course that we called introduction to statistics for teachers from 1st to 5th years of the initial grades, developed in five meetings that had the average time of one and a half hours each. The tasks were organized on an increasing degree of difficulty, so that on each new task it was necessary to look back on the strategies used on previous tasks, providing the construction of new strategies of solution. Participated in this study six volunteer teachers who taught from 1st to 5th years of elementary school. The results showed that the initial difficulties identified during the training course related to comprehension of concepts of mean, mode and median and their properties were overcome

¹ Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Professora Adjunta da Universidade Federal do Piauí /UFPI, no curso de Pedagogia do Campus Ministro Reis Velloso, Parnaíba, Piauí, Brasil; E-mail: mpflemos@gmail.com.

during the process, although the global analysis showed the insufficiency of training to consolidate this conceptual construction. That is, the training process was not enough to build the statistical knowledges of the participating teachers. However, we clearly perceived evidence of the professional development of these teachers from the change in their postures during the process of data collection.

Keywords: measure of central tendency, education, Statistical.

INTRODUÇÃO

A defasagem da aprendizagem dos alunos em relação à Matemática no Brasil ainda é grande, apesar de nos últimos anos ter aumentado consideravelmente o número de pesquisas que buscam investigar o ensino e a aprendizagem da Matemática. Consoante o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – Brasil (SAEB²), os alunos ainda continuam apresentando baixos índices de desempenho, sobretudo na disciplina Matemática (SAEB, 2017).

O exame realizado em 2017 observou que no 5º ano do Ensino Fundamental (4ª série), a média de desempenho nacional foi de 259,6 pontos, e as habilidades dos alunos em Matemática estão aquém do que seria esperado para um aluno de desempenho mediano. Este resultado pode ser o reflexo da dificuldade dos professores dessas séries, ou mesmo da falta de compreensão e de formação adequada para trabalharem com os conteúdos tanto da Matemática como da Estatística.

Nesse sentido, a escola é vista como o lugar ideal para o desenvolvimento dessa formação sólida, pois como afirma Freire (2005), a natureza da Educação é política e esta tem um poder domesticador ou libertador, dependendo do uso que se faz dela. Ou seja, pensamos que essa formação sólida é que permite ao sujeito o exercício da plena cidadania.

Entretanto, será que em nossas escolas esses conteúdos estão sendo realmente trabalhados? Será que nossos professores do Ensino Fundamental e Médio têm formação e conhecimentos necessários para ensinar os conceitos básicos da Estatística Descritiva, articulando-os com situações do cotidiano de forma significativa para nossos alunos?

Batanero (2000) constata que o fato da Estatística estar presente no currículo de Matemática não significa que os professores a estão ensinando. A autora reflete que alguns não se sentem confortáveis para ensinar Estatística, deixando-a, muitas vezes, como último tema, e quando têm oportunidade, omitem-na. Essa autora destaca ainda que diante da

² INEP (2017). Relatório do SAEB sobre as médias de desempenho em perspectiva comparada (primeiros resultados). Disponível em: <www.inep.gov.br>.

complexidade destes conceitos, é necessário um período de ensino ao longo da educação primária (Ensino Fundamental) e secundária (Ensino Médio) para se conseguir um progressivo acompanhamento dos significados pessoais que os alunos constroem para os significados institucionais.

A partir dessas reflexões, desenvolvemos uma pesquisa de doutoramento sobre o processo de formação de professores e a ampliação de seu desenvolvimento profissional em exercício, particularmente no que se refere à abordagem de conteúdos estatísticos. Aqui nesse artigo, apresentaremos os resultados observados sobre o conteúdo de medidas de tendência central (média, moda e mediana) que os sujeitos da pesquisa apresentaram na primeira fase da coleta de dados.

Estruturamos este artigo iniciando com uma breve reflexão sobre pesquisas que abordam a compreensão de futuros professores sobre as medidas de tendência central, seguido da descrição da metodologia e resultados e discussões dos dados obtidos na primeira fase da coleta de dados da pesquisa de doutoramento que foi realizado em cinco etapas. Em seguida apresentamos as conclusões do trabalho que teve como objetivo apresentar que compreensão e desenvolvimento pedagógico e didático do conteúdo podem ser identificados em professores que lecionam do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental sobre medidas de tendência central.

AS DIFICULDADES DE PROFESSORES COM MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

A Estatística, como ciência, é uma disciplina relativamente autônoma da Matemática, e é ensinada na escola como parte desta disciplina por um professor formado em Pedagogia (se nos referirmos do 1º ao 5º ano de escolaridade), ou por um ,formado em licenciatura em Matemática (Mayén *et al.*, 2007), que muitas vezes não recebeu em sua formação inicial e/ou contínua uma preparação que contemplasse uma formação estatística e uma preparação didática específica para ensinar conteúdos de Estatística a seus alunos.

Batanero, Godino e Navas (1997) realizaram um estudo em que investigaram as respostas dadas por 273 estudantes que foram divididos em dois grupos, sendo um formado por 132 alunos do primeiro curso de Magistério (especialidade primária), e o outro, com 141 alunos do curso de Pedagogia, que responderam a um questionário.

Neste estudo, os autores tiveram o objetivo de explorar os conhecimentos e dificuldades de compreensão desses alunos sobre os conteúdos de Estatística básica, que compõem os novos desenhos curriculares, com o fim de detectar os pontos em que seria necessário complementar sua formação. Como resultado, os autores identificaram que os futuros professores apresentaram uma falta de compreensão do algoritmo do cálculo da média, o desconhecimento da relação entre média, mediana e moda nas distribuições não simétricas, ou a crença de que todas as distribuições são simétricas (BATANERO, GODINO E NAVAS, 1997, p. 5).

Especificamente em relação às tarefas que abordavam o tratamento de valores atípicos, os estudantes apresentaram dificuldades e um percentual de erros de 34,1% no item que solicitava calcular a média sem rejeitar o valor atípico. Neste contexto, tal valor apontava um observado na medição e influenciava a estimação do verdadeiro peso do objeto. Já quando não se deve ter em conta os valores atípicos nas comparações das distribuições, os futuros professores tiveram um percentual de erro de 22,6%.

Outro ponto em que tiveram grande dificuldade foi em relação ao conhecimento das posições relativas entre a média, mediana e moda em distribuições não simétricas, com um percentual de 57,4% de respostas erradas. Segundo Batanero, Godino e Navas (1997), essa relação não é fácil de compreender, porque não se deduz claramente o algoritmo do cálculo.

Também tiveram dificuldade em determinar quando a média, a mediana e a moda são preferíveis como melhor representante de um conjunto de dados, com 9,1% respostas incorretas. Na tarefa que solicitava a comparação inadequada de duas distribuições, os autores identificaram duas estratégias incorretas de solução: não avaliar adequadamente as diferenças das médias com respeito à dispersão, com 8,6% das respostas, e julgar a diferença entre os grupos usando apenas parte da distribuição, com 12,9% das respostas.

Os resultados deste estudo, para os autores, mostram a existência de erros conceituais e dificuldade de aplicação prática dos conhecimentos sobre as médias por parte dos estudantes, e apontam a necessidade de aumentar o conteúdo estatístico na formação dos professores. Outras explicações para a grande porcentagem de erros nos itens analisados são o escasso tratamento adequado dos valores atípicos no ensino primário e secundário, e um ensino das médias centrado na apresentação do algoritmo e fórmulas, e sua aplicação em casos estereotipados. Tudo isso, dizem Batanero, Godino e Navas (1997), contribui para que o futuro professor não desenvolva uma compreensão do significado integral do conceito.

Em outro estudo, Fernandes e Barros (2005) estabeleceram o objetivo de saber se os futuros professores que devem ensinar os temas de Estatística e probabilidades, os

compreendem de forma adequada e possuem os conhecimentos necessários para levar os alunos a raciocinarem corretamente sobre os vários assuntos a eles ligados.

Para isso utilizaram um questionário com 13 questões, das quais: cinco sobre cálculo envolvendo Medidas de Tendência Central, quatro sobre o significado e interpretação das Medidas de Tendência Central e quatro sobre acontecimentos e comparação de probabilidades. Participaram desse estudo 37 alunos do 4º ano do curso de professores do Ensino Básico, variante de Matemática e Ciências da Natureza, de uma Escola Superior de Educação da cidade de Braga – Portugal. Vale ressaltar que esses alunos frequentaram a disciplina de Probabilidade e Estatística no Ensino Superior.

Como resultados, os autores observaram que as questões sobre cálculo envolvendo Medidas de Tendência Central se revelaram difíceis para a maioria dos futuros professores, com um percentual de 43,2 % de respostas erradas e não respostas.

No cálculo da média, não foram capazes de extrair do gráfico a informação relevante, apresentando 13,5% de respostas erradas; 10,8% calcularam erradamente a média das frequências e 5,4% não se recordaram da fórmula da média. No cálculo do número médio, não ponderaram a média dada, com 29,7% de respostas erradas, e ignoraram o valor zero, com 5,4% de erros. Finalmente, no cálculo da média ponderada, os alunos efetuaram cálculos que resultaram na soma das duas médias 5,4% e não apresentaram qualquer justificação.

Em relação à mediana, 10,8% dos alunos consideraram esta medida como a metade da amplitude total dos dados; 5,4% ignoraram o valor zero, e 2,7% tomaram a moda pela mediana, e quando foram solicitados a justificar a sua resposta, cerca de 48,7% dos futuros professores não responderam. Em relação à moda, não tiveram dificuldades.

As questões sobre o significado e interpretação das Medidas de Tendência Central se revelaram ainda mais difíceis, com um percentual total de erros de 50,3%. Em relação à identificação da moda, apresentaram um percentual de erros de 21,6%, cuja origem estava na seleção da maior frequência ao invés do valor da variável estatística. No caso da média, o erro mais frequente consistiu em calcular a média das frequências, com 59,5% de respostas erradas.

No significado atribuído à média, 40,6% dos futuros professores se limitaram a descrever o algoritmo e 27% afirmaram tratar-se de um valor médio. Vale ressaltar que embora a moda tenha se revelado mais acessível, ainda assim 24,3% dos participantes associaram-na à maior parte ou ao maior número.

Fernandes e Barros (2005) concluíram que dentre as três Medidas de Tendência Central, a mediana revelou-se a mais difícil, seguindo-se a média e a moda. Nos temas sobre

“cálculo e significado” e “interpretação das Medidas de Tendência Central”, salientaram-se as elevadas porcentagens de respostas erradas, situação que se agravou quando se avaliaram as justificativas.

MATERIAL E MÉTODOS

A pesquisa qualitativa supõe o contato direto do pesquisador com o fenômeno em estudo e o ambiente em que a situação investigada acontece. O material obtido neste tipo de pesquisa é rico em descrições de pessoas, situações, acontecimentos, e isto inclui transcrições de entrevistas e de depoimentos que podem ser coletados em áudio e vídeo, fotografias, desenhos e extratos de vários tipos de documentos. Citações são usadas para auxiliar na compreensão e análise do problema em estudo (LÜDKE E ANDRÉ, 2012, p. 11).

A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares e se preocupa com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Entendemos por pesquisa a atividade básica das Ciências na sua indagação e descoberta da realidade. É uma atitude e uma prática teórica de constante busca que define um processo intrinsecamente inacabado e permanente. Minayo (2017) elucida que qualquer estudo da realidade, por mais objetivo que possa parecer, por mais ingênuo ou simples nas pretensões, tem a norteá-lo um arcabouço teórico que informa a escolha do objeto, todos os passos e resultados teóricos e práticos.

Diferentemente da arte e da poesia que se concebem na inspiração, a pesquisa é um labor artesanal que, se não prescinde da criatividade, se realiza fundamentalmente por uma linguagem fundada em conceitos, proposições, métodos e técnicas – linguagem que se constrói com um ritmo próprio e particular.

Desejando responder às nossas questões e atingir o objetivo deste estudo que faz parte de uma pesquisa de doutorado cuja íntegra teve cinco etapas para coleta dos dados. Nesse artigo apresentaremos os dados referentes à primeira fase da coleta dos dados que constou da aplicação de uma sequência de ensino composta por dez tarefas construídas a partir do levantamento diagnóstico.

Especificamente, detalharemos os resultados sobre algumas tarefas relacionadas ao conteúdo de média, moda e mediana. Estas tarefas foram organizadas em um grau de dificuldade crescente, para que a cada tarefa trabalhada fosse necessário nos reportarmos às estratégias utilizadas na tarefa anterior, proporcionando a construção de novas estratégias de solução. Participaram dessa pesquisa seis professoras voluntárias que lecionavam do 1º ao 5º

ano do Ensino Fundamental (alunos de 6 a 10 anos de idade) na cidade de São Paulo que receberam os nomes fictícios de Luíza, Magna, Rebeca, Ivete, Juliana e Paula.

A primeira fase da coleta de dados foi aplicada durante um curso de Estatística denominado de Introdução à Estatística para Professores do 1º ao 5º ano das séries iniciais, elaborado por nós e executado em cinco encontros na própria escola na qual as professoras, nossos sujeitos de pesquisa, atuavam. Os encontros tiveram em média a duração de uma hora e meia cada, sendo que alguns ultrapassaram este tempo para que não se interrompesse uma atividade em momento inadequado para o desenvolvimento dos conhecimentos explorados no grupo.

Buscamos contextualizar e adaptar as tarefas da sequência de ensino com base no dia a dia dos discentes das séries iniciais do Ensino Fundamental, para que os professores participantes da intervenção pudessem incorporá-la à sua prática profissional. Partimos assim do pressuposto de que haveria incorporação dos conceitos estudados, permitindo construir uma medida de análise para o desenvolvimento profissional.

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DO CURSO DE ESTATÍSTICA EM RELAÇÃO ÀS TAREFAS RELACIONADAS AO CONTEÚDO DE MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

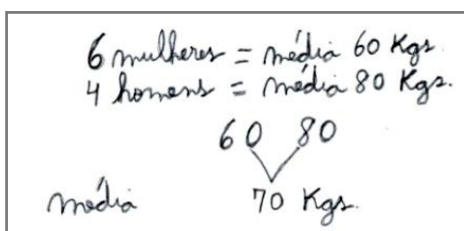
No geral, essa primeira etapa do curso de formação em Estatística revelou que as professoras se apropriam bastante lentamente dos conceitos de Medidas de Tendência Central, inclusive dos conceitos relacionados à média aritmética e que nesse processo parecem persistir dificuldades referentes à mediana e à moda, principalmente quando relacionadas à análise de variáveis (qualitativa e quantitativa) e à média ponderada, como observamos em algumas respostas dadas pelas professoras na tarefa 8 que envolvia o conhecimento do cálculo da média ponderada.

Tarefa 8:

Há 10 pessoas num elevador, 6 mulheres e 4 homens. A média do peso das mulheres é de 60 quilos, e a média do peso dos homens é de 80 quilos. Determine a média do peso das 10 pessoas que se encontram no elevador.

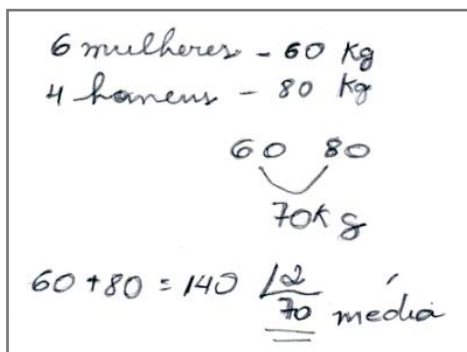
As professoras Luíza, Ivete e Rebeca responderam à questão sem realizar a ponderação, ou seja, fizeram o somatório das médias dos pesos das pessoas (60+80) e a divisão do resultado (140) por 2, que tinha como solução 70 quilos, como demonstram as Figuras 01,02 e 03.

Figura 01 – Representação da tarefa 8 da professora Luíza



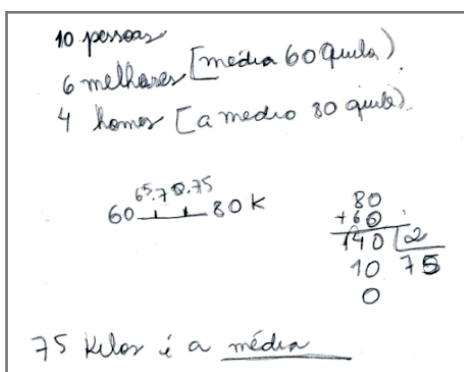
Fonte: Lemos (2011).

Figura 02 – Representação da tarefa 8 da professora Ivete



Fonte: Lemos (2011).

Figura 03 – Representação da tarefa 8 da professora Rebeca



Fonte: Lemos (2011).

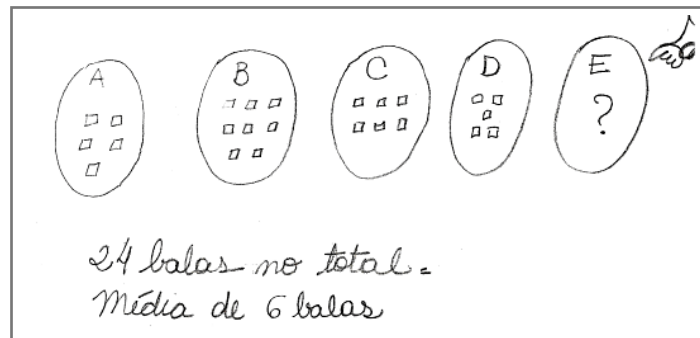
Em relação à tarefa 1, observamos que embora as professoras tenham resolvido a tarefa encontrando o valor da média do quinto pote, não estabeleceram uma relação dessa tarefa com o significado da média.

Tarefa 1:

Tenho quatro potes de balas; o pote A tem 5 balas; o pote B tem 8; o pote C tem 6 e o pote D tem 5. Num quinto pote quero colocar uma quantidade de balas que represente a média dos quatro potes anteriores. Qual a composição do quinto pote para que ele apresente o número médio de balas dos quatro potes A, B, C e D?

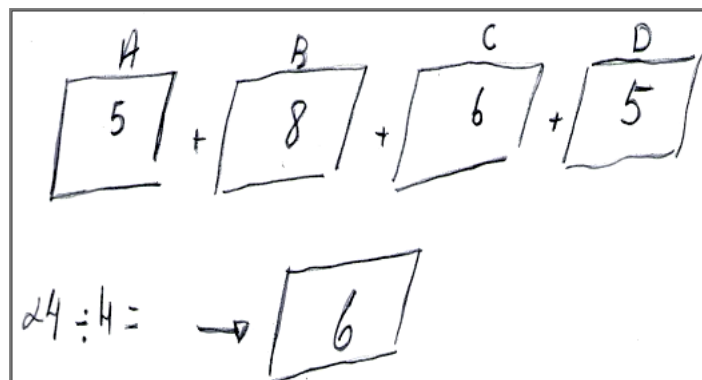
Identificamos também que o critério usado pela maioria foi à ideia de somar todos os valores de cada pote e dividir pelo total deles, não considerando que o valor do quinto pote representa o ponto de equilíbrio da distribuição. As figuras 04, 05 e 06 ilustram a estratégia das professoras:

Figura 04 – Representação da tarefa 1 da professora Magna



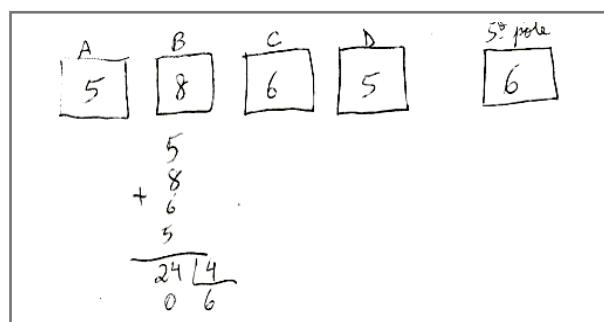
Fonte: Lemos (2011).

Figura 05 – Representação da tarefa 1 da professora Ivete



Fonte: Lemos (2011).

Figura06 – Representação da tarefa 1 da professora Luíza



Fonte: Lemos (2011).

As professoras realizaram automaticamente o cálculo da média, mas não refletiram sobre o seu significado, a saber, o que esta média realmente representa em uma distribuição. Isto foi evidenciado em algumas falas que transcrevemos e apresentamos na sequência:

Professora Paula: Tinha somado as quantidades de balas e dividi por quatro, assim pude obter o número médio de balas no quinto pote.

Professora Magna: Faria a tarefa com as crianças com material dourado. Faria o somatório de todos os potes e depois o dividiria pelo número total (de potes), obtendo a média de balas.

Professora Ivete: Somei todas as quantidades, dividi por quatro e obtive a média desejada.

Professora Luíza: Somei as quantidades dos quatro potes e dividi por quatro para calcular a média de balas do pote.

Em nenhum momento percebemos uma análise do que seria a representação de que o quinto pote representasse o equilíbrio da distribuição. Mas, como essa era a primeira tarefa do curso de formação, achávamos que esse elemento poderia vir à tona nas tarefas da sequência.

Tarefa 2:

Uma pesquisa feita pelo IBGE, em 2008, relatou que o número médio de crianças por família no Brasil é de 1,86.

a) Explique o que esta frase significa para você.

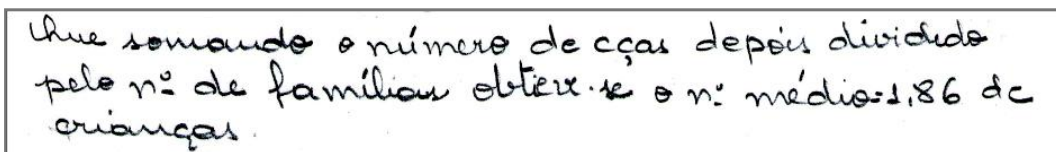
b) Foram escolhidas 10 famílias brasileiras cujo número médio de filhos por família é de 2,2. Destes, o casal João e Márcia tem 4 filhos e o casal Marcos e Lúcia tem 1 filho. Quantos filhos terão as outras 8 famílias para que o número médio de filhos nas 10 famílias seja de 2,2 filhos? Justifique a sua resposta.

Na segunda tarefa demos continuidade ao trabalho com a média ao refletirmos sobre o que esta representa em uma distribuição, ou seja, uma divisão equitativa em uma distribuição de dados. Também abordamos a média como um valor pertencente ao rol da variável e a propriedade que não tem por que ser um dos valores dos dados.

Esta tarefa objetivava aprofundar o trabalho iniciado anteriormente, que discutiu a média como ponto de equilíbrio e distribuição equitativa dos dados.

Analisando as respostas das professoras no item A, observamos que a prática de sala de aula parece ter forte influência nas respostas dadas. Isto foi percebido quando a maioria das professoras estabeleceu a relação da média com a forma de calculá-la. Elas não refletiram sobre o significado da média numa distribuição, como um valor em torno do qual os demais se distribuem, ou mesmo como um valor que representa a divisão equitativa dos elementos considerados. Vejamos as respostas apresentadas nas figuras 07 e 08:

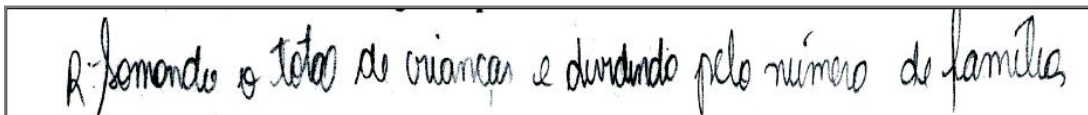
Figura 07 – Representação da tarefa 2, item A, da professora Ivete



Lhe somando o número de crianças depois dividido pelo nº de famílias obtém-se o nº médio=1,86 de crianças.

Fonte: Lemos (2011).

Figura 08 – Representação da tarefa 2, item A, da professora Rebeca

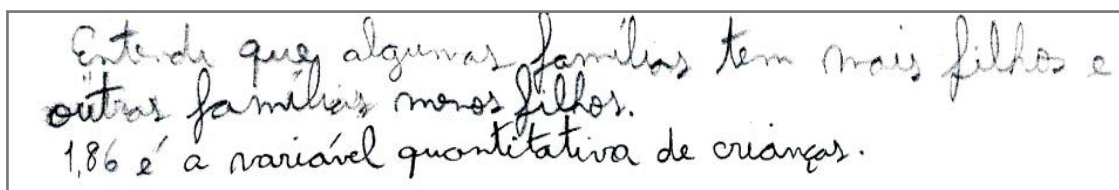


A somando o total de crianças e dividindo pelo número de famílias

Fonte: Lemos (2011).

Além dessas respostas, identificamos outras que não relacionaram o cálculo da média, realizando apenas uma reflexão com os dados do problema, como pode ser observado na figura 09:

Figura 09 – Representação da tarefa 2, item A, da professora Luíza



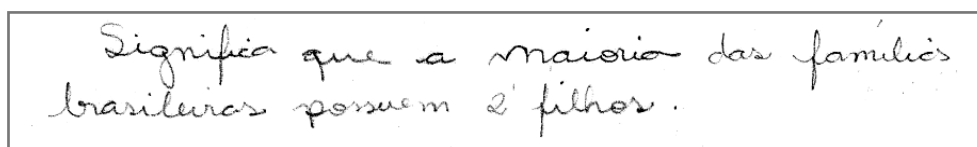
Entende que algumas famílias tem mais filhos e outras famílias menos filhos.
1,86 é a variável quantitativa de crianças.

Fonte: Lemos (2011).

Na resposta, percebemos que a professora Luíza considerou o valor da média de 1,86 como ponto de referência pelo qual as famílias poderiam ter mais ou menos filhos. E ao analisar o que representaria essa média, ela a chama de variável quantitativa, desconsiderando a identificação dessa média como ponto de equilíbrio. Mais forte que isto, permite identificar uma falta de compreensão do que é uma variável estatística, o que lhe permitiria identificar a média como uma possível representação dos valores assumidos por essa variável.

Na resposta da professora Juliana, identificamos uma confusão entre conceitos; ela se refere à média de 1,86 como sendo moda, como pode ser observado na figura 10. Tal tipo de confusão já foi observada em outras pesquisas.

Figura 10 – Representação da tarefa 2, item A, da professora Juliana

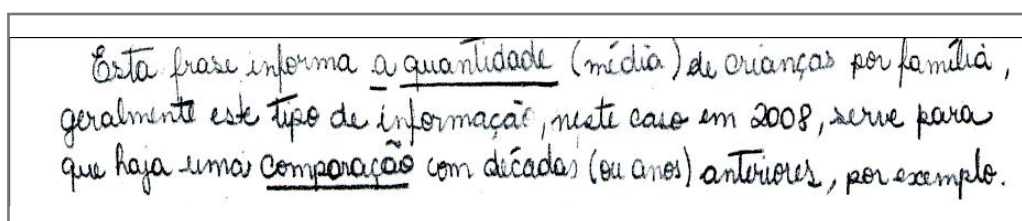


Significa que a maioria das famílias brasileiras possuem 2 filhos.

Fonte: Lemos (2011).

A resposta da professora Magna foi interessante e se diferenciou das outras professoras, como observamos na figura 11. Ela foi a única que considerou o enunciado da tarefa para explicar que 1,86 era apenas a média de crianças por família no Brasil. Embora não tenha realizado uma análise da média, a professora foi a única que fez uma interpretação do enunciado da tarefa, relacionando o que significava o resultado de 1,86 filhos por família para o IBGE e a utilização desta informação para a sociedade, ou seja, sugeriu conhecimento de contexto, uma vez que pôde visualizar uma aplicação para a média.

Figura 11 – Representação da tarefa 2, item, A da professora Magna



Esta frase informa a quantidade (média) de crianças por família, geralmente este tipo de informação, neste caso em 2008, serve para que haja uma comparação com décadas (ou anos) anteriores, por exemplo.

Fonte: Lemos (2011).

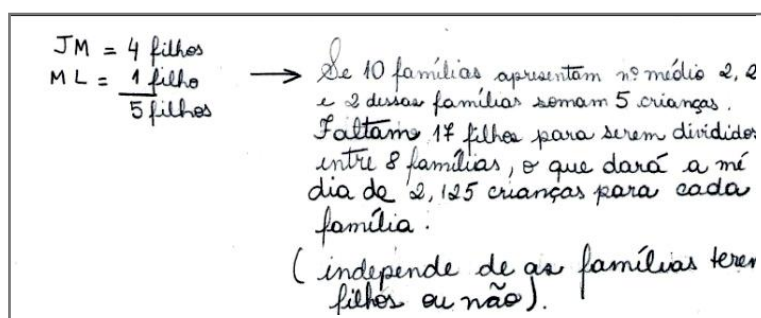
Na tarefa 2 o objetivo era que as professoras relacionassem o enunciado desta tarefa com a propriedade da média trabalhada na primeira tarefa, mas tal situação não se configurou como uma tarefa simples de ser percebida pelas professoras. É como discutem Strauss e Bichler (1988), quando afirmam que a média aritmética é um conceito que os alunos não assimilam de maneira espontânea. Nestes extratos pudemos perceber que para estas professoras esse conceito também não é assimilado espontaneamente, e que mesmo a progressão das tarefas não pareceu suficiente para tal assimilação até essa fase da nossa experimentação. Contudo, devemos considerar que essa ainda é a segunda tarefa abordada, e a falta do estabelecimento de relação entre as tarefas pode diminuir naturalmente no decorrer do processo.

No item “B” da tarefa 2, abordamos as propriedades da média, quando esta pode “ser um valor pertencente ao rol da variável e de não ter que ser um dos valores dos dados”. Observando as respostas das professoras, percebemos que todas responderam corretamente

sobre o cálculo da média e justificaram suas respostas por meio do princípio de distribuição equitativa da média. Também notamos que duas professoras foram além da resolução da tarefa, justificando suas respostas com outras propriedades da média, como a do zero fazer parte da distribuição.

Isso foi percebido quando a professora Magna disse que seria 2,125 crianças para cada família, referindo-se às 8 famílias que receberiam os 17 filhos que faltavam ser distribuídos, e complementou sua resposta dizendo “*independe de as famílias terem ou não filhos*”, ou seja, que seriam 17 filhos distribuídos entre as 8 famílias, independentemente de algumas famílias terem ou não filhos, como observamos na figura 12. Este extrato permite inferir que a professora Magna assimilou a ideia de média como valor representativo de um conjunto de valores observados, sem que seja necessariamente um desses valores.

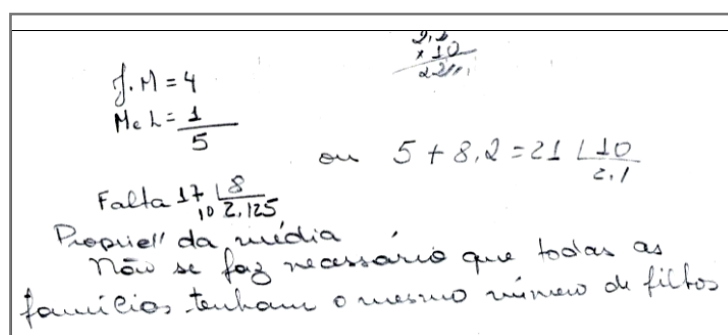
Figura 12 – Representação da tarefa 2, item B, da professora Magna



Fonte: Lemos (2011).

Outra justificativa que chamou nossa atenção foi dada pela professora Ivete, que justifica sua resposta dizendo que “*não se faz necessário que todas as famílias tenham o mesmo número de filhos*”. Ela diz isto referindo-se também à distribuição dos 17 filhos por família, conforme observamos na figura 13:

Figura 1 - Representação da tarefa 2, item B, da professora Ivete

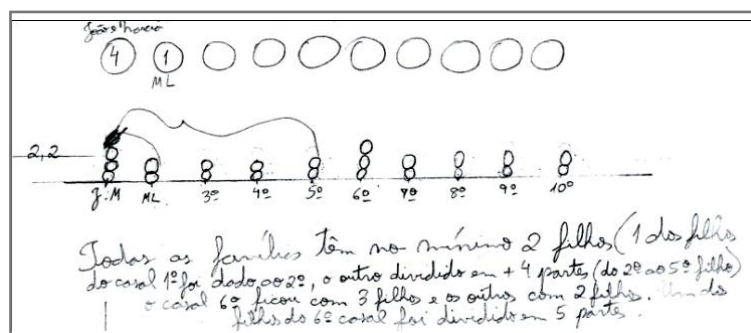


Fonte: Lemos (2011).

Com esta resposta inferimos que a professora Ivete não apenas respondeu à tarefa, mas refletiu sobre ela e sobre o que realmente significa a expressão 2,2 filhos por família numa distribuição, assim como a professora Magna.

Outra solução interessante se pode observar na resposta da professora Luíza, que utiliza a distribuição dos filhos através do desenho de um gráfico pictórico, figura 14:

Figura 24 – Representação da tarefa 2, item B, da professora Luíza



Fonte: Lemos (2011).

Percebemos que a explicação da professora Luíza comprova o raciocínio de distribuição dos filhos por família. Se observarmos na Figura 14 ela faz a representação das 10 famílias e escreve a quantidade de filhos determinada no enunciado da tarefa para duas famílias. Em seguida, constrói o gráfico pictórico com os 17 filhos distribuídos entre as 8 famílias, e depois faz a distribuição destes entre as famílias. Esta resposta é interessante, pois pode nos indicar que a professora Luíza utilizou o raciocínio trabalhado na primeira tarefa do curso de Estatística.

De modo geral, esta tarefa nos mostra que as professoras ainda não demonstram um domínio do conteúdo no qual possam justificar o significado da média dada como ponto equitativo de uma distribuição. Tal dificuldade também foi observada por Cai (1995), com 250 alunos que cursavam o 6º ano de escolaridade nos Estados Unidos. Esta autora observou que muitos alunos que são capazes de calcular corretamente a média, não compreendem seu algoritmo de cálculo e a aplicam de forma mecânica. Mas também percebemos um avanço em relação ao item B da tarefa, tanto na quantidade de acertos como nas justificativas das respostas.

Na análise realizada por Mayén *et al.* (2007) desta tarefa, em seu estudo com estudantes mexicanos de bacharelado, estes autores identificaram que os alunos calcularam com facilidade as médias simples. Podemos inferir que em relação ao cálculo da média, as

professoras tiveram um desempenho semelhante ao observado por esses autores em seu estudo.

Com isso percebemos que nessa primeira fase as professoras apresentaram objetivamente dificuldades em relação à média quando foram solicitadas a defini-la, e também no cálculo da média ponderada, o que foi igualmente observado nos estudos de Mayén *et al.* (2007) com estudantes que também não levam em conta a ponderação.

No que se refere à mediana, as professoras apresentaram dificuldades inicialmente na tarefa 4, item C. Mas isto foi esperado, tendo em vista que era a primeira vez que abordávamos esse conteúdo.

Tarefa 4:

As notas obtidas por Carlos nas diferentes disciplinas, no 2º ano do Ensino Fundamental, foram as seguintes: 8,0; 6,0; 5,5; 8,0; 8,0; 6,0 e 7,5.

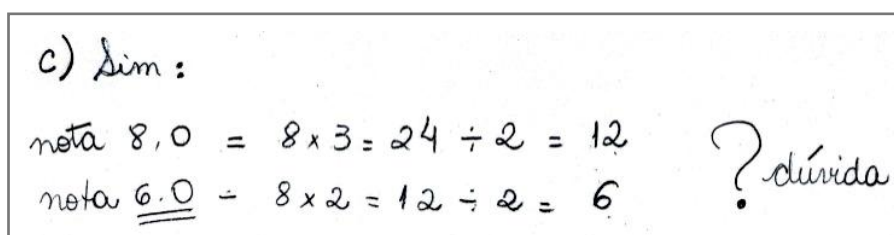
a) *Qual a nota média que Carlos obteve nas disciplinas?*

b) *Qual é a nota mais comum?*

c) *É possível dividir esse grupo de notas em dois outros grupos com exatamente a mesma quantidade de elementos? Se sim, justifique. Se não, o que é preciso fazer para obter estes dois grupos?*

No item C introduzimos o conceito de mediana e observamos que as professoras tiveram dificuldades no processo de resolução. Na análise da professora Magna identificamos o estabelecimento de uma relação entre os números 8 e 6, que são as notas que mais apareciam, como observamos na figura 15:

Figura 15 – Representação da tarefa 4, item C, da professora Magna



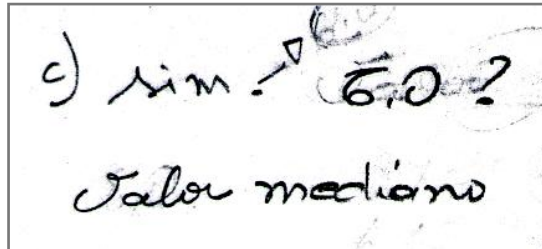
c) Sim :
nota 8,0 = $8 \times 3 = 24 \div 2 = 12$
nota 6,0 = $8 \times 2 = 12 \div 2 = 6$? dúvida

Fonte: Lemos (2011).

Quando questionada se era possível encontrar uma nota que separasse esta distribuição em duas partes com o mesmo número de elementos, ela respondeu: “Não, por serem sete disciplinas com algumas notas distintas. Não será possível encontrar uma nota em que sua distribuição apresente o mesmo número de elementos.”

A professora Ivete respondeu que era possível encontrar uma nota que separasse a distribuição em duas partes, respondendo: a nota 6. Figura 16:

Figura 16 – Representação da tarefa 4, item C, da professora Ivete

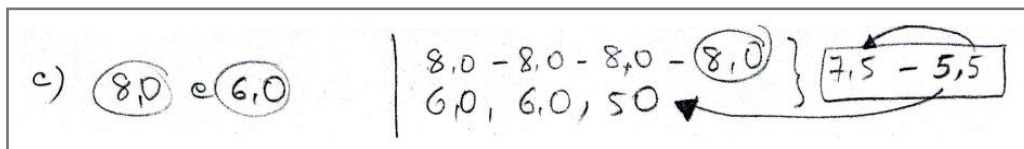


Fonte: Lemos (2011).

Quando questionada sobre sua resposta diz que “*pensou no número 6, mas que não sabia explicar o porquê*”.

A professora Paula fez uma relação com a quantidade de vezes que cada nota aparecia e respondeu que as notas que separam a distribuição em duas partes seria entre 8 e 6. Vejamos:

Figura 17 – Representação da tarefa 4, item C, da professora Paula



Fonte: Lemos (2011).

A análise das respostas nos mostra que o conceito de mediana não é de fácil compreensão. Esses achados encontram respaldo em Boaventura e Fernandes (2004), quando concluíram em pesquisa que o conceito de mediana é aquele nos quais os alunos apresentam mais dificuldade. Desta forma, podemos inferir que alunos e professores apresentam as mesmas dificuldades, e isto também é apontado nas pesquisas de Batanero, Godino e Navas (1997) e Fernandes e Barros (2005).

Ainda sobre essa afirmação, Cobo e Batanero (2000) concordam com os autores acima, discutindo que a definição de mediana é excessivamente difícil para os alunos, porque este conceito está relacionado com o raciocínio proporcional e as ideias de ordem e distribuição que, com frequência, causam dificuldade aos alunos.

Em relação ao conteúdo moda, as professoras só demonstraram dificuldades quando solicitadas a justificar por que seria esta a melhor medida para a análise dos dados. Isto aconteceu também pela necessidade de articular e identificar os tipos de variáveis como observado na tarefa 9.

Tarefa 9:

A distribuição das bebidas preferidas pelos alunos de uma turma do 12º ano, de uma escola secundária, é definida pela tabela seguinte:

Tabela da Distribuição das Bebidas preferidas pelos alunos

TIPOS DE BEBIDAS	NÚMERO DE ALUNOS
Água	3
Refrigerante	9
Suco	6
Leite	2
Total	20

Encontre, se for possível, os valores da média, mediana e moda das bebidas preferidas pelos alunos da turma.

Nesta tarefa, observamos que nenhuma das professoras respondeu que a medida mais apropriada para solucionar a tarefa seria apenas a moda, como podemos observar nas figuras 18 e 19:

Figura 18 – Representação da tarefa 8 da professora Ivete

* tipo, de variável - qualitativa
 Média . $3+9+6+2 = 20 : 4 = 5,,$
 Mediana 2 - 3 - 6 - 9 -
 $\underbrace{\quad}_{4,5}$
 moda - Refrigerante (9)

Fonte: Lemos (2011).

Figura 19 – Representação da tarefa 9 da professora Juliana

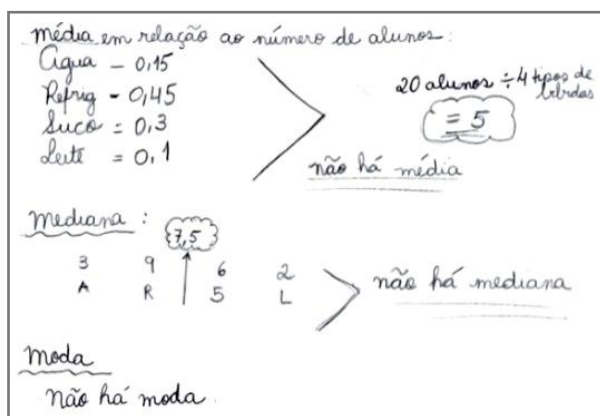
M = ?
 MEDIANA = 2 3 6 9 = $\boxed{4,5}$
 MODA = REFR 1 = $\boxed{9}$

Fonte: Lemos (2011).

Acreditamos que tal fato não é decorrente da apresentação dos dados numa representação tabular, mas sim do entendimento deste conceito. Ou seja, que seus conhecimentos sobre as Medidas de Tendência Central e suas propriedades encontram-se ainda em processo de apropriação. O próprio enunciado faz uma indução a esse tipo de erro, que só seria evitado pela mobilização correta dos conhecimentos construídos sobre as medidas citadas e sobre sua significação para a representação de variáveis estatísticas, quantitativas ou qualitativas.

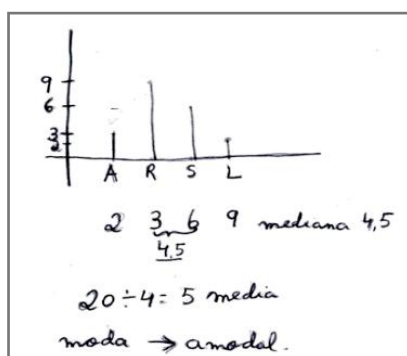
As professoras Magna e Luíza fizeram o cálculo da média e mediana, mas em relação à moda disseram que esta não existia, e que a tarefa era amodal, como vemos nas figuras 20 e 21:

Figura 20 – Representação da tarefa 9 da professora Magna



Fonte: Lemos (2011).

Figura 21 – Representação da tarefa 9 da professora Luíza



Fonte: Lemos (2011).

Essas respostas indicam que a compreensão dos conceitos referentes à identificação do tipo de variável e da medida mais adequada para responder à tarefa se configura como um

processo complexo, o qual exige um domínio do conteúdo para que possam perceber essas informações transmitidas nas tarefas e no dia a dia.

Os alunos investigados por Boaventura e Fernandes (2004) também apresentaram dificuldades acerca da possibilidade ou impossibilidade do cálculo da média, moda e mediana. Estes autores observaram que em relação à moda, o erro mais frequente cometido pelos alunos foi responder como moda o valor 9, que corresponde à frequência absoluta do refrigerante, que era a bebida preferida. Como podemos perceber, os alunos investigados no estudo de Boaventura e Fernandes (2004) também tiveram dificuldades em encontrar a resposta correta, assim como as professoras em nosso estudo.

Com isto, percebemos que a identificação da variável qualitativa na tarefa não se configurou em uma atividade simples, pois se tivessem percebido que tipo de variável a questão estava trabalhando, perceberiam que o único cálculo possível seria a moda.

Diante do exposto, inferimos que as professoras se encontram em um processo de apropriação deste conhecimento, ou seja, no desenvolvimento da capacidade que as pessoas têm de interpretar e avaliar criticamente a informação estatística iniciando, mesmo que timidamente, a elaboração de argumentos relacionados aos dados apresentados nas tarefas ou aos fenômenos estatísticos observados e apresentados em diversos contextos.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Identificamos que, em relação à compreensão e desenvolvimento pedagógico e didático do conteúdo, observados durante todo o processo de intervenção e formação, as professoras conseguiram avançar, de um modo geral, considerando os conhecimentos que pudemos diagnosticar no início da formação. Dificuldades ainda permanecem, como observamos em várias fases da análise dos dados, mas também indícios de mudanças, atitudes e concepções são observados.

Notadamente em relação ao desenvolvimento pedagógico e didático, as professoras ainda demonstram não ter adquirido domínio e conhecimento do conteúdo em nível de aquisição do que se denomina uma pessoa letrada estatisticamente (GAL, 2002, p. 6), mas apresentaram interesse em empreender novos projetos (continuar com o trabalho e o estudo de Estatística), tomar decisões que foram processos realizados em conjunto com as colegas de trabalho. Por fim, sabemos que mesmo não tendo trabalhado com as professoras dentro da perspectiva de um grupo colaborativo, percebemos fortes indícios desse processo.

Deste modo, inferimos que o processo de formação cumpriu o papel para o qual foi projetado: auxiliar no desenvolvimento profissional das professoras em relação aos conteúdos das medidas de tendência central, resguardando sempre as dificuldades enfrentadas no processo. Além disso, percebemos com as análises apresentadas que a formação não foi suficiente, mas podemos também inferir que foi percebida como um ponto de partida para a construção de um processo permanente de reflexão com o grupo formado: as próprias professoras mostraram, em suas avaliações escritas, que gostariam de continuar com o processo.

REFERÊNCIAS

BATANERO, C. Significado y comprensión de las medidas de posición central. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 25, pp. 41-58, 2000.

BATANERO, C.; GODINO, J. D.; NAVAS, F. Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios. In: H. Salmerón (ed.). **VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa Universidad de Granada**, pp. 310-304, 1997.

BOAVENTURA, G. M.; FERNANDES, J. A. Dificuldades de alunos do 12º ano nas Medidas de Tendência Central: o contributo dos Manuais Escolares. In: **Revista Portuguesa de Educação**. Braga: Portugal. pp. 103-126, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. Portaria n. 447, de maio de 2017. Institui o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica- SAEB. Brasília: MEC/Inep, 2017.

CAI, J. Beyond the computational algorithm: Students' understanding of the arithmetic average concept. In: **Proceedings of the 19th PME Conference**. Universidade Federal de Pernambuco, Recife. v. 3, pp. 152-159, 1995.

COBO, B.; BATANERO, C. La mediana, ¿Un concepto sencillo en la enseñanza secundaria?. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 23, pp. 85-96, 2000.

FERNANDES, J. A.; BARROS, P. M. Dificuldades de futuros professores do 1.º e 2.º ciclos em estocástica. In: **Congreso Iberoamericano de Educación Matemática**, 5, Porto, Portugal, 2005 – V CIBEM.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. 41ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

LUDKE, M. e ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 2012. (Coleção Temas Básicos de Educação e Ensino).

MAYÉN, S.; COBO, B.; BATANERO, C.; BALDERAS, P. Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 9, pp. 187-201, 2007.

MINAYO, M. C. S. **O desafio do conhecimento**: pesquisa qualitativa em saúde. 16ª ed. Rio de Janeiro: Hucitec-Abrasco, 2017.

STRAUSS, S.; BICHLER, E. The development of children's concepts of the arithmetic average. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 19, n. 1, pp. 64-80, 1988.

Recebido em 17 dez 2018; Aceito após revisão em 10 jan 2019.