A APREENSÃO DO CONCEITO DE EXPERIMENTO ALEATÓRIO: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E JOGO PEDAGÓGICO

Ailton Paulo de Oliveira Júnior[1]

Nilceia Datori Barbosa[2]

Natália Galvão Simão de Souza[3]

Karoline Marcolino Cardoso[4]

Resumo: O objetivo do trabalho é apresentar a fundamentação teórica utilizada para a criação de um jogo formado por perguntas e respostas, utilizando a resolução de problemas no processo ensino e aprendizagem de conteúdos probabilísticos do 1° ano do Ensino Fundamental, seguindo os princípios da Teoria Antropológica do Didático – TAD na organização praxeológica didática e matemática (Probabilidade) e a Equivalência de Estímulos para elaborar pequenas unidades de ensino, descrevendo um repertório simples a ser ensinado e progressivamente ir aumentando a complexidade. Partindo desse pressuposto trazemos a elaboração de questões (problemas) abordando a identificação de experimentos aleatórios e determinísticos associado à nova Base Nacional Comum Curricular – BNCC, que fazem parte do jogo com base na TAD, composto por situações problema ou *tarefas*, constituída de uma sequência de subtarefas, que podem ser realizadas utilizando diversas *técnicas* justificadas pela *tecnologia* que se utiliza de teorias relacionadas à Probabilidade como objeto de estudo. Acreditamos que os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções.

Palavras-Chave: Ensino de Probabilidade; Resolução de Problemas; Jogo pedagógico; Teoria Antropológica do Didático. Equivalência de Estímulos.

THE APPREHENSION OF THE RANDOM EXPERIMENT CONCEPT: SOLVING PROBLEMS AND PEDAGOGICAL GAME

Abstract: The objective of this work is to present the theoretical basis used to create a set of a game of questions and answers, using problem solving in the teaching and learning process of probabilistic contents of the 1st year of Elementary Education, following the principles of Anthropological Theory of Didactics - TAD in didactic and mathematical praxeological organization (Probability) and Stimulus Equivalence to elaborate small teaching units,

[1] Doutor e Pós Doutor em Educação pela Universidade de São Paulo; Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática da Universidade Federal do ABC/UFABC, Santo André, São Paulo, Brasil; ailton.junior@ufabc.edu.br

[2] Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática da Universidade Federal do ABC/UFABC, Santo André, São Paulo, Brasil; nilceiadatori@gmail.com

[3] Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática da Universidade Federal do ABC/UFABC, Santo André, São Paulo, Brasil; nathy_galvao@hotmail.com

[4] Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática da Universidade Federal do ABC/UFABC, Santo André, São Paulo, Brasil; karoline_cardoso@hotmail.com

describing a simple repertoire to be taught and progressively increasing complexity. Based on this assumption we bring the elaboration of questions (problems) addressing the identification of random and deterministic experiments associated to the new National Curricular Common Base - BNCC, that are part of the game based on the TAD, composed of problem situations or tasks, consisting of a sequence of subtasks, which can be performed using several techniques justified by the technology that uses theories related to Probability as object of study. We believe that games are an interesting way of proposing problems, since they allow them to be presented in an attractive way and favor creativity in the elaboration of strategies for solving and finding solutions.

Keywords: Probability Teaching; Solving Problem; Educational game; Anthropological Theory of the Didactic. Stimulus Equivalence.

INTRODUÇÃO

O nosso problema de pesquisa é mostrar a possibilidade de desenvolver um trabalho pedagógico para os anos iniciais do Ensino Fundamental, baseado em jogos e resolução de problemas, criando subsídio teórico e metodológico a um repensar sobre os métodos estratégicos, redimensionando-os a fim de minimizar o hiato existente entre as atividades lúdicas cotidianas realizadas pelos alunos, espontaneamente, e o trabalho desencadeado em sala de aula.

Consideramos que os jogos contribuem para o ensino de maneira lúdica, estimulando o agir e o pensar com lógica e com critério, permitindo o desenvolvimento cognitivo, emocional, moral e social, além de proporcionar e motivar o aluno a produzir seu próprio conhecimento, tomar decisões e resolver problemas, além de estimular os alunos a aprender.

Os jogos educativos e a resolução de problemas podem ser ferramentas instrucionais eficazes para melhorar a aprendizagem e a compreensão de conceitos probabilísticos, sendo que o seu uso pode promover o compartilhamento e a discussão de problemas e, portanto, ser útil para alunos com dificuldades em Probabilidade.

A resolução de problemas no contexto de jogos pode contribuir para o desenvolvimento da Matemática. Cabe ressaltar que resolver problemas, em situações de jogos ou não, modifica as percepções matemáticas dos sujeitos e estes “poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter” (POLYA, 1978, p. 87).

De acordo com Farias, Azeredo e Rego, (2016, p. 67) o jogo permite motivar o aluno e ainda pode introduzir conceitos de difícil compreensão, auxiliar no desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas, capacitar o estudante a tomar decisões e saber de que modo as avaliar.

A sistematização pedagógica com a resolução de problemas em contexto de jogos, se bem estruturada e encaminhada, pode possibilitar o desenvolvimento de inúmeras habilidades, pois ao jogar, os alunos têm a oportunidade de "resolver problemas, investigar e descobrir a melhor jogada; refletir e analisar as regras, estabelecendo relações entre os elementos do jogo e os conceitos matemáticos" (SMOLE, DINIZ; MILANI; 2007, p. 11). Podemos dizer que um [...] "jogo possibilita uma situação de prazer e aprendizagem significativa nas aulas de matemática" (SMOLE, DINIZ; MILANI, 2007, p. 9).

Para Carmona e Díaz (2013) os jogos educativos como ferramenta didática em sala de aula permitem a interação entre os alunos, a troca de conhecimentos, a busca conjunta de soluções para problemas específicos como ambiental, socialização, desenvolvimento de habilidades características da ciência, a possibilidade de gerar laços afetivos entre os próprios alunos e com o professor.

Para Moura (1992), a união entre o jogo e a resolução de problemas está vinculada à intencionalidade do processo ensino e aprendizagem, onde o projeto pedagógico do trabalho coletivo da escola tem um começo (a cultura primeira) e um fim (a cultura elaborada), sendo ambos móveis; tratando-se do conhecimento em movimento. E o conhecimento que é síntese de um processo passa a ser começo de outros, num movimento crescente.

De acordo com Grando (2004), a resolução de problemas está no processo de criação de estratégias e na análise, processada pelo aluno, das várias possibilidades de resolução. No jogo ocorre fato semelhante, pois representa uma situação-problema determinada por regras, em que o indivíduo busca, a todo o momento, elaborando estratégias e reestruturando-as, vencer o jogo, ou seja, resolver o problema.

Na concepção de Macedo, Petty e Passos (2005), em qualquer jogo, tem-se uma situação-problema, ou seja, um objetivo que se pretende alcançar ou algo a ser solucionado pelo sujeito ou por um grupo de sujeitos. Assim, o resultado do jogo (este, rigorosamente deverá obedecer aos procedimentos pré-estabelecidos) nada mais é do que um sistema de regras que tem por finalidade delimitar a ação dos envolvidos.

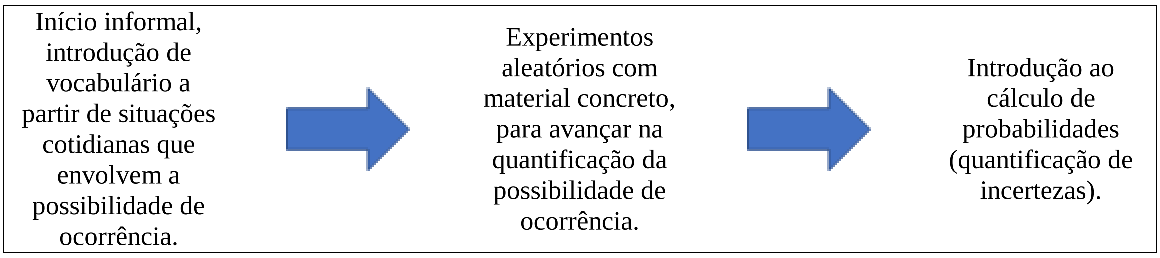
E segundo Guatura (2006), cada hipótese/estratégia formulada, ou seja, cada jogada desencadeia uma série de questionamentos. Entre as questões, encontram perguntas como: (1) Essa é a única jogada possível? (2) Se houver alternativa, qual escolher e por que escolher esta ou aquela? (3) Terminado o problema ou a jogada, quais os erros e por que foram cometidos? (4) Ainda é possível resolver o problema ou vencer o jogo se forem mudados os dados ou as regras?

Entendemos que o jogo também pode ser utilizado para o ensino de Probabilidade, entretanto, é escassa a disponibilidade de jogos como materiais pedagógicos para o trabalho com o ensino e a aprendizagem destes conceitos.

Godino, Batanero e Cañizales (1996) destacam que a probabilidade pode ser aplicada à realidade tão diretamente quanto à aritmética elementar, não sendo preciso teorias físicas nem técnicas matemáticas complicadas. Dizem que a probabilidade é uma excelente oportunidade para mostrar aos estudantes como matematizar e como aplicar a Matemática para resolver problemas reais. E para isso é preciso que o ensino das noções probabilísticas aconteça mediante uma metodologia heurística e ativa, através de propostas de problemas concretos e da realização de experimentos reais ou simulada.

Vásquez e Alsina (2017) apresentam um itinerário para o ensino de Probabilidade em sala de aula, Figura 1, que vai desde o desenvolvimento da linguagem probabilística até a quantificação do ensino do conceito de incerteza, deixando para as etapas posteriores o cálculo da probabilidade de eventos dependentes e independentes, e conceitos de maior complexidade.

Figura 1 – Proposta de itinerário do ensino de probabilidade no ensino fundamental



Fonte: Vásquez e Alsina (2017).

Freire (2003) afirma que quando o homem compreende sua realidade, pode levantar hipóteses sobre o desafio dessa realidade e procurar soluções. Acreditamos que a estatística e o jogo podem contribuir para desenvolver essa atitude de buscar soluções. Quando utilizamos um jogo em aula, os alunos se sentem motivados para aprender, alegres e se soubermos aproveitar essa motivação, essa alegria para aprender, podemos atingir os nossos objetivos enquanto educadores, que é formar para a cidadania.

Não devemos nos esquecer do grande número de informações que é tratada no nosso dia-a-dia e que é de natureza probabilística tornando necessário introduzir o conhecimento probabilístico nas escolas e desenvolver a capacidade das crianças em interpretar e lidar com a incerteza presente na realidade, como uma condição necessária para o desenvolvimento autônomo na sociedade (AZACÁRATE; CARDEÑOSO, 2008).

É particularmente importante o desenvolvimento da intuição probabilística de estudantes em um contexto dominado por uma visão de mundo e matemática fundamentalmente deterministas, em que as soluções são únicas e precisas, o que torna difícil em muitos casos a compreensão por parte das crianças do mundo da incerteza justificando a adequação da introdução da probabilidade como parte da formação das crianças (AZACÁRATE; CARDEÑOSO, 2008).

O Quadro 1 apresenta alguns trabalhos que associaram os jogos ao ensino de Probabilidade e Estatística.

Quadro 1 – Trabalhos que associam o jogo ao ensino de Probabilidade e Estatística

Autor(es)	**Ano**	**Descrição**
Lopes, Teodoro e Rezende	2011	Relatam os resultados de uma investigação que procurou determinar se o uso de jogos, associado à metodologia de resolução de problemas, pode contribuir para o ensino e a aprendizagem de conceitos básicos de probabilidade. A investigação ocorreu em quatro salas do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública do interior do estado de São Paulo. Os resultados indicam que a utilização dessa proposta de ensino pode favorecer a aprendizagem e torna as aulas mais prazerosas e participativas para os alunos. Estes se tornam ativos no desenvolvimento de seu próprio conhecimento.
Silva e Carvalho	2014	Apresentam os resultados de sua pesquisa com estudantes universitários envolvendo o jogo Igba-Ita. Na situação os autores trabalharam algumas noções de probabilidade a partir de um enfoque experimental e revelam que os estudantes em questão apresentam dificuldades em relação a tomada de decisões e a construção do espaço amostral. Os autores consideram importante o trabalho da probabilidade a partir de diversos contextos.
Fernandes e Santos Júnior	2017	Investigam de que maneira a resolução de problemas em situações de jogos, pode ser uma ferramenta de contribuição para o ensino e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos referentes à Estatística e a Probabilidade, desenvolvendo uma pesquisa numa turma de alunos do 4º Ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Municipal de Curitiba. Foi trabalhada uma sequência de ensino direcionado aos conteúdos básicos de matemática. A metodologia e análise utilizadas são próprias de uma pesquisa qualitativa. Ao analisar os resultados advindos do desempenho dos alunos durante a execução dessa proposta pedagógica, percebeu-se um avanço significativo quanto à aquisição dos conteúdos com relação aos conhecimentos de Matemática.
Oliveira Júnior et al.	2017	Apresentam contribuição da resolução de problemas através de um jogo pedagógico no processo ensino e aprendizagem da Estatística e da Probabilidade, desenvolvendo um jogo aplicado a alunos do nono ano do Ensino Fundamental, em que tinham que resolver problemas com a intenção de auxiliar na fixação desses conteúdos. A maioria dos alunos participou efetivamente do jogo tentando resolver os problemas, questionando sobre o conteúdo e buscando vencer. Em relação à avaliação das atividades 94,4% dos alunos disseram que, ao jogar, puderam aprender mais os conteúdos abordados.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Tendo em vista o tema e o problema de pesquisa, o objetivo geral deste trabalho é apresentar a fundamentação teórica utilizada para a criação de um jogo de questões (formato de perguntas e respostas) utilizando a resolução de problemas no processo ensino e aprendizagem de conteúdos probabilísticos do 1° ano do Ensino Fundamental, seguindo os princípios da Teoria Antropológica do Didático – TAD de Chevallard (1996) e Chevallard, Bosch e Gascón (2001), na organização praxeológica didática e matemática (Probabilidade) e a Equivalência de Estímulos de Sidman e Tailby (1982) para elaborar pequenas unidades de ensino descrevendo um repertório simples a ser ensinado e progressivamente ir aumentando a complexidade.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Tomaremos como base teórica a Teoria Antropológica do Didático, que será utilizada para a elaboração dos problemas ou questões, utilizando a resolução de problemas em um jogo pedagógico, contribuindo para o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos probabilísticos do 1° ano do Ensino Fundamental, que será composto por situações problema ou tipos de tarefa, que identificamos, segundo Chevallard (1996), por (T), constituída de uma sequência de subtarefas (t), que podem ser realizadas utilizando diversas técnicas (τ) justificadas pela tecnologia (θ) que se utiliza da teoria (Θ) da Probabilidade como objeto de estudo.

Segundo Bittar (2017, p. 367), o modelo praxeológico proposto para descrever qualquer atividade, matemática ou não,

> é composto por: tipo de tarefas T; técnicas (τ) que resolvem as tarefas desse tipo; tecnologia (θ) que justificam a técnicas e garantem sua validade, e, finalmente, a teoria (Θ) que justifica a tecnologia. Esse quarteto praxeológico é denotado [T, τ, θ, Θ], sendo que o bloco [T, τ] é denominado de prático-técnico, ou bloco do saber-fazer; e o bloco [θ, Θ] é denominado bloco tecnológico-teórico ou bloco do saber.

Segundo Chevallard (1999), o bloco denominado prático-técnico, ou bloco do saber-fazer é o que remete à prática que se realiza, a *práxis* ou saber-fazer, isto é, os problemas ou tarefas que se estudam e as técnicas que se constrói e utiliza para abordá-los.

O bloco denominado tecnológico-teórico ou bloco do saber recorre à parte descritiva, organizadora e justificadora da atividade matemática, chamado *logos* ou, simplesmente, saber. Inclui as descrições e explicações que se elaboram para fazer inteligíveis as técnicas, isto é, o discurso tecnológico (*logos* sobre a técnica e, em última instância, o fundamento da produção de novas técnicas) e a teoria que dá sentido aos problemas apresentados e permite fundamentar e interpretar as descrições e demonstrações tecnológicas como justificativas de segundo nível (a teoria pode interpretar-se, portanto, como uma tecnologia da tecnologia). Esse nível nem sempre está presente no exercício das práticas escolares, por restrições decorrentes de outros níveis de codeterminação didática, como da sociedade, da pedagogia ou da cultura, por exemplo, por estarem suficientemente naturalizadas.

Assim, a elaboração dos problemas obedecerá fundamentalmente aos seguintes passos: (1) Apresentar pelo menos uma técnica para resolver tarefas solicitadas; (2) Estabelecer para as técnicas descritas, pelo menos, um esboço de um discurso tecnológico; (3) Articular diversos tipos de tarefas em torno dos conceitos probabilísticos; (4) Articular diversos tipos de tarefas utilizando a metodologia da resolução de problemas.

Consideramos que a Teoria Antropológica do Didático (TAD) fornece recursos para que se possam elaborar problemas ou questões utilizando a resolução de problemas de um jogo pedagógico no processo ensino e aprendizagem dos conteúdos probabilísticos do 1° ano do Ensino Fundamental. Por essa razão, este trabalho será baseado na noção de organização matemática (probabilística) para elaborar os problemas ou questões do jogo pedagógico.

Juntamente com a Teoria Antropológica do Didático – TAD, para a elaboração dos problemas do jogo pedagógico, utilizaremos a Resolução de Problemas e a Variabilidade proposta pelo documento GAISE – Estrutura Curricular para o Ensino Fundamental e Médio (FRANKLIN; NEWBORN, 2006).

Neste documento, é importante desenvolver o pensamento probabilístico, utilizando dados reais, promovendo o uso da tecnologia e analisando os dados encontrados, para verificar a aprendizagem do aluno.

Tomaremos ainda como base metodológica a Equivalência de Estímulos (SIDMAN; TAILBY, 1982), fornecendo critérios operacionais, empiricamente verificáveis, para especificar comportamentos com características simbólicas. O modelo distingue relações entre pares associados (i.e., relações condicionais do tipo se..., então...) de relações de equivalência, potencialmente simbólicas.

Segundo Carmo e Galvão (2000, p. 51), a Equivalência de Estímulos é um modelo teórico que permite prever que, para um indivíduo, um estímulo passa a pertencer a uma classe de estímulos equivalentes na quais estes são substituíveis uns pelos outros, a partir de relações condicionais arbitrariamente estabelecidas entre ele e um ou alguns membros dessa classe.

Carmo (2012) apresenta a estrutura de um programa de ensino de conceitos e habilidades matemáticas contendo dois aspectos fundamentais: (1) princípios educacionais para um ensino eficaz; (2) unidades curriculares de ensino.

RESULTADOS

O jogo “Brincando com a Probabilidade” tem seu processo de criação considerando os conteúdos propostos na proposta curricular da nova BNCC para os anos iniciais do Ensino Fundamental, Brasil (2017), de forma a possibilitar aos alunos a compreensão de conceitos básicos de probabilidade (Quadro 2).

Quadro 2 – Objetivos e Habilidades dos conteúdos probabilísticos propostos na nova Base Nacional Comum Curricular – BNCC do 1° do Ensino Fundamental

OBJETIVOS	Noção de acaso.
HABILIDADES	(EF01MA20) - Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.

Fonte: Brasil (2017, p. 276-277).

Assim, envolvendo a Probabilidade num ambiente lúdico de um jogo de tabuleiro, pretendemos propiciar a sensação de se estar em oposição a uma situação formal de aprendizado. Este jogo tem como objetivo auxiliar na apreensão de conteúdos probabilísticos por parte dos alunos, bem como auxiliar o professor a identificar possíveis dificuldades dos alunos em relação a tais conteúdos.

Cada partida contém uma série de perguntas com alternativas de resposta disponíveis para escolha (tipo *quiz*). Consideramos que os acertos e erros ajudarão a testar e avaliar conhecimentos do jogador sobre diversos temas da Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em três níveis de dificuldade (fácil/médio/difícil).

O jogo é composto por cartas com: (1) Perguntas abordando conteúdos probabilísticos para os anos iniciais do Ensino Fundamental propostos pela BNCC, Brasil (2017) tendo como base metodológica a Equivalência de Estímulos; (2) “Saiba mais” (Saiba +), traz curiosidades sobre a Probabilidade com a intenção de propiciar informações sobre diversas áreas do conhecimento e que possa despertar motivação.

Sugerimos, quando for realizada a organização da classe, que sejam formados grupos com dois integrantes e os recursos necessários são: um tabuleiro (Figura 2); peças coloridas (sendo 1 de cada cor) para a representação de cada um dos grupos; um dado comum com seis faces; e uma ampulheta para controlar o tempo de reposta às questões.

Figura 2 – Tabuleiro do Jogo “Brincando com a Probabilidade e a Estatística”

Fonte: Elaborado pelos autores.

O jogo tem as seguintes regras:

(1) Inicialmente, os grupos devem colocar suas peças na casa “Partida” e, em seguida, joga-se o dado para indicar qual grupo iniciará o jogo, ou seja, quem tirar o maior número do dado começa a partida. O grupo que obteve o maior número no lançamento do dado joga-o novamente e posiciona sua peça na casa correspondente ao valor do dado e assim sucessivamente os outros grupos.

(2) Caso a peça que representa o grupo cair na casa das perguntas, um dos componentes terá que retirar uma pergunta de um dos três montes de “Perguntas”, cada um apresentando problemas de diferentes níveis de dificuldade, ou seja: (a) fácil; (b) médio; (c) difícil.

(3) Após escolher a carta contendo o problema, a mesma será lida para todos os outros membros do grupo e, em seguida, todos os grupos participantes responderão à pergunta em folha de papel fornecida.

(4) Em o grupo respondendo acertadamente à questão, deverá andar no tabuleiro a quantidade de casas indicada no valor obtido no lançamento do dado. Além disso, optando por um problema de nível de dificuldade “fácil” andará mais uma casa;

optando por um problema de nível "médio" andará mais duas casas; e optando por um problema de nível "difícil" andará mais três casas.

(5) Caso não acertem a questão, não andarão nem recuarão nenhuma casa, mas o grupo que não estiver participando da rodada terá o direito de respondê-la, podendo andar a quantidade de casas indicada no valor obtido no lançamento do dado, caso acerte.

(6) Caso os dois grupos errem, o professor poderá interferir no jogo, indicando a resposta correta e comentando os erros cometidos pelos grupos.

(7) Caso a peça representante do grupo cair na casa "Saiba +", deverá ser lida em voz alta a curiosidade para todos os componentes do jogo e avançará automaticamente.

(8) Ganha a partida o grupo que completar uma volta completa no tabuleiro.

Portanto, neste trabalho, trazemos a elaboração de problemas para o jogo, focando em conceitos relacionados a experimentos aleatórios e determinísticos.

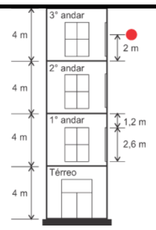
A seguir são apresentados exemplos de questões (problemas), Figura 3, que compõem o jogo pedagógico focado nos princípios da Teoria Antropológica do Didático na organização praxeológica didática e matemática (probabilística).

A Tarefa (T_1) consiste em determinar, a partir de situações diárias, se é possível afirmar ou saber o que acontecerá (situações determinísticas) ou que não se pode prever (situações aleatórias).

A Subtarefa (t_1) consiste em determinar, se a situação diária "Colocar o gelo no sol no verão e este irá derreter" é um experimento determinístico ou aleatório. A técnica (τ_1), de acordo com a situação proposta configura-se em decidir, se caracteriza uma situação determinística ou aleatória, ou seja, quando colocamos uma pedra de gelo no sol, no verão, como na Figura 3, Questão 1, esta pedra irá derreter, caracterizando-se como uma situação em que sabe-se o que acontecerá, antes do experimento ser concretizado, o que irá indicar, portanto, um fenômeno determinista.

A Subtarefa (t_2) consiste em determinar, se a situação diária "Antes de fazer o exame, o sexo da criança é masculino" é um experimento determinístico ou aleatório. A técnica (τ_2), de acordo com a situação proposta configura-se em decidir, se caracteriza uma situação determinística ou aleatória, ou seja, antes de ser realizado qualquer tipo de teste em laboratório, determinar qual o sexo da criança, Figura 3, Questão 2, ou seja, caracteriza-se como uma situação em que não sabe-se o resultado, antes do experimento ser concretizado, o que irá acontecer, portanto, um fenômeno aleatório.

Figura 3 – Proposta de problemas versando sobre a diferença entre os conceitos de experimento aleatório e determinístico

1 – COLOCAR O GELO NO SOL NO VERÃO E ESTE IRÁ DERRETER. 	**DETERMINÍSTICO**	**ALEATÓRIO**
2 – ANTES DE FAZER O EXAME DE GRAVIDEZ, O SEXO DA CRIANÇA É MASCULINO. 	**DETERMINÍSTICO**	**ALEATÓRIO**
3 – LANÇAR UMA MOEDA DE 1 REAL E VERIFICAR A FACE QUE SAI. 	**DETERMINÍSTICO**	**ALEATÓRIO**
4 – JOGAR UMA BOLA DE CIMA DE UM PRÉDIO E ESTA CAIR NO CHÃO. 	**DETERMINÍSTICO**	**ALEATÓRIO**

Fonte: Elaborado pelos autores.

A Subtarefa (t_3) consiste em determinar, se a situação diária "Lançar uma moeda de 1 real e verificar a face que sai" é um experimento determinístico ou aleatório. A técnica (τ_3), de acordo com a situação proposta configura-se em decidir, se caracteriza uma situação determinística ou aleatória, ou seja, quando colocamos uma pedra de gelo no sol, no verão, como na Figura 3, Problema 1, ao jogar uma moeda para cima não é possível determinar se sairá "cara" ou "coroa", caracterizando-se como uma situação em que não se pode prever, antes do experimento ser concretizado, o que irá determinar, portanto, um fenômeno aleatório.

A Subtarefa (t_4) consiste em determinar, se a situação diária "Jogar uma bola de cima de um prédio e esta cair no chão" é um experimento determinístico ou aleatório. A técnica (τ_4), de acordo com a situação proposta configura-se em decidir, se caracteriza uma situação determinística ou aleatória, ou seja, ao jogar uma bola da parte de cima de um prédio, sem haver nenhum obstáculo a mesma cairá no chão, Figura 3, Problema 2, caracteriza-se como uma situação em que conhece-se o resultado, antes do experimento ser concretizado, o que irá acontecer, portanto, um fenômeno determinístico.

A tecnologia θ_1, que permite justificar e explicar as técnicas (τ_1 a τ_4) pode ser descrita, segundo Salmerón (2015, p. 16), ao considerar que o conhecimento da diferença entre fenômenos aleatórios e determinísticos é fundamental para os alunos, uma vez que o estudo dos fenômenos deterministas não é de interesse para o campo da probabilidade, enquanto que essa falta de conhecimento sobre o resultado a ser obtido nos experimentos randomizados causa um amplo interesse em seu estudo.

A teoria Θ_1 que explica e justifica a tecnologia θ_1 é explicitada por Morgado *et al.* (2004) quando expressa que fenômenos aleatórios acontecem constantemente em nossa vida diária e o que os diferencia de um experimento determinístico é que os primeiros são experimentos que, repetidos sob as mesmas condições, produzem resultados geralmente diferentes, já o segundo é um experimento que, quando repetido em condições semelhantes, conduz a resultados essencialmente idênticos.

O conceito de aleatório nem sempre se mostra claro e inequívoco, porque é referente a uma entidade abstrata, não inteiramente definida, aumentando as dificuldades potenciais para os alunos. A aleatoriedade é um objeto multifacetado, conforme mostrado em várias interpretações recebidas ao longo da história (BATANERO; GREEN; SERRANO, 1998; BENNETT, 1999; BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2005; SALDANHA; LIU, 2014).

A compreensão das noções que envolvem a aleatoriedade é importante no estudo probabilístico, Amâncio (2012) utilizou uma sequência didática no âmbito do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID e destaca que os alunos diferenciaram características de experimentos aleatórios e determinísticos, mas que apresentaram dificuldades em trabalhar com a realização de experimentos simultâneos e com conteúdos como notação de intervalos, símbolo de infinito, notação de conjuntos e expressões do tipo “pelo menos um”.

Batanero (2015) lembra que o conceito de aleatoriedade não é simples e que ao longo da história teve diferentes significados e está associado a discussões filosóficas, podendo ser encontrado diferentes definições. E na sala de aula é geralmente definido através de algumas propriedades como "imprevisibilidade", "possibilidade de vários resultados", "incontrolável" e mais avançado "com frequência relativa estável em uma longa série de experimentos".

Salmerón (2015) considera que, para determinar um fenômeno aleatório, é necessário realizar observações sobre o que acontece em determinados momentos, a fim de identificar os possíveis resultados e poder concluir se um resultado é mais previsível do que os outros. Cada observação é considerada um experimento, seja artificialmente realizado em laboratório ou observado na natureza, e podemos identificar, por sua vez, dois tipos de experimentos: aleatório ou determinístico. Um experimento será determinístico se, quando realizado várias vezes, sob as mesmas condições, os mesmos resultados forem sempre obtidos, enquanto um experimento será aleatório se seu resultado variar a cada vez que ocorrer.

Considerando a Equivalência de Estímulos e o currículo proposto pela BNCC, Quadro 2, após a identificação dos possíveis resultados de uma experiência aleatória, pode-se começar a fazer perguntas sobre o que é certo/seguro, impossível, ou possível e, consequentemente, preparar o terreno para a continuidade do desenvolvimento do cálculo das probabilidades.

Apresentamos, então, a atividade proposta na Figura 4, que propõe ao aluno situação ou problema em que uma professora em uma sala de aula com 3 meninos e duas meninas, leva dados, moedas e fichas de várias cores para a realização de brincadeiras que se configuram como experimentos.

Portanto, a Tarefa (T_2) consiste em determinar, a partir de situações diárias, se é possível afirmar a partir de experimentos aleatórios, se nesses experimentos há situações em que é impossível ocorrer, é certo ocorrer, ou ainda se é possível ocorrer.

A Subtarefa (t_5) consiste em determinar, se a situação diária "Uma professora chamar um aluno (menino ou menina) ao quadro para auxiliar na realização de um experimento com dados este ser do sexo feminino" é um experimento aleatório impossível, possível ou certo. A técnica (τ_3), de acordo com a situação proposta configura-se em decidir, se caracteriza um experimento aleatório "impossível", "possível" ou "certo", ou seja, como a atividade em sala de aula tem 3 meninos e 2 meninas, Figura 4, Questão 1, e a professora pretendeu chamar uma menina para auxiliar na atividade, avaliamos da seguinte maneira: (1) não se caracteriza como uma situação impossível, pois existem meninas na sala de aula; (2) não se caracteriza como uma situação certa, pois também existem meninos na sala de aula e, portanto, pode ser selecionado um menino; (3) é uma situação possível, pois, como existem 2 meninas na sala de aula, a professora pode chamar uma menina.

A Subtarefa (t_6) consiste em determinar se a situação diária "O aluno chamado João lançar um dado de seis faces para o alto e obter o número 8" é um experimento aleatório impossível, possível ou certo. A técnica (τ_4), de acordo com a situação proposta configura-se em decidir, se caracteriza um experimento aleatório "impossível", "possível" ou "certo", Figura 4, Questão 2, ou seja, quando João realiza a atividade proposta é possível obter os valores: 1, 2, 3, 4, 5 e 6; desta forma, impossível obter o número 8.

Figura 4 – Proposta de problemas versando sobre diferentes situações abordando experimentos aleatórios.

EM SUA SALA DE AULA A PROFESSORA LEVA DADOS, MOEDAS E FICHAS DE VÁRIAS CORES. SÃO REALIZADAS VÁRIAS BRINCADEIRAS.					
 [5]					
COMPLETE AS FRASES....					
1. A PROFESSORA CHAMA UM ALUNO PARA AJUDAR NA REALIZAÇÃO DE UM EXPERIMENTO COM OS DADOS. É ___________________QUE O ALUNO SEJA UMA MENINA.					
	**IMPOSSÍVEL**		**POSSÍVEL**		**CERTO**
2. JOÃO LANÇA O DADO PARA O ALTO E É _____________________ QUE SAIA O NÚMERO 8.					
	**IMPOSSÍVEL**		**POSSÍVEL**		**CERTO**
3. UM MENINO COLOCA 10 FICHAS AMARELAS EM UMA BOLSA E NÃO DEIXA QUE VOCÊ VEJA O QUE ELE FEZ. ENTÃO PEDE QUE VOCÊ TIRE UMA FICHA DA BOLSA. É __________________________ QUE SAIA AMARELO.					
	**IMPOSSÍVEL**		**POSSÍVEL**		**CERTO**

Fonte: Elaborado pelos autores.

A Subtarefa (t_7) consiste em determinar, se a situação diária “Um menino qualquer dentre os que participam da aula realiza uma atividade em que coloca 10 fichas amarelas em uma bolsa em que não se pode ver o que tem dentro dela e retirar uma ficha”, Figura 4 Questão 3, é um experimento aleatório impossível, possível ou certo. A técnica (τ_5), de acordo com a situação proposta configura-se em decidir, se caracteriza um experimento aleatório “impossível”, “possível” ou “certo”, ou seja, como foram colocadas somente fichas amarelas

[5]https://www.google.com.br/search?q=A+PROFESSORA+LEVA+DADOS,+MOEDAS+E+FICHAS+DE+V%C3%81RIAS+CORES.+S%C3%83O+REALIZADAS+V%C3%81RIAS+BRINCADEIRAS&rlz=1C1PRFC_enBR773BR774&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjzh5bLyeXbAhWBGZAKHTXfA9EQ_AUICygC&biw=1440&bih=745#imgrc=EM3JHub1qxGVNM

dentro de uma bolsa e pede-se que seja selecionada uma ficha amarela é certo que a ficha selecionada seja amarela.

A tecnologia θ_1, que permite justificar e explicar as técnicas (τ_5 a τ_7) pode ser descrita, segundo Coutinho (1994) como a afirmação de que um experimento aleatório é aquele em que seja possível repetir tantas vezes quantas se queira exatamente nas mesmas condições, sendo possível identificar todos os resultados possíveis sem que se possa identificar a priori aquele que vai ocorrer.

A teoria Θ_1 que explica e justifica a tecnologia θ_1 pode ser explicitada por Ortiz (2002), quando expressa que uma característica importante dos experimentos aleatórios é sua imprevisibilidade, ou seja, não podemos saber com total segurança o que resultará em uma experiência particular. São fenômenos atribuídos ao acaso, que não podem ser previstos porque, por assim dizer, se rebelam contra toda lei. Essa é uma ideia fundamental da aleatoriedade: a de que um evento é aleatório quando sua ocorrência não é certa nem tampouco impossível.

O caderno orientado ao estudo da Estatística e Probabilidade do Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) aponta aspectos que podem subsidiar o professor nas aulas dos primeiros anos do Ensino Fundamental. Entre esses aspectos defende a discussão das noções de certeza, provável e impossível a partir de experimentos como jogos e brincadeiras, como par ou ímpar e zerinho ou um. Importante também desenvolver pouco a pouco com as crianças a ideia de mais ou menos chance, de espaço amostral, assim como de esquemas para o mapeamento das possibilidades (BRASIL, 2014).

Nunes *et al*. (2012) discorrem que nas situações de caráter probabilístico em que um conjunto de eventos possíveis pode acontecer, é presumível de se encontrar dificuldades com essas situações, tanto com crianças quanto com adultos.

Além disso, a incerteza é devido à aleatoriedade, não sendo possível determinar a forma com que os eventos ocorrem numa sequência ou num arranjo espacial aleatório. E deve-se dar importância em distinguir os diferentes tipos de eventos aleatórios e a linguagem empregada (NCTM, 2000; BATANERO, 2015; BRASIL, 2017).

Portanto, consideramos que um experimento impossível caracteriza-se por uma situação impossível de acontecer na realização de determinado experimento. Por exemplo, é impossível obter uma sequência de três caras num único lançamento de duas moedas, ou obter número maior que seis no lançamento de um dado. Os conceitos de evento impossível e de conjunto vazio são equivalentes.

Um experimento certo envolve todos os resultados do experimento. Seja, por exemplo, o lançamento de um dado. Ao considerarmos um experimento em que ocorre um número natural entre 1 e 6, caracteriza-se como um experimento certo se os resultados possíveis coincidem com as faces do dado, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Um experimento impossível é obter um número diferente dos constantes nas faces do dado. Qualquer possibilidade entre essas duas situações classificamos como um experimento possível.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideramos que a partir das questões (problemas) propostas no presente estudo é possível que o estabelecimento de relações de equivalência entre as diferentes formas de apresentação de problemas probabilísticos pode ser relevante para melhorar o desempenho de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas, uma vez que a progressiva apreensão de conceitos básicos da probabilidade reduz o efeito de variáveis que tornam maior a complexidade da sucessão de habilidades necessárias para o domínio do conceito de aleatoriedade.

É preciso que o conteúdo probabilístico trabalhado na sala de aula seja contextualizado para que possa ganhar sentido; mas também é preciso que o professor conduza o aluno a um processo de análise, de modo que este enxergue claramente que o conhecimento envolvido pode ser usado em diferentes situações.

Consideramos que o jogo não é uma atividade lúdica simples, mas pode ser uma ferramenta metodológica adequada e eficiente para iniciar os alunos desde cedo na aprendizagem da probabilidade e, em particular, na resolução de problemas. Entendemos o jogo matemático como uma atividade escolar baseada em regras públicas assumidas por todos os participantes. O objetivo do jogo determina o objetivo da atividade e permite criar um ambiente para resolver problemas relacionados ao alcance do objetivo proposto que em nosso caso é a apropriação do conceito de aleatório.

Assim, um dos movimentos presentes na aula de matemática que aborda conteúdos probabilísticos deve ser o que vai da contextualização à descontextualização; e que vai transformando manejo, estratégias, conclusões, respostas de problemas específicos, conhecimento localizado, ou seja, em um saber matemático (probabilístico) geral, de caráter universal, que pode servir em novos problemas, em diferentes situações e contextos. A contextualização possibilita a aproximação do contexto social e temporal do aluno com o objeto probabilístico em estudo, porém a descontextualização é que possibilitará o acesso à estrutura dos objetos probabilísticos, fortalecendo, desse modo, o desenvolvimento do pensamento lógico-racional e abstrato.

E, por fim, estabelecer relações de equivalência entre diferentes formas de apresentação dos problemas probabilísticos, tendo o cuidado de variar situações do cotidiano do aluno, pode ser uma maneira de o professor levar esse a aprender que o comportamento (estratégia de resolução) apresentado em uma situação pode ser usado em situações que são semelhantes, considerando que o acaso está presente na vida cotidiana em muitos contextos em que há noções de incerteza, risco e probabilidade, por exemplo, a previsão do tempo, diagnóstico médico, avaliação de um estudante, etc.

Resolver com a mesma estratégia problemas que tem mesma forma (estrutura), e aprender que as mesmas estratégias são aplicáveis em situações nas quais os mesmos problemas são apresentados em diferentes formatos (estruturas diferentes).

REFERÊNCIAS

AMÂNCIO, J. R. **Planejamento e Aplicação de Uma Sequência Didática Para o Ensino de Probabilidade no Âmbito do PIBID**. 2012. 216f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

AZACÁRATE, P.; CARDEÑOSO, J. M. Probabilidad. In: CASTRO, E. (Ed.), **Didáctica de la matemática en Educación Primaria**. Madrid: Síntesis, 2008. p. 591-620.

BATANERO, C. Retos en la investigación sobre didáctica de la probabilidad. In: Reunião Latinoamericana de Educação Matemática, Relme, 29., 2015. **Anais**… Panamá: Ciudad de Panamá, 2015.

BATANERO, C.; HENRY, M.; PARZYSZ, B. The nature of chance and probability. In: JONES, G. (Ed.). **Exploring probability in school**: challenges for teaching and learning. New York: Springer, 2005. p. 15-37.

BATANERO, C.; GREEN, D. R.; SERRANO, L. R. Randomness, its meanings and educational implications. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 29, n. 1, p. 113-123, 1998.

BENNETT, D. J. **Randomness**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1999.

BITTAR, M. A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. **Zetetiké**, Campinas, v.25, n. 3, p.364-387, set./dez. 2017.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a base. Ministério da Educação, Brasília, dez. 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf>. Acesso em: 20 dez. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Educação Estatística. Ministério da Educação. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014.

CARMO, J. S.; GALVÃO, O. G. Aquisição do conceito de número em crianças pré-escolares através do ensino de relações condicionais e generalização. In: CARMO, J. S.; SILVA, L. C. C.; FIGUEIREDO, R. M. E. (Org.). **Dificuldades de aprendizagem no ensino de leitura, escrita e conceitos matemáticos**. Belém, Universidade da Amazônia, 2000. p. 50-87.

CARMO; J. S. Aprendizagem de conceitos matemáticos em pessoas com Deficiência Intelectual. **Revista de Deficiência Intelectual – DI**, São Paulo, v. 3; n. 2; p. 43-48; ago./dez. 2012.

CARMONA, V.; DÍAZ, C. **Una propuesta de material didáctico (juego de mesa) que favorece el proceso de enseñanza aprendizaje de la contaminación atmosférica y sus efectos en la salud humana**. 2013. 137f. Trabajo de grado (Licenciatura en Educación básica con énfasis en Ciencias Naturales y Educación) – Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle, Chile, 2013.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas**: O Elo Perdido entre o Ensino e a Aprendizagem. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

CHEVALLARD,Y. Conceitos fundamentais da Didáctica: perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In: BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, 1996.

CHEVALLARD, Y. L' analise dêspratiques enseignantes en théorie antropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques. La Pensée Sauvage-Editions**, Grenoble, França, v. 19, n. 2, p. 221-265, 1999.

COUTINHO, C. Q. S. **Introdução ao Conceito de Probabilidade por uma Visão Frequentista**. 1994. 151 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil, 1994.

FARIAS, S. A. D.; AZÊREDO, M. A., RÊGO. R. G. **Matemática no ensino fundamental**: Considerações teóricas e metodológicas. João Pessoa: SADF, 2016.

FERNANDES, R. J. G.; SANTOS JÚNIOR, G. dos. Ensino de Estatística e de Probabilidade para os anos iniciais de escolarização: uma proposta para trabalhar resolução de problemas em contextos de jogos. **BoEM**, Joinville, v.5. n.9, p. 62-80, ago. /dez. 2017.

FRANKLIN, C. A.; NEWBORN, D. S. The GAISE Project: Developing Statistics Education Guidelines for Grades Pre-K-12 and College Courses. In: BURRIL, G. F. **Thinking and reasoning with data and chance**. Reston/VA: NCTM, 2006. p. 345-375.

FREIRE, P. **Educação e mudança**. 27. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2003.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; CAÑIZARES, M. J. **Azar y Probabilidad**. Madrid: Sínteses, 1996.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004.

GUATURA, D. S. da. S. **Os jogos e a resolução de problemas**, 2006. Disponível em: <http://www.planetaeducacao.com.br/portal/impressao.asp?artigo=2277>. Acesso em: 21 jan. 2018.

LOPES, J. M.; TEODORO, J. V.; REZENDE, J. C. Uma proposta para o estudo de probabilidade no Ensino Médio. **Zetetiké**, Campinas, v. 19, n. 36, p. 75-93, jul./dez. 2011.

MACEDO, L. de.; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. **Aprender com Jogos e Situações Problema**. Artmed Editora, 2005.

MOURA, M. O. **O jogo e a construção do conhecimento matemático**. Série Ideias n. 10. São Paulo: FDE, 1992.

MORGADO, A. C; PITOMBEIRA, J. C; CARVALHO, P. C. P.; FERNANDEZ, P. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: SBM, 2004.

NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, Virginia. 2000. Disponível em: <http://standards.nctm.org>. Acesso em: 10 jun. 2018.

NUNES, T.; BRYANT, P.; EVANS, D.; GOTTARDIS, L.; TERLEKTSI, M. **Teaching primary school children about probability**. Teacher handbook. Departamento de Educação, Universidade de Oxford, 2012.

OLIVEIRA JÚNIOR, A. P. de; DELALÍBERA, B. C. da; CIABOTTI, V.; SILVA, J. dos S. A resolução de problemas e um jogo pedagógico no ensino de estatística e probabilidade no ensino fundamental. **Revista COCAR**, Belém, Edição Especial n. 3, p. 31-58, jan. /jul. 2017.

ORTIZ, J. J. **La probabilidad en los libros de texto**. Grupo de Investigación en Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, 2002.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um enfoque do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

SALDANHA, L.; LIU, Y. (2014). Challenges of developing coherent probabilistic reasoning: rethinking randomness and probability from a stochastic perspective. In: CHERNOFF, E. J.; SRIRAMAN, B. (Eds.). **Probabilistic thinking**: presenting plural perspectives. Dordrecht: Springer, 2014. P. 367-396.

SALMERÓN, E. H. **El lenguaje del azar en alumnos de Educación Secundaria Obligatoria**. 2015. 86 f. Dissertação (Máster en Didáctica de la Matemática) - Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, Granada, Espanha, 2015.

SIDMAN, M.; TAILBY, W. Conditional discrimination vs matching to sample: an expansion of the testing paradigm. **Journal of the Experimental Analysis of Behavior**, v. 37, p. 5-22, 1982.

SILVA, C. D. B; CARVALHO, J. I. F. de. O Jogo Igba-Ita e a Construção do Conhecimento Probabilístico. In: Encontro Estadual de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 6., 2014. **Anais**... Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro, 2014.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E. **Cadernos do Mathema**: Jogos de Matemática de 6º ao 9º ano. Porto Alegre: Artmed, 2007.

VÁSQUEZ, C.; ALSINA, A. Lenguaje probabilístico: un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de Educación Primaria. **Bolema**, Bauru, v. 31, n. 57, p. 454-478, 2017.

Recebido em 15 nov 2018; Aceito após revisão em 25 fev 2019.