

CONTRARIA SUNT COMPLEMENTA

A História da Matemática e a Filosofia Matemática percorrem a mesma estrada em sentidos opostos e complementares. Enquanto a primeira procura cada vez mais por particularidades, a segunda persegue incansavelmente a generalidade. Estudar Filosofia Matemática implica em estudar os processos epistemológicos, cognitivos e semióticos envolvidos na Matemática e na Educação Matemática. Um processo de ensino e aprendizagem de Matemática só estará completo se, além de outras disciplinas, contiver Filosofia Matemática.

Nesta edição, procuramos contemplar a epistemologia, a cognição e a semiótica envolvidas com a Educação Matemática. O assunto que permeia todos os artigos é o chamado *princípio da complementaridade*, que foi introduzido por Niels Bohr na Física Quântica, e depois estendido para outras áreas do conhecimento, incluindo a Educação Matemática.

Intuitivamente, o conceito de complementaridade fala de situações aparentemente opostas e contraditórias, que interagem e se completam, e sendo ambas necessárias para se ter uma descrição por inteiro de um fenômeno.

Em duas ocasiões parece que o conceito de complementaridade se apresentou para Bohr. A primeira ocasião foi quando, na descrição da natureza da luz, Bohr percebeu que somente a teoria ondulatória (a luz é uma onda contínua) não seria suficiente para explicar esse fenômeno. Em certas situações a teoria da massa (a luz é um conjunto enumerável de fótons) também se fazia necessária. Mostrava-se aí uma complementaridade entre situações contínuas e situações enumeráveis para explicar um fenômeno. A segunda ocasião se deu quando se percebeu que no nível quântico não se consegue fazer alguma medição sem que o agente medidor interfira no resultado, mostrando uma complementaridade entre observador e objeto observado.

É fácil ver a analogia dessas duas situações na Matemática e na Educação Matemática. A Geometria é o lado contínuo da Matemática, enquanto a Aritmética, e depois a

Álgebra, é o lado enumerável. Há uma interação complementar entre ensino e aprendizagem nos processos da Educação Matemática. Um não existe sem o outro.

Os processos cognitivos de um modo geral só se realizam utilizando representações semióticas. Só acessamos os objetos matemáticos por meio de suas representações. A complementaridade entre o sentido e referência da representação permite que o processo cognitivo se realize.

Pensar implica na formação de conceitos. Se isso tem um grão de verdade, podemos supor que o pensamento de cada época histórica é caracterizado pelas diferenças na noção de conceito! Em seu livro *Substância e Função* de 1910, o filósofo neokantiano Ernst Cassirer, por exemplo, expõe à luz mudanças históricas conceituais na Física e na Matemática, e ele tenta classificar as diferenças de pensamento na ciência aristotélico e moderno em termos de tipos diferentes de conceitos. O conceito clássico é resultado de um processo de abstração e Cassirer contrasta-o com a noção moderna - explicada na *Crítica da Razão Pura* de Kant -, ou seja, o conceito como um instrumento da construção de conhecimento. O conhecimento matemático, diz Kant, é o conhecimento por construção de conceitos na intuição pura (B 742).

Isso é importante para a Educação Matemática, pois, até hoje, nosso conhecimento comum ou cotidiano é governado pelo empirismo e pela noção de abstração no sentido de Aristóteles.

O próprio Cassirer estranhava a intensidade da disputa sobre os fundamentos do conceito de número entre, de um lado, Cantor, Frege e Russell, que preferiam definir o número em termos de cardinalidade e da teoria de conjuntos, e, do outro, Grassmann, Peano, Hilbert, Dedekind, que preferiam uma abordagem axiomática.

“Aqui estão, de fato, duas visões básicas, uma contra a outra, que têm importância não apenas no campo da Matemática pura. Porque nelas se apresenta a questão muito geral, de que forma o nosso conhecimento, em geral, se refere aos objetos e quais condições o conhecimento deveria satisfazer a fim de ganhar significado objetivo. Uma opinião aqui assumida aqui é que todo o conhecimento tem de cumprir uma função representativa. Esta opinião contrasta com uma outra que poderia ser caracterizada como a visão funcional do conhecimento O objeto não é considerado como um dado, mas como uma tarefa, o objeto é o ponto de destino do conhecimento, não o seu ponto

de partida” (Cassirer, E., 1973, *Das Erkenntnisproblem*, Bd. IV, Darmstadt, WBG, pp. 66-70).

A teoria de conjuntos e o método axiomático são complementares!

Nossa conclusão é que o conceito científico na época de Modernidade, ou seja, na época histórica compreendida entre 1800 e a revolução dos computadores, é caracterizado pela complementaridade entre sentido e significado, ou entre significado e referência, ou entre intensão e extensão. A Educação Matemática, como campo de pesquisa acadêmica e de desenvolvimento curricular, precisa entender isso. Caso contrário, fracassos, como o da chamada “Matemática Moderna” e também a repercussão empirista, vão sempre se repetir, e, dessa forma, a Educação Matemática não conseguirá progredir.

Nesta edição procuramos reunir trabalhos desenvolvidos, em sua grande maioria, por participantes do Grupo de Pesquisa em Semiótica, Epistemologia e Cognição (SEC) do CNPq, sediado na Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN).

Luiz Gonzaga Xavier de Barros
Michael Friedrich Otte
Editores convidados

Laerte Fonseca
Editor Chefe e Coordenador Geral da Revista