

ÉCOLOGIE DE LA TAD EN FORMATION INITIALE DE PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES

Jean-Pierre Bourgade

Affiliation : EFTS, Université Toulouse Jean-Jaurès, France
jean-pierre.bourgade@univ-tlse2.fr

Anne Crumière

Affiliation : EFTS, Université Toulouse Jean-Jaurès, France
anne.crumiere@univ-tlse2.fr

Gisèle Cirade

Affiliation : EFTS, Université Toulouse Jean-Jaurès, France
gisele.cirade@univ-tlse2.fr

Résumé : On peut produire à l'aide de la TAD des contenus de formation initiale des professeurs, ce qui contribue à la diffusion de la TAD dans la profession de professeur. Néanmoins, il apparaît que la diffusion dans la profession d'un rapport à l'enseignement informé par la TAD se heurte à de nombreux obstacles. Nous présentons dans ce travail une analyse qui met au jour l'existence de rapports à l'enseignement des mathématiques différents, parfois conflictuels, au sein même de la formation initiale. Cette contrainte a des effets sur l'intégration par les élèves professeurs d'un ensemble de savoirs et de savoir-faire produits par la TAD dans leur pratique en établissement – même s'ils peuvent par ailleurs adopter un rapport adéquat au même objet dans le cadre de la formation. L'analyse met au jour une possibilité, certes ténue, de contrebattre au moins marginalement cette contrainte en modifiant le rapport de la formation à l'enseignement des mathématiques dans le secondaire *in praesentia*.

Mots clés : Problématique écologique en didactique, Formation initiale de professeurs, Dialectique *in absentia / in praesentia*

ECOLOGY OF THE ATD IN INITIAL TEACHER TRAINING IN MATHEMATICS

Abstract: The ATD can be used to produce content for initial teacher training, which contributes to the dissemination of ATD in the teaching profession. Nevertheless, it appears that the dissemination of an ATD-informed relationship to teaching in the profession faces many obstacles. In this work, we present an analysis that reveals the existence of different, sometimes conflicting, relationships to the teaching of mathematics within initial training. This constraint has effects on the integration by student teachers of a body of knowledge and know-how produced by ATD into their practice in schools - even if they may also adopt an appropriate relationship to the same subject in the context of training. The analysis reveals a possibility, albeit slight, of at least marginally counteracting this constraint by modifying the teacher's training relation to the teaching of mathematics at secondary level *in praesentia*.

Keywords: Ecological problematic in didactics, Initial teacher training, *in absentia / in praesentia* dialectics.

INTRODUCTION

La formation initiale des professeurs de mathématiques en France est opérée dans le cadre d'un master professionnalisant, le master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation (MEEF). Les élèves professeurs reçoivent en deux années une formation transversale (psychologie de l'adolescent, sociologie, etc.) et disciplinaire (mathématiques et didactique des mathématiques), associée à une mise en responsabilité dans le cadre d'un stage réalisé en deuxième année de master (responsabilité de deux à trois classes, de collège ou de lycée – élèves de 11/15 ans et 15/18 ans respectivement). Il s'agit d'une formation universitaire finalisée par l'intégration à la profession de professeur : la demande provient de l'État employeur et le contenu de formation est élaboré et dispensé par l'Université, au sein d'un département de formation (l'Institut national supérieur du professorat et de l'éducation, INSPE¹). L'action des élèves professeurs est intrinsèquement duale : l'étude des savoirs et savoir-faire produits et diffusés par l'INSPE d'une part et, d'autre part, la conception et la mise en œuvre de séances dans les classes dont ils ont la responsabilité, sont pensés dans une dualité dont la fonction est d'assurer un double étayage, la « pratique » du métier se nourrissant des apports « théoriques » de l'INSPE, tandis que l'étude des savoirs est facilitée par leur mise en perspective avec la « réalité du terrain ».

La théorie anthropologique du didactique (TAD ; Bosch, Chevallard, García & Monaghan 2019 ; Chevallard 2007) offre une approche institutionnelle de l'étude de la diffusion des savoirs et savoir-faire qui s'avère particulièrement adéquate à l'observation, l'analyse et l'évaluation (mais aussi au développement, que nous n'aborderons pas ici) de dispositifs didactiques. Une des questions centrales que permet de poser la TAD est celle de l'identification des conditions et contraintes de divers niveaux institutionnels qui peuvent favoriser ou entraver la réalisation d'un projet didactique, qu'il s'agisse d'un projet très limité ou de la conception d'une formation dans sa globalité. Dans certaines institutions de formation en France (à Marseille notamment, également à Toulouse), la formation des professeurs de mathématiques a été pensée, au moins partiellement, dans le cadre de la TAD, et les élèves professeurs sont formés à l'utilisation de certains des outils les plus fondamentaux de la théorie.

¹ Les INSPE ont succédé aux Écoles supérieures du professorat et de l'éducation (ESPE) qui, elles-mêmes ont pris la suite des Instituts universitaires de formation des maîtres (IUFM).

L'étude de l'analyse praxéologique et didactique est notamment finalisée par la constitution d'un équipement minimal qui permette aux élèves professeurs d'être en capacité de concevoir, mettre en œuvre, évaluer et développer des séances et des séquences d'enseignement.

Concernant la diffusion des savoirs et savoir-faire produits par la TAD, le constat d'une faible perméabilité de la profession de professeur est indéniable et conduit à poser la question de l'écologie² (Artaud 1998) de la TAD dans la formation initiale : les conditions et contraintes réunies à l'heure actuelle permettent-elles de comprendre la difficile diffusion des propositions de la TAD pour le métier de professeur ? La recherche en didactique s'est depuis longtemps employée à identifier les conditions et contraintes problématiques de ce point de vue ; la contrainte la plus générique est probablement celle du refoulement du didactique³ (Chevallard 1997a) avec un effet restrictif sur la problématisation des difficultés de la profession⁴ (Chevallard & Cirade 2007 ; Cirade 2006), tandis que de nombreux travaux ont porté sur l'écologie⁵ de dispositifs (les parcours d'étude et de recherche finalisés, PER) qui favorisent la transition vers de nouveaux paradigmes de l'étude dans l'institution scolaire (Barquero, Bosch & Gascón 2013 ; Bosch 2010 ; Ladage 2008 ; Chevallard 2012, 2013a) ou, dans une autre perspective, sur l'écologie de la diffusion de savoirs et savoir-faire produits par la TAD dans l'équipement⁶ professionnel des professeurs tel qu'il existe (Bourgade 2020 ; Cirade 2019 ; Cirade & Crumière 2019 ; Wozniak 2012) ; enfin, certains travaux étudient la mesure dans laquelle l'orientation même de la recherche (Artaud 2011, 2019) en TAD produit des

² « La problématique écologique se présente, d'emblée, comme un *moyen de questionner le réel*. Qu'est-ce qui existe, et pourquoi ? Mais aussi, qu'est-ce qui *n'existe pas*, et pourquoi ? Et qu'est-ce qui *pourrait* exister ? Sous quelles conditions ? Inversement, étant donné un ensemble de conditions, quels objets sont-ils poussés à vivre, ou au contraire sont-ils empêchés de vivre dans ces conditions ? » (Artaud 1998, p. 101)

³ Selon Chevallard (2010), « [...] le didactique est l'objet d'un refoulement qui semble n'avoir d'égal que celui du sexuel. Comme ce dernier, le didactique est absolument nécessaire aux sociétés humaines ; comme lui, il affleure partout, mais est assigné à des lieux particuliers, où il devient alors un « devoir ». Comme le sexuel avant Freud, on ne peut guère en parler qu'allusivement. À la place d'un discours introuvable, évanouissant sur le didactique s'installe la floraison hâtive autant qu'opulente des discours sur le pédagogique, son accommodante doublure, d'où la mention de contenus à apprendre *déterminés* a disparu pour céder la place à la considération de contraintes et de conditions supposées (parfois à tort) très hautement génériques. »

⁴ En TAD, on dit d'une question *Q* qu'elle a le statut de *problème* pour une instance (personne ou institution) si celle-ci se reconnaît impliquée dans le processus de construction d'une réponse à la question *Q*. L'étymologie de *problème* (προβάλλω désigne l'action de « jeter devant ») rappelle la situation où une question est lancée (*ballein*) devant (*pro*) une instance (une assemblée, etc.), pour que celle-ci lui cherche une réponse, pour que, en fin de compte, l'énigme proposée soit résolue. S'agissant des difficultés de la profession, leur *problématisation* conduit à transformer des difficultés vécues comme *personnelles* en problèmes pris en charge par la *profession*.

⁵ C'est-à-dire l'étude des conditions et contraintes qui favorisent ou rendent problématique leur fonctionnement.

⁶ L'équipement *praxéologique* professionnel, pour être plus précis, qui comporte l'ensemble des savoirs et savoir-faire dont la profession est porteuse.

contraintes (et des conditions) plus ou moins favorables à la diffusion de la TAD dans la profession de professeur (et dans la recherche en didactique).

En tout état de cause, la dualité que nous avons présentée, entre une formation (perçue ou présentée comme) « théorique » ou « abstraite », et le « terrain », forcément « concret », constitue de fait un ingrédient de l'écologie de la diffusion de la TAD en formation initiale dont il est essentiel de tenir compte. Cependant, il serait trop aisé, et peu informatif, de limiter l'analyse à l'opposition (indigène) entre savoir « abstrait » et pratique « concrète », ou encore entre des « points de vue » que tout oppose parce que constituant des « vues » prises depuis des points que tout oppose (l'Université et l'École). Sans forcément chercher le point géométral qui donnerait accès à la « bonne » vision du problème, on doit s'attacher à comprendre, par les moyens même de la théorie, les conditions et contraintes qui s'opposent à sa diffusion. La dualité trop simpliste Université/Terrain engage un réel complexe dont la réduction aux seuls points pertinents pour l'analyse doit passer par l'identification de jeux de *positions* (celles de formateur et de tuteur, par exemple) dans des *institutions* (l'INSPE, ou l'établissement d'accueil d'un élève professeur, notamment) qui contrôlent différemment des *rappports* différents à des *objets* (l'enseignement des mathématiques) dont la nature diffère d'autant moins clairement qu'une synonymie malvenue empêche de les distinguer (le sens d'un mot change selon les jeux qu'on lui fait jouer dans des institutions et en des positions différentes). L'analyse doit donc s'appuyer sur une *théorie des rapports* que fournit la TAD (Chevallard 2003), mais aussi, s'agissant de formation initiale, sur une théorie des *systèmes didactiques* (Chevallard 1997b) qui contribuent à la construction de ces rapports. On se donne par-là les moyens théoriques de comprendre les raisons (théoriques et pratiques) pour lesquelles l'incorporation de la TAD demeure problématique dans la position de professeur, mais aussi dans celle d'élève de l'institution de formation. La modélisation institutionnelle de ces enjeux est construite et mise à l'épreuve par l'étude de deux cas : l'étude de l'écologie de techniques d'institutionnalisation (et notamment du sous-type de tâches « modifier une synthèse d'un cours »), et l'étude de deux dispositifs de visite des élèves professeurs dans leurs classes, qui offrent des conditions différentes pour la diffusion de la TAD dans la profession de professeur.

LA TAD : UNE THÉORIE POUR PENSER LA DIFFUSION DE LA THÉORIE

La théorie anthropologique du didactique marque une rupture par rapport à d'autres théories didactiques en ce qu'elle pose, d'emblée, l'universalité de son objet : toute question portant sur (les conditions de) l'étude de quelque objet que ce soit relève de droit de son champ d'investigation. En particulier, toute question portant sur l'étude de la TAD relève de la TAD elle-même, ou encore : la TAD autorise le mouvement réflexif (Bourdieu 2001) en quoi consiste le fait de prendre pour objet de la théorie la théorie elle-même – le « travail d'objectivation scientifique du sujet [collectif] objectivant » (Bourdieu 1995, p. 115-116).

La TAD repose sur une théorisation de la notion de *rapport* : étant donné un objet o (en TAD, tout ce qui existe pour au moins une personne est objet : un rêve, un aspirateur, une théorie mathématique, le droit matrimonial de la Rome antique, etc.) et une personne x , on nomme *rapport de x à o* , et on note $R(x, o)$, l'ensemble des liens qui unissent x à o (le rapport de x à o peut se limiter au fait que x a, un jour, entendu parler de o , ou bien inclure le fait que x a obtenu le prix Nobel de médecine pour la découverte de o , si o est, par exemple, la molécule d'ADN). On dit, dans un sens très relâché par rapport à l'usage courant du mot, que x connaît o si $R(x, o) \neq \emptyset$. Où naissent les rapports, et comment ? Tout rapport à un objet se construit dans le cadre d'une *institution* I , où x vient occuper une position p . L'institution I peut être fugace (l'assemblée réduite de quelques enfants réunis pour jouer au football sur une place de village) ou massive (l'institution scolaire d'un pays), et la position p éphémère (la position de gardien de but dans l'institution évoquée ci-devant) ou durable (la position d'élève à l'école). Les institutions œuvrent, parfois par devers elles, à la constitution de *rapports institutionnels* que les personnes occupant la position p doivent nouer à certains objets o . On notera alors $R_I(p, o)$ le rapport institutionnellement attendu, dans I , à l'objet o . La familiarité à telle ou telle institution suffisamment nombreuse suffit à mettre au jour qu'un tel rapport peut faire l'objet d'appréciations diverses au sein d'une même institution. Tel professeur *jugera* que le rapport de tel élève au théorème de Thalès est très suffisant quand tel autre le *jugera* insuffisant, par référence à la même institution (la classe de mathématiques de 3^e en France – élèves de 14/15 ans).

On a donc généralement affaire à une position $\hat{s} = (I, p)$ qui *connaît* o et à une instance d'évaluation (position ou personne) \hat{v} capable de déterminer le degré auquel le rapport $R(x, o)$

d'une personne x occupant la position p dans I à l'objet o est conforme au rapport $\bar{R} = R(\hat{s}, o)$ – le rapport \bar{R} étant, dès lors, pris pour référence par \hat{v} dans I . Ainsi, la position $\hat{v} = y_{TAD}$ de formateur dûment formé à la TAD pourra considérer la position \hat{s} de professeur, ou plutôt la position $*\hat{s}$ de professeur qu'il souhaiterait voir exister, et constituer le rapport $\bar{R} = R(*\hat{s}, \text{algèbre})$ en rapport de référence à l'algèbre. Ce rapport à l'algèbre qu'il souhaite voir développer par les élèves professeurs qu'il forme, pourra notamment inclure l'idée que l'algèbre est un ensemble structuré de savoirs et de savoir-faire *produits* par et pour l'étude de l'arithmétique, par et pour l'étude des fonctions, etc. En particulier, selon ce rapport, « factoriser une expression algébrique » n'est pas un type de tâches central : il s'agit plutôt d'un élément d'un ingrédient technique qui permet de réaliser d'autres types de tâches, comme « déterminer l'antécédent d'une fonction » ou « résoudre une équation ». Ainsi, selon ce rapport de référence à l'algèbre, un professeur devra être en mesure d'*organiser l'étude* de l'algèbre de façon à ce que ses élèves soient conduits à :

- réaliser le *type de tâches* T « Déterminer l'antécédent d'un nombre par une fonction donnée », et pour cela
- mettre en œuvre une *technique*⁷ τ ;
- justifier, rendre intelligible, produire la technique τ au moyen d'un discours (*logos*) sur la technique (*technè*), c'est-à-dire, étymologiquement, une *technologie* θ (qui ici repose sur la notion d'antécédent, sur la propriété de distributivité qui permet le développement et la factorisation, mais aussi sur le fait qu'on ne change pas les solutions d'une équation en opérant dessus par soustraction et division par un même nombre de part et d'autre du signe $=$, et sur le fait qu'un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des facteurs au moins est nul, etc.), et
- justifier, rendre intelligible, produire cette technologie au moyen d'une *théorie* Θ .

⁷ Par exemple : si la fonction est notée f et le nombre dont on cherche un antécédent est noté b , on pose l'équation $f(x) = b$, d'inconnue x , que l'on met sous la forme $E(x) = 0$. Si E est du premier degré, on résout l'équation en retranchant aux deux membres de l'égalité $E(x) = 0$ les termes constants dans E , puis en divisant par le coefficient multiplicatif qui affecte l'inconnue x dans E ; on obtient alors une égalité de la forme $x = c$. Le nombre c est l'antécédent de b par f . Si E n'est pas du premier degré, on le factorise au moyen de l'une des techniques suivantes : on cherche un facteur commun, ou bien on reconnaît une formule remarquable qui est le développement du carré d'une somme ou d'une différence, ou bien le développement du produit d'une somme et d'une différence de mêmes termes. Une fois E factorisée, on résout les équations de la forme $A(x) = 0$ pour chaque facteur A de E . Si ces facteurs sont du premier degré, on résout l'équation comme précédemment, sinon, on les factorise à nouveau jusqu'à parvenir à des facteurs du premier degré et on résout les équations associées. Les solutions trouvées sont les antécédents de b par f .

De fait, la TAD postule que les rapports aux objets peuvent être décrits en termes de *praxéologies*, c'est-à-dire d'entités $[T / \tau / \theta / \Theta]$ réunissant une *praxis* $[T / \tau]$ (le « savoir-faire ») et un *logos* $[\theta / \Theta]$ (le « savoir »). Modifier le rapport d'une personne x à un objet o , c'est donc modifier l'*équipement praxéologique de x relatif à o* , c'est-à-dire modifier tout ou partie de l'*ensemble des praxéologies avec lesquelles x entretient un rapport non vide et qui ont un lien avec o* , et créer certaines praxéologies ayant un lien avec o et dont x n'a pas, initialement, connaissance.

La modification des rapports s'accomplit dans la mise en place de *systèmes didactiques* (Chevallard 1997b). Le rapport d'une personne x à un objet o va se trouver modifié dès lors que x , seul ou parmi d'autres personnes x' , x'' , etc., et avec ou sans l'aide d'une ou plusieurs personnes y , y' , y'' , etc., s'engage dans l'étude d'une question Q dont l'étude le conduira à rencontrer l'objet o et à l'étudier *ab ovo* ou à nouveaux frais. Soit X l'ensemble $\{x, x', x'', \dots\}$ des *étudiants* et Y l'ensemble $\{y, y', y'', \dots\}$ des *aides à l'étude* ; le système didactique (SD) que nous venons de mentionner est noté : $S(X, Y, Q)$. Imaginons une classe $[X, y]$ engagée dans l'étude de la question Q : « Comment résoudre une équation du second degré ? ». Il se peut qu'au cours de l'étude de Q , une partie X' des étudiants rencontre l'objet « mise sous forme canonique » et se voie déléguer, par le *système didactique principal (SDP)* $S(X, y, Q)$, l'étude de cet objet. Se crée alors un *système didactique auxiliaire (SDA)* $S(X', y, Q')$, voire $S(X', \emptyset, Q')$, où Q' désigne la question suivante : « Comment et pourquoi mettre un polynôme du second degré sous forme canonique ? ». Un SDA est fonctionnellement associé à un SDP et œuvre dans l'intérêt du travail d'étude mené par celui-ci. Inversement, un SDP ne donne naissance à des SDA que pour autant que les questions qu'il les charge d'étudier sont utiles ou indispensables à l'avancée de son travail d'étude. Généralement parlant, l'étude d'une praxéologie $[T / \tau / \theta / \Theta]$, pour être complète, passera par la réalisation d'un certain nombre de *moments de l'étude*, ou *moments didactiques* (Chevallard 1997b, Artaud 2011) : il y aura un moment où pour la première fois le SD rencontrera le type de tâches et où cette rencontre engendrera un processus d'étude (*moment de la première rencontre et de l'identification du type de tâches*, ou *moment de première rencontre*) ; il y aura un moment où le SD explorera le type de tâches jusqu'à faire émerger (au moins partiellement) la technique τ (*moment de l'exploration du type de tâches et de l'émergence de la technique*, ou *moment exploratoire*) ; il y aura un moment où le SD entreprendra de justifier, rendre intelligible, produire la technique τ (*moment de la*

construction de l'environnement technologico-théorique, ou moment technologico-théorique) ; il y aura un moment où le SD travaillera la praxéologie (notamment la technique, mais pas seulement) en cours de construction (*moment de travail de la praxéologie, ou moment de travail*) et un moment où il produira un texte qui officialise le rapport construit à cette praxéologie (*moment de l'institutionnalisation de la praxéologie*) ; enfin il y aura aussi un moment où le SD évaluera la praxéologie produite, ainsi que sa maîtrise par X de cette praxéologie, conformément au rapport institutionnalisé (*moment de l'évaluation de la praxéologie et de sa maîtrise, ou moment de l'évaluation*). Ces moments peuvent être réalisés dans des ordres variés, certains peuvent ne pas être réalisés, etc. La variabilité des degrés et de l'ordre de réalisation des moments permet de caractériser finement les différents types d'*organisation de l'étude* (ou *organisation didactique, OD*) d'une praxéologie.

La conception d'une séance, du point de vue de la TAD, requiert donc la réalisation d'au moins deux types de tâches importants : l'élaboration, sous la forme d'une ou plusieurs praxéologies, de la matière mathématique à enseigner (une telle modélisation de cette matière sous forme d'ensembles de praxéologies est appelée *organisation mathématique, OM*) ; la conception d'une organisation de l'étude de cette OM, c'est-à-dire l'anticipation d'une certaine organisation didactique, OD. L'*analyse* d'une séance observée va alors consister en l'identification des mathématiques étudiées dans le cadre de la séance observée (construction de l'OM visible dans la séance), sa comparaison à une OM de référence \bar{R} , l'identification des moments didactiques effectivement réalisés et la description des techniques de réalisation des moments employées par le professeur (ou plutôt le SD) observé ; l'*évaluation* de la séance ainsi analysée conduit à déterminer dans quelle mesure le rapport aux mathématiques étudiées tel qu'il se construit dans la séance observée présente un *degré de conformité* élevé au rapport de référence \bar{R} , et, dans un même temps, à évaluer le degré de conformité de l'OD effectivement mise en place avec un rapport de référence à l'organisation de l'étude (ce rapport pouvant comporter par exemple des techniques de réalisation des moments qui ont été construites et validées en formation, etc.).

Outre leur utilisation dans le cadre de la formation des professeurs, ces éléments de la théorie anthropologique du didactique permettent de penser la diffusion des savoirs et des savoir-faire, c'est-à-dire des praxéologies, dans les institutions. L'ouverture praxéologique des outils de la TAD rend possible l'étude de la diffusion de praxéologies non seulement

mathématiques, mais relevant de tout champ de savoir ou de savoir-faire : en particulier, la TAD permet ainsi de penser la diffusion... de la TAD elle-même. En particulier, la *problématique écologique* (Artaud 1998), qui s'assigne pour objectif d'identifier les conditions et contraintes institutionnelles qui favorisent ou compromettent la diffusion de praxéologies données dans une (ou des) institution(s) particulières, est d'une importance pratique et théorique fondamentale s'agissant de l'étude de la diffusion, dans la profession de professeur, de la TAD.

FORMATION INITIALE DE PROFESSEURS : COEXISTENCE DE SYSTÈMES DIDACTIQUES ANTAGONIQUES

La question primordiale du métier de professeur de mathématiques peut être formulée ainsi : « Comment enseigner les mathématiques dans telle ou telle classe de l'enseignement secondaire ? ». La formation initiale des professeurs de mathématiques se voit alors assigner la mission de modifier le rapport des professeurs débutants à l'enseignement des mathématiques pour le rendre conforme à un rapport de référence à cet objet o (o = l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement secondaire). En France, pour les enseignants (majoritaires) de l'enseignement public, cette mission est ordonnée par l'État employeur et sa réalisation revient à l'INSPE (suivant un cadrage institutionnel qui est l'enjeu de luttes internes et externes à l'INSPE et sur lequel les formateurs universitaires ont de moins en moins de contrôle). S'ajoute à cela le caractère hybride du dispositif de formation qui inclut une formation en établissement scolaire qui prend la forme d'un stage en responsabilité au cours duquel l'élève professeur assure l'enseignement des mathématiques dans plusieurs classes (deux ou trois) tout au long de l'année : dans ce cadre, il est accompagné par un *tuteur en établissement* qui a une fonction de formation, au même titre que le *tuteur INSPE*, un formateur de l'INSPE qui est chargé de l'accompagnement d'une dizaine d'élèves professeurs, assurant un lien entre ce qui est travaillé dans le stage en établissement et les enseignements de l'INSPE. Pour autant, le tuteur en établissement n'est pas un personnel universitaire et n'intervient pas au nom de l'INSPE, mais bien au nom de l'institution scolaire – et donc, pour une part, de l'État mandateur de la formation. L'étude, par un élève professeur x , de l'objet o (« enseignement des mathématiques dans le secondaire ») va donc s'inscrire dans au moins deux systèmes didactiques, $S(x, y_{\text{tut-ét}}, o)$ et $S(X, Y_{\text{INSPE}}, o)$: $y_{\text{tut-ét}}$ désigne le tuteur en établissement, alors que

$[X, Y_{INSPE}]$ désigne le collectif de formation constitué des élèves professeurs X et de l'équipe de formation Y_{INSPE} relevant de l'institution mandataire, l'INSPE. La formation, qui se veut cohérente, devrait faire apparaître ces deux systèmes didactiques comme des SD *auxiliaires* d'un même SD *principal* dédié à l'étude de o . En particulier, il devrait exister une instance \hat{v} susceptible d'évaluer dans quelle mesure le travail mené au sein de ce SDP modifie les rapports des élèves professeurs à o dans le sens d'une plus grande conformité à un rapport de référence \bar{R} à cet objet.

La réalité, bien sûr, est tout autre. L'organisation pratique de la formation conduit à la coexistence, au sein même de l'INSPE, de systèmes didactiques antagoniques, du fait de l'intervention de formateurs occupant des positions différentes dans l'institution : les formateurs permanents de l'INSPE, qui sont soit didacticiens soit acculturés à la didactique, $y_{\partial,i}$, et d'autres formateurs, $y_{\pi,i}$, qui sont des personnels de l'enseignement secondaire partiellement détachés auprès de l'INSPE et n'entretiennent pas nécessairement un rapport important à la TAD ni, plus généralement, à la didactique des mathématiques (c'est *a fortiori* le cas pour les tuteurs en établissement qui ne relèvent pas de l'institution INSPE). Ces deux types de formateurs interviennent par ailleurs dans des enseignements distincts (didactique et suivi de stage – même si la frontière est poreuse : on peut par exemple retrouver des formateurs des deux équipes dans l'encadrement des mémoires professionnels, et certains formateurs détachés développent un rapport non vide à la TAD, notamment relativement à la théorie des praxéologies), ce qui produit donc deux SD qui ne se réfèrent pas à un même rapport de référence à l'objet o , et qui, pris ensemble, diffèrent encore du système didactique formé, dans l'établissement de stage, autour de x et $y_{\text{tut-ét}}$. Cette pluralité de rapports de référence, implicite et pas toujours présente à l'esprit des formateurs eux-mêmes, conduit à la création d'écosystèmes aux frontières étanches parce qu'ignorées comme telles : la TAD peut vivre dans le cadre des enseignements de didactique, mais peine à exister dans les enseignements encadrés par des enseignants du secondaire détachés à l'INSPE par l'employeur, qui la plupart du temps n'utilisent pas la TAD dans leur pratique de professeur du secondaire, pas plus que dans le cadre de la formation INSPE. Les élèves professeurs sont donc conduits à se construire un rapport *scindé* à l'objet o : la réalisation du type de tâches « Concevoir une séance d'enseignement sur un thème donné à un niveau donné » appellera tantôt la mise en œuvre de praxéologies produites par la TAD (par exemple : construire une OM et une OD), tantôt elle conduira à la rédaction

d'un plan d'étude inspiré de manuels scolaires et se réduisant à quelques ingrédients de *praxis* et de *logos*. Il devient alors nécessaire pour l'élève professeur d'être en mesure d'identifier le type de rapport à l'objet *o* qui est attendu par l'instance évaluatrice, selon l'unité d'enseignement considérée : tantôt on attend la démonstration d'une maîtrise satisfaisante de la TAD, dans un usage finalisé par l'étude de l'objet *o*, tantôt on attend une étude de *o* fondée sur le *logos* de la profession (qui, pour l'heure, n'inclut pas d'éléments issus de la TAD). Un ingrédient (parmi d'autres, dont l'intitulé de l'enseignement, l'identité des évaluateurs identifiés par les élèves professeurs...) de la technique mise en œuvre par les élèves professeurs pour identifier le rapport attendu semble être le suivant : les questions que l'on pose comportent-elles une mention explicite d'objets relevant de la TAD ? Dans la négative, on peut s'engager dans une réponse relevant du rapport à *o* qui domine dans la profession à l'heure actuelle.

À L'INSPE : UN RAPPORT FRAGILE À LA TAD

La formation de master deuxième année au sein de l'INSPE-Toulouse Occitanie Pyrénées (INSPE-TOP) comporte notamment deux unités d'enseignement (UE) de didactique, une au premier et une au second semestre. En 2019-2020, l'examen portant sur l'enseignement de premier semestre comportait la question suivante : « En vous appuyant sur la retranscription de séance donnée en annexe, indiquez si le *type de tâches* T_{enjeu} , la *technique* et les éléments *technologico-théoriques* que vous avez proposés à la question précédente, ont émergé au cours de cette séance » (nous soulignons). La présence de notions relevant de la TAD est manifeste : « type de tâches », « technique », « éléments technologico-théoriques » renvoient explicitement à la notion de praxéologie. En conséquence, l'intégralité des étudiants ont traité la question et l'ont fait en utilisant un vocabulaire et des praxéologies issues de la TAD. Le sujet proposé au second semestre devait faire l'objet de la constitution d'un bref dossier, travail pour lequel les étudiants bénéficiaient⁸ d'une durée importante (plusieurs jours) et des ressources de leur souhait (y compris le cours de didactique). L'énoncé comportait des extraits (cours et exercices) d'un manuel de troisième (élèves de 14/15 ans) portant sur le thème de la

⁸ Ces conditions étaient liées au confinement de la population française entre le 16 mars et le 11 mai, en raison de la pandémie de COVID-19.

factorisation des expressions algébriques et la question suivante y était posée : « 2.2.a. En vous appuyant sur ces documents, expliquez en quoi l'étude de l'algèbre telle qu'elle est réalisée dans ce manuel entraîne le phénomène étudié à la question 2.1. ». La question 2.1 conduisait les élèves professeurs, en étudiant la synthèse de cours et les exercices du manuel proposé dans l'énoncé, à observer que la façon dont l'étude de la factorisation était menée ne permettait pas d'inclure dans le rapport des élèves à la factorisation l'idée que sa raison d'être principale, sa fonction mathématique, est de produire une technique de résolution d'équations. La figure 1 présente la structure de la synthèse telle qu'elle apparaît dans le manuel étudié.

Figure 1 – Structure de la synthèse.

- | |
|---|
| I. Développer avec des identités remarquables |
| II. Factoriser avec un facteur commun |
| III. Factoriser avec des identités remarquables |
| IV. Équation produit |

Source : manuel de 3^e, collection Sésamath (p. 38-39)⁹.

On y observe une approche formaliste de l'algèbre comme « calcul avec des nombres quelconques », c'est-à-dire comme *arithmétique généralisée* (Chevallard 1985) ; les raisons d'être de la factorisation n'apparaissent alors que sous la forme d'une application (« équation produit »). La partie du cours de didactique de second semestre consacrée à l'enseignement de l'algèbre au collège (auquel avaient accès les étudiants lors de l'évaluation) comportait la remarque conclusive suivante :

On aboutit à la conclusion suivante : la maîtrise du formalisme algébrique est indispensable à l'étude des problèmes précédents [il s'agissait de justifier la méthode de fausse position, et d'étudier une fonction rationnelle]. Néanmoins, un traitement formaliste du formalisme algébrique ne répond pas à ces besoins et ne permet pas de construire un rapport idoine à l'algèbre (idoine à ses usages au lycée, notamment). Il faut donc trouver un moyen de constituer une étude fonctionnelle du formalisme algébrique. C'est ce qu'autorise une étude précoce des fonctions au collège, et de l'usage de techniques algébriques pour leur étude. C'est aussi ce que permet une étude de l'algèbre comme ensemble de praxéologies d'étude des phénomènes arithmétiques, ou, plus généralement, comme ensemble de praxéologies de modélisation intra-mathématique ou extra-mathématique.

⁹ https://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/index.php?ouvrage=ms3_2012&page_gauche=38

Le cours mettait donc en avant la nécessité d'étudier l'algèbre comme équipement praxéologique permettant l'étude de phénomènes relevant d'autres domaines mathématiques (arithmétique, géométrie, etc.).

Certains étudiants ont abordé les questions posées dans l'énoncé en usant pleinement des ressources fournies par la TAD. Telle étudiante commence par un paragraphe liminaire, qui n'est provoqué par aucune question posée dans l'énoncé de l'examen, mais renvoie à des éléments de *logos* développés dans le cours en appui sur des travaux de recherche menés en TAD :

L'enseignement actuel de l'arithmétique et de l'algèbre a tendance à opposer ces deux parties des mathématiques. Cette opposition et cette disjonction entre ces deux parties entraîne une perte de lien entre l'arithmétique et l'algèbre. L'algèbre est proposée pour résoudre des problèmes que l'arithmétique nous permet de résoudre « simplement » et le réel pouvoir de l'algèbre n'est pas mis en avant.

Puis elle s'emploie à répondre à la question 2.2.a. citée plus haut :

2.2.a. L'exercice étudié et la partie de cours proposée participent à la perte de sens de la factorisation. Dans ce cours on trouve une liste de différentes techniques de factorisation mais on ne propose jamais la factorisation comme une technique de résolution d'une équation.

Il faudrait retravailler l'OM de ce chapitre pour mettre en lien résolution d'équation et factorisation. On obtiendrait alors (de façon synthétique) :

Type de tâches : résoudre une équation

Mettre l'équation sous la forme $E(x) = 0$

T_1 : Si l'équation est du 1^{er} degré, elle est de la forme $ax + b = 0$

[...]

Le x ainsi trouvé est solution de l'équation $E(x) = 0$

T_2 : Si l'équation est d'un autre degré (factorisation)

Factoriser le membre non nul, l'équation est proposée en produit de facteurs

$E(x) = A(x) \times B(x)$

Résoudre séparément les équations obtenues en écrivant l'égalité à 0 de chaque facteur

$A(x) = 0$ et $B(x) = 0$

T_3 : Si je n'arrive pas à factoriser

Développer $E(x)$, chercher à factoriser (reprendre T_2)

Si on n'arrive pas à factoriser, vérifier son développement

Technologie-théorie : si un produit est nul alors au moins l'un des facteurs du produit est nul.

On voit que l'analyse praxéologique permet à l'étudiante citée de formaliser ce que le cours laissait à l'état d'ébauche : motiver l'étude de l'algèbre (ici : la factorisation de polynômes) par l'étude de certains phénomènes mathématiques (ici : la détermination des

solutions d'une équation). Une autre étudiante propose une réponse légèrement différente, mais tout aussi appuyée sur la TAD. Elle y fait allusion aux exercices tirés du manuel et présentés dans l'énoncé de l'examen, dont la figure 2 donne un exemple.

Figure 2 – Énoncé d'un exercice.

31 Soit $A = (y + 5)(y - 2) - 6(y + 5)$.

a. Développe et réduis l'expression A .

b. Factorise A .

c. Résous l'équation $(y + 5)(y - 8) = 0$.

Source : manuel de 3^e, collection Sésamath (p. 45)¹⁰.

La présence de l'expression initiale de A est anecdotique et motive seulement les questions a et b qui ne sont pas fonctionnalisées puisque l'équation résolue à la question c n'est pas mise en rapport avec l'équation $A = 0$. On pourrait poser les trois questions indépendamment, dans trois exercices différents sans changer la nature du travail réalisé ici. L'étudiante présente l'analyse suivante :

2.2 a. Tous les exercices proposés demandent spécifiquement à l'élève de factoriser ou de développer. Ils ne laissent pas à l'élève la possibilité d'y penser seul. Les questions le forcent à utiliser telle ou telle technique pour résoudre l'équation. Au final, il ne sait plus résoudre des équations et est donc mauvais en algèbre, car il sait simplement mettre en œuvre des techniques de factorisation, de développement et de réduction qui permettront peut-être de résoudre des équations une fois qu'on lui aura mis sous le nez la bonne forme à utiliser pour y parvenir.

Dans les documents présentés, le problème est que la technique n'est pas en lien avec les praxéologies mathématiques à enseigner. Le type de tâches est de déterminer le ou les antécédents. Tous les exercices suivants s'arrêtent au type de tâches « factoriser » qui devrait être simplement un ingrédient de la technique pour pouvoir réaliser le type de tâches enjeu de l'étude « déterminer le ou les antécédents ».

L'organisation mathématique ici serait :

Type de tâches : Déterminer le ou les antécédents d'un nombre par une fonction.

Technique : Si l'expression présente un facteur commun alors je peux factoriser en mettant ce facteur commun en facteur (technique proposée dans le II. du cours proposé).

¹⁰ https://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/index.php?ouvrage=ms3_2012&page_gauche=44

Si l'expression est composée de trois termes tous positifs, on essaye de repérer l'identité remarquable $(a + b)^2$ etc. (technique développée dans le III. du cours proposé).

Une fois l'expression factorisée, résoudre l'équation en résolvant une ou plusieurs équations du 1^{er} degré. Cette technique est justifiée par la technologie du produit nul ci-dessous.

Technologie : Identités remarquables et les équations produit nul.

Dans le cours proposé par ce manuel, on ne retrouve pas cette organisation mathématique. Le type de tâches en jeu de l'étude n'est pas de déterminer un antécédent mais le nouveau type de tâches devient un type de tâches [« factoriser »] purement algébrique sans motivation, sans objectif.

On fait intervenir l'algèbre sans la mettre en lien, sans la motiver. On fait de l'algèbre pour faire de l'algèbre. On travaille seulement avec des équations et plus avec des fonctions. Ceci est problématique parce que les élèves ne comprennent pas qu'il faudra mettre en œuvre cette technique sur différents types de tâches.

Une troisième étudiante propose encore la modification suivante de la synthèse du manuel :

Afin de modifier la synthèse du manuel, nous pourrions mettre en avant l'utilité des techniques et leur raison d'être. Pour cela le chapitre sur le « calcul littéral » pourrait se fondre dans celui sur les fonctions.

On pourrait s'appuyer par exemple sur l'OM présentée succinctement ci-dessous :

- Type de tâches : Déterminer un (ou des) antécédent(s) d'une fonction polynôme du second degré.
- Technique :

Déterminer l'équation du second degré modélisant le problème

La ramener à une équation nulle [c'est-à-dire de la forme $E(x) = 0$]

La factoriser si possible en équation produit nul possédant deux facteurs du premier degré

Résoudre chaque équation nulle du premier degré

Les résultats sont les antécédents de la fonction polynôme du second degré

- Technologie : Propriété : Le produit de deux facteurs est nul si et seulement si l'un des deux facteurs est nul.

Un autre étudiant propose la réponse suivante, sans s'appuyer sur la TAD (les chiffres romains renvoient aux parties de la synthèse du manuel – voir figure 1 *supra*) :

Concernant la synthèse du manuel voici les modifications que j'apporterais :

- Je réunirais le II et III afin d'avoir seulement une seule partie factorisation dans le cours. [...]

Concernant le IV tel qu'il est donné on ne voit aucun lien entre la factorisation et les équations produits nul. C'est pour cela que je modifierais le IV en faisant le lien avec ce qui est vu dans le II et III.

Je motiverais tout simplement l'intérêt de la factorisation afin

d'arriver à une équation produit nul. L'intérêt est de décomposer un problème en sous-problème ainsi lorsque les élèves seront face à une équation de la forme $A \times B = 0$ ils devront se ramener à deux sous-problèmes qui consistent en la résolution de deux équations du premier degré. En bref, il faut donner du sens à la résolution d'équations produit nul.

- On pourrait aussi ajouter une partie V qui donnerait la méthode de résolution d'une équation de la forme $A = 0$ en insistant bien sur l'intérêt de la factorisation et par la même occasion du développement.

On peut faire deux constats, qui sont liés : la réponse proposée ici reste vague, et elle ne s'appuie pas sur la TAD. En effet, l'étudiant n'explique pas comment il « motiverai[t] tout simplement l'intérêt de la factorisation », alors que les trois étudiantes citées précédemment le font en proposant une refonte des praxéologies à enseigner qui place au centre le type de tâches « résoudre une équation » (ou « chercher un antécédent ») : la fonction de la factorisation est alors clairement mise en avant dans l'OM, avec la résolution d'équation ou la recherche d'antécédent. On relève également non seulement l'absence de vocabulaire spécifique de la TAD, mais la présence d'un vocabulaire pédagogique (« donner du sens », « motiver ») qui n'engage pas une *praxis* précise.

On observera que cet étudiant conçoit la modification de la synthèse comme une réorganisation de ses parties, alors que les trois étudiantes citées plus haut l'envisagent comme une modification des praxéologies à enseigner (et donc de leur institutionnalisation dont la synthèse est le produit). Ce dernier point de vue est produit par la TAD et permet une plus grande précision dans la réponse à la question posée.

Un deuxième étudiant n'utilisant pas la TAD propose la modification suivante de la synthèse :

Dans la synthèse de manuel, il faudrait prendre 4 expressions [algébriques] de référence qui suivraient tout au long du chapitre avec leur dénomination qui ne change pas d'une partie à l'autre (*A*, *B*, *C* et *D* de bout en bout par exemple), que l'on puisse les développer et les factoriser et que ces mêmes expressions soient réutilisées dans la partie équation produit nul.

Dans la partie équation produit nul on partira par exemple de l'équation $A = 0$ et on mettra en évidence qu'elle peut s'écrire sous différentes formes à l'aide de toutes les expressions de *A* qu'on a calculées précédemment et on choisira la forme factorisée. On insistera ensuite sur le fait qu'on ne sait pas résoudre l'équation dans les autres cas et que donc factoriser une expression peut permettre de se ramener à une équation produit nul qu'on saura résoudre. Ainsi on montre que la factorisation est un outil qui a pour but de se ramener à une forme d'équation qu'on sait résoudre, l'équation produit nul.

Ici, outre le fait que la structure de la synthèse n'est pas modifiée (les équations n'apparaissent qu'en fin de synthèse), on observe une confusion entre la *synthèse* des mathématiques étudiées (qui explicite l'OM effectivement produite par l'étude), et leur *étude* (c'est-à-dire l'OD effectivement réalisée, ou, comme ici, projetée) : « on partira par exemple de l'équation $A = 0$ », « on mettra en évidence », « les expressions qu'on a calculées précédemment ». Ces différentes propositions marquent comme les étapes successives d'un processus d'étude qui n'a pas sa place dans la synthèse dont l'objectif est d'institutionnaliser les mathématiques qui ont été produites au cours de l'étude – en les détachant, précisément, du processus d'étude lui-même. Les notes de cours de didactique du premier semestre étaient pourtant sans ambiguïté :

Revenons aux fonctions de la trace écrite : elle contribue à la réalisation du *moment de l'institutionnalisation* en donnant un statut officiel et public au savoir et au savoir-faire étudié. En particulier, elle fonde le contrat sur lequel se construira le reste de l'étude : on pourra désormais supposer connu ce qui a été dûment institutionnalisé, que ce soit pour prolonger l'étude à propos de thèmes proches, ou bien, tout simplement, pour l'évaluation (« on peut évaluer les élèves sur ce qui a été institutionnalisé » est un principe que connaissent les élèves).

Ainsi, les scories du processus d'étude n'ont pas à être institutionnalisées, et on n'évaluera pas les élèves sur leur capacité à « partir de l'équation $A = 0$ et à mettre en évidence qu'elle peut s'écrire sous différentes formes à l'aide de toutes les expressions de A qu'on aura calculées précédemment, et à choisir la forme factorisée », pour paraphraser la synthèse proposée par le dernier étudiant. Autrement dit, l'OD n'a pas à apparaître dans la synthèse.

On observe donc un rapport aux fonctions de l'institutionnalisation, de la synthèse, très variable selon les personnes – ce qui, après tout, est assez attendu en cours d'apprentissage. Ce qui est plus important, c'est que la variabilité de ce rapport est étroitement liée au degré d'engagement dans l'utilisation d'outils issus de la TAD : tous les étudiants emploient la TAD lorsque la question comporte du vocabulaire issu de la TAD, seuls quelques-uns le font si les questions sont formulées de manière plus générique. Ainsi la TAD n'apparaît qu'à certains comme un moyen d'aborder des questions de la profession (« Comment modifier une synthèse ? ») – d'autres s'appuient sur un savoir-faire relevant du bon sens de la profession (modifier l'ordre de présentation, ajouter des exemples d'application, etc.). Dans le premier cas, les élèves professeurs disposent d'un *logos* provenant de la TAD qui permet d'appuyer leur

démarche (« [le] *type de tâches* “factoriser” [...] devrait être simplement un *ingrédient de la technique* pour pouvoir réaliser le *type de tâches* [...] “déterminer le ou les antécédents” », nous soulignons), dans le second, il s’agit d’un *logos* très générique (« L’intérêt est de décomposer un problème en sous-problèmes », « En bref, il faut donner du sens à la résolution d’équation produits nul ») qui indique ce que la technique devrait faire, plutôt qu’il ne justifie qu’elle le fait bien.

La construction d’un rapport fondé sur la TAD à certains objets (comme : l’institutionnalisation, l’enseignement de l’algèbre, la notion de raison d’être, celles d’OM et d’OD et leurs différences), si elle est bien effective comme en témoignent les extraits des travaux de trois étudiantes, reste fragile puisque d’autres étudiants ont un rapport à la notion de synthèse et à l’enseignement de l’algèbre dont on peut supposer qu’il est resté largement conforme à un rapport spontané à ces mêmes objets, avant la formation. La multiplication de contextes où le rapport fondé sur la TAD n’est pas sollicité explicitement conduit sans doute à son étiolement.

CONDITIONS DE LA MISE EN ŒUVRE D’UNE DIALECTIQUE PRÉSENCE *IN ABSENTIA* / ABSENCE *IN PRAESENTIA*

L’œuvre *o*, « Enseignement des mathématiques au secondaire », par quoi nous désignons le *métier*, c’est-à-dire un complexe de praxéologies professionnelles qui permettent, pourraient permettre, ou ont permis à certains acteurs, précisément, d’*enseigner les mathématiques au secondaire*, cette œuvre est présente dans la vie de chacun¹¹. Chaque élève rencontre l’œuvre *o*, le plus souvent sans soupçonner qu’il y a là quelque chose à rencontrer si ce n’est un ensemble de contraintes qui s’imposent à lui et le conduisent, bon an mal an, à « apprendre des maths ». Il voit là un ou une « prof », avec ses habitudes, qu’il distingue bien de celles de tel ou telle autre « prof », habitudes qui constituent peu à peu une représentation commune du métier de « prof » : celui qui « fait » le cours, qui « donne » des exercices et qui « pose » des interrogations écrites (parfois par surprise). Ce rapport à l’objet *o*, nourri

¹¹ Rappelons que le taux de scolarisation dans l’enseignement primaire était dans le monde en 2009 de 90 %, le taux de scolarisation dans le premier cycle secondaire était voisin de 80 % et le taux de scolarisation dans le second cycle secondaire était d’environ 55 % ; les taux sont très supérieurs si on se restreint aux sociétés occidentales – ISU 2011, p. 10 et p. 25.

d'impressions fugaces mais constamment renouvelées dans leurs variations même, informe nécessairement le rapport à *o* que l'enfant devenu un adulte, professeur en devenir, développe à nouveaux frais dans le cadre de sa formation initiale. Si les élèves comprennent beaucoup de choses à *o*, ils n'en comprennent pas tout, ne soupçonnent pas l'épaisseur praxéologique qui le sous-tend et cette rencontre avec *o*, pour importante et fondatrice qu'elle soit (elle décide notamment nombre de vocations), demeure une rencontre avec une œuvre *o* absente *in praesentia* : présente à lui, elle lui demeure opaque, pour ainsi dire absente à son entendement. À l'opposé, la formation initiale des professeurs conduit à un mode de rapport à l'œuvre *o* qui se déploie dans une multiplication de représentations de *o*, autant de *modèles* qui permettent d'en étudier certains aspects, d'élémenter le complexe praxéologique qu'elle recouvre. « Une telle "rencontre" avec l'œuvre étudiée est *indispensable* pour ne pas être écrasé, étourdi, étouffé, réduit au silence par l'œuvre même » (Chevallard 2013b, p. 23). L'œuvre est alors bien *présente*, puisqu'une « personne *y* [...] *en parle*, l'évoque, la décrit, la commente, en explicite les finalités, la structure, le fonctionnement, etc. Dans ce cas, l'œuvre est présente ou plutôt elle est "représentée", alors même qu'elle est en quelque sorte matériellement absente. On dit alors qu'elle est "présente *in absentia*". Elle est rendue présente *en son absence même*, et parfois même *grâce à son absence*. » (Chevallard 2013b, p. 23). Comme le précise Chevallard,

l'une des caractéristiques essentielles du travail formatif humain est la possibilité de rendre les œuvres à « étudier » présentes *in absentia* grâce au langage et aux divers registres *ostensifs*, notamment *formels*, dont celui-ci peut être enrichi. Pour le dire autrement, une œuvre *O* est un système *S* dont on construit divers modèles *M* permettant de produire des connaissances relatives à *S* sans avoir à manipuler pleinement *S* lui-même. (Chevallard 2020, p. 17-18)

Une des grandes difficultés de la formation réside dans le difficile ajustement entre la rencontre avec une œuvre absente *in praesentia* et la rencontre de la même œuvre présente *in absentia* : ce que les uns et les autres ont à dire de l'œuvre ne se recouvre pas nécessairement. En outre, les *gens de métier* peuvent avoir un rapport problématique à la dialectique présence *in absentia* / absence *in praesentia* elle-même :

on tend à privilégier le « réel », la « vraie vie », sans se rendre compte – ou sans vouloir se dégager – de la pauvreté, du statisme, voire du figement du rapport immédiat à l'œuvre *in praesentia*. Corrélativement, se développent fréquemment et une sacralisation de l'œuvre *in praesentia* et un anti-

intellectualisme qui se méfie des « mots » et prétend accéder directement aux « choses ». (Chevallard 2013b, p. 23)

Produire un rapport des élèves professeurs à *o* qui intègre des éléments de TAD nécessite leur fonctionnalisation comme *modèles d'un système*, c'est-à-dire comme moyens d'étudier, *in absentia*, l'œuvre *o*. La difficulté à intégrer ces fonctions de modélisation dans la compréhension des phénomènes didactiques dont est porteuse l'incarnation *in praesentia* de l'œuvre *o* est redoublée par le rapport doxique de la profession à la théorisation de son métier : la « sacralisation de l'œuvre *in praesentia* » l'institue en seul rapport possible aux questions de métier – qui se résoudre ainsi toutes dans un rapport sacralisé au métier *tel qu'il est*. L'existence d'un tel rapport rend difficile la formation dans la mesure où il obère la possibilité de déployer une dialectique de la présence *in absentia* et de l'absence *in praesentia*, l'étude *in praesentia* étant, de fait, limitée par ce rapport à un ensemble de praxéologies « figées » dans leur conformité à *ce qui est* – au détriment de ce qui pourrait être, ou même de ce qui a été.

Par conséquent, s'il est de nombreuses raisons pour lesquelles le rapport des élèves professeurs à la TAD reste fragile, nous postulons néanmoins dans ce travail que l'existence de plusieurs rapports de référence à l'œuvre *o* = « Enseignement des mathématiques dans le secondaire » crée des contraintes défavorables à l'intégration de la TAD dans les rapports des élèves professeurs à *o*.

Structures et dispositifs de formation

La formation au métier de professeur de mathématiques à l'INSPE-TOP est articulée autour de trois grands pôles : un enseignement de didactique, associé à un projet de recherche sur l'enseignement des mathématiques (PREM) qui consiste en la conception, la réalisation, l'observation, l'analyse didactique, l'évaluation et le développement d'une séance d'enseignement sur un thème donné à un niveau donné ; un enseignement portant sur le suivi de stage, réalisé par des personnels du second degré partiellement détachés par l'éducation nationale auprès de l'INSPE ; un enseignement transversal, portant sur la psychologie de l'adolescent, la sociologie de l'éducation, etc. Ce dernier pôle de formation ne porte pas principalement sur l'étude de l'objet *o* dans la mesure où il n'étudie pas spécifiquement l'enseignement *des mathématiques*, mais plutôt des aspects génériques de la relation

pédagogique. Nous allons donc considérer que l'étude de l'objet o par un élève professeur x_0 est principalement l'enjeu du travail de trois systèmes didactiques :

- un système $S_\delta = S(X, Y_\delta, o)$, où X désigne l'ensemble des élèves professeurs (et donc $x_0 \in X$) et Y_δ est l'équipe des formateurs formés à la TAD intervenant dans les enseignements de didactique ou dans l'encadrement des projets PREM ;
- un système $S_\pi = S(X, Y_\pi, o)$, où Y_π désigne l'équipe des formateurs détachés de l'éducation nationale, qui ont un rapport réduit à la TAD ;
- un système $S_{\text{ét}} = S(x_0, y_{0,\text{tut-ét}}, o)$, où $y_{0,\text{tut-ét}}$ désigne le tuteur en établissement de l'élève professeur x_0 , qui, sauf exception, n'entretient pas de rapport particulier à la TAD.

On ne peut pas préjuger de la structuration globale de l'étude de o : les systèmes didactiques que nous venons d'énumérer pourraient être, en droit, des systèmes didactiques auxiliaires d'un système didactique principal unique $S(X, Y, o)$ dont l'existence est néanmoins problématique. L'ensemble des aides à l'étude Y devrait en effet avoir un rapport à o fonctionnalisé par le projet de formation de X et, pour cela, entretenir des liens avec Y_δ , Y_π et $y_{0,\text{tut-ét}}$, liens par lesquels Y pourrait organiser la délégation de l'étude de tel ou tel aspect de o aux trois systèmes didactiques que nous venons d'évoquer. En réalité, aucune instance ne joue ce rôle, et les systèmes didactiques S_δ , S_π et $S_{\text{ét}}$ paraissent œuvrer de façon largement indépendante les uns des autres.

Dans chacun de ces systèmes, consciemment ou non, la formation dispensée à x_0 et consorts se construit en s'inspirant d'un rapport à o pris pour référence. Au moins deux types de rapports distincts et peu compatibles existent alors. Les formateurs détachés (membres de Y_π) et les tuteurs en établissement ont probablement en tête la position de professeur (p_π) dans l'institution scolaire (I_π), et instituent en rapport de référence à l'objet o le rapport $\bar{R}_\pi = R_{I_\pi}(p_\pi, o)$. Pour leur part, les formateurs formés à la TAD se réfèrent à une position hypothétique, au mieux émergente, celle de professeur *formé à la TAD*, p_δ , dans l'institution scolaire I_π , ce qui signifie que le rapport de p_δ à o doit inclure une connaissance fine des conditions et contraintes sous lesquelles il est possible de faire vivre, dans une institution *a priori* peu favorable, des praxéologies d'enseignement produites par la TAD. Le rapport de référence des formateurs membres de Y_δ est alors : $\bar{R}_\delta = R_{I_\pi}(p_\delta, o)$. La formation professionnelle initiale a pour ambition de modifier le rapport à o des élèves professeurs pour le rendre conforme à un rapport de référence \bar{R} . L'existence d'au moins deux rapports de référence

distincts selon les formateurs conduit à une tension dans l'apprentissage, et les élèves professeurs sont confrontés à la difficulté d'identifier le rapport attendu dans tel ou tel dispositif de formation (enseignements de didactique vs enseignements « professionnalisants » de suivi de stage).

Fonctions de la formation

Si l'on analyse les conditions d'étude de l'œuvre o , on peut, comme en toute formation ou presque, distinguer des dispositifs où elle est étudiée, mise en présence *in absentia*, d'autres où son étude se fait *in praesentia* (par exemple lors d'une discussion entre x_0 et son tuteur en établissement, immédiatement après un cours – voire pendant une séance, en aparté). Il existe en réalité toute une hiérarchie de dispositifs que l'on peut ordonner selon la pondération qu'ils offrent entre présence *in absentia* et absence *in praesentia* : peut-être l'enseignement de didactique offre-t-il l'exemple d'une présence *in absentia*, plus ou moins nuancée selon que l'évocation de o se fait plus spécifique et précise¹². Le dispositif du PREM conduit à une mise en présence de o pour une part *in praesentia* puisqu'on y conçoit et réalise (en établissement) une séance qui est étudiée par la suite. Le suivi de stage rend plus présent encore l'œuvre o à travers un travail sur la préparation des séances et la constitution de dossiers qui sont autant de comptes rendus du travail mené par les élèves professeurs au contact de leurs classes, c'est-à-dire sur l'objet o lui-même. Enfin, le stage met l'élève professeur aux prises avec o , accompagné de son tuteur avec lequel il rencontre o *in praesentia*. On s'aperçoit, sans surprise, que le rapport \bar{R}_δ sert de référence principalement aux enseignements où la mise en présence *in absentia* domine, alors que \bar{R}_π se déploie dans les situations où o est étudié *in praesentia*. On pourrait arguer que, quoi qu'il en soit, la rencontre avec l'œuvre o a bien lieu, y compris *in praesentia*, à quoi l'on peut répondre que l'œuvre o présente *in absentia* dans la formation donnée à l'INSPE et l'œuvre o présente *in praesentia* ne coïncident pas. On ne peut affirmer que o n'est pas présente *in praesentia* dans la formation « de terrain » réalisée en établissement sous l'égide du tuteur ; néanmoins le complexe de praxéologies étudiées dans ce cadre, en lien avec l'œuvre

¹² Ainsi dans le dispositif des questions de la semaine (Chevallard & Cirade 2007, 2009 ; Cirade 2006) où les questions des élèves professeurs importent dans le temps suspendu de la *scholè* quelque chose de l'urgence du « terrain », et en tout cas la « présence » des élèves, d'une séance particulière qui a soulevé une difficulté bien circonscrite, etc.

o , loin de se superposer à ce qui est étudié à l'INSPE – notamment dans les cours de didactique –, s'y heurte, pour autant que ces deux équipements praxéologiques puissent se rencontrer effectivement. Pour le dire autrement, dans la mesure où ce sont deux rapports différents, \bar{R}_δ et \bar{R}_π , par lesquels s'opère la rencontre avec o dans les contextes différents de S_δ et S_π , l'œuvre o , pour autant qu'elle serait produite pour partie par la TAD, n'est jamais rencontrée qu'*in absentia*. Ce que l'élève professeur rencontre de o *in praesentia*, c'est pour l'essentiel cette partie de o que l'on peut appréhender à travers le rapport doxique au métier, c'est-à-dire, pour l'essentiel, à travers \bar{R}_π .

Un indice à l'appui de cette hypothèse est perceptible dans le fonctionnement de S_δ dans le cadre des projets PREM. Les formateurs encadrent, par équipes de trois formateurs, une quinzaine d'élèves professeurs réunis en groupes d'environ quatre personnes, ce qui donne naissance à des systèmes didactiques auxiliaires de S_δ du type $S(X_i = E_{i,1} \cup E_{i,2} \cup E_{i,3} \cup E_{i,4}, Y_{\delta,i}, o')$, chaque équipe $E_{i,j}$ étudiant l'objet o' : « Enseignement d'un thème mathématique particulier à un niveau d'étude donné » dont la relation à o est claire. Les équipes de formateurs sont parfois mixtes : certains membres de $Y_{\delta,i}$ peuvent également intervenir dans Y_δ alors que d'autres sont des membres de Y_π . Ces derniers aides à l'étude, issus de la profession de professeur, contribuent à l'encadrement des PREM sans utiliser la TAD et en étayant leurs propositions au moyen d'un *logos* qui recouvre largement celui de la profession¹³ : il faut commencer les séances par des questions rapides pour « mettre en activité les élèves » et « réactiver » les savoirs étudiés auparavant ; il est bon de prévoir des énoncés d'activités portant sur la même question mais présentant des difficultés variées pour mieux « différencier » et « gérer l'hétérogénéité » du groupe des élèves ; on ne peut pas consacrer une heure entière à une activité d'étude et de recherche car « les élèves se lasseraient et ne pourraient pas rester concentrés aussi longtemps », etc. Les justifications sont, on le voit, centrées sur les élèves, et non sur l'objet étudié ou les praxéologies d'étude, et on peut dire que « tout cela apparaît comme une structuration d'une partie de la geste du professeur sans que son insertion dans les fonctions de l'étude que celui-ci a à réaliser soit véritablement présente » (Artaud & Cirade, 2021, p. 401). Un formateur de la même équipe mais formé à la TAD a pu formuler des recommandations similaires ou opposées (ce qui a d'ailleurs conduit à des discussions entre formateurs), en les fondant sur un *logos* produit par la TAD : la réalisation d'une activité

¹³ Les propos suivants ont été relevés lors de séances d'encadrement de PREM en 2019-2020.

d'étude et de recherche nécessite un temps d'horloge suffisant pour autoriser l'exploration d'un nouveau type de tâches et l'émergence de techniques pour le réaliser, ainsi que pour justifier ces techniques ; commencer la séance par des questions rapides risque de réduire le temps d'étude au risque d'une précipitation dans la réalisation des moments d'exploration et de construction des justifications ; proposer des énoncés de difficultés différentes risque d'accroître l'hétérogénéité en brisant l'unité du système didactique constitué par la classe tout entière ; etc. Si les formateurs qui constituent Y_π , lors de leurs interventions au sein de S_δ , déploient des discours incompatibles avec ceux des membres de Y_δ , on peut supposer que cela vaut *a fortiori* pour leurs interventions dans S_π . Par conséquent, les rapports à o qui se constituent dans les systèmes S_π et S_δ sont différents et, pour une part, incompatibles.

Arrêtons-nous un instant sur la question du choix de la TAD pour concevoir et réaliser la formation et son contenu. Bien entendu, le but de la formation n'est pas de diffuser la TAD en tant que telle, mais dans la perspective de former des professeurs – diffuser la TAD dans la profession ne revient pas à diffuser, par exemple, des praxéologies de *recherche* en TAD, mais à diffuser des praxéologies pour enseigner, *produites* notamment *par* la TAD. Ce n'est pas le choix de la TAD qui est problématique, mais bien l'existence de deux rapports très différents concernant principalement les *mêmes* secteurs du métier (analyser, évaluer, développer, concevoir et réaliser une séance ou une séquence), et le fait que les objets « concrets » relevant de ces secteurs sont présents *in absentia* dans les cours de didactique, et absents *in praesentia* dans la formation « de terrain ». Leur présence *in praesentia* serait facilitée si existaient des dispositifs permettant d'engager, au quotidien, sur le terrain, les praxéologies didactiques relevant de ces secteurs (en particulier certains types de tâches comme « analyser une séance » et « évaluer une séance » et les techniques associées que permet de produire la TAD). On pourrait imaginer qu'un rapport de référence soit constitué, adossé à la TAD ou à d'autres cadres théoriques (par exemple, la théorie des situations didactiques, la théorie des champs conceptuels, etc.), sans que cela pose problème ; la dialectique de la présence *in absentia* et de l'absence *in praesentia* serait alors rondement menée pour ce rapport *pris comme un tout*, parce que dûment travaillé en amont dans le sens d'une amalgamation des divers apports théoriques dans un tout cohérent : un équipement praxéologique de référence considéré par tous les acteurs de la formation comme étant à diffuser. La situation analysée dans ce travail n'est pas de ce type : on y a véritablement affaire à *deux* rapports de référence qui coexistent sans que leur

coexistence soit réellement prise en compte par tous les acteurs de la formation. Le fait que l'un des rapports de référence ne soit pas construit sur une théorie didactique rend d'ailleurs cette prise en compte difficile : si on œuvrait à l'intégration de \bar{R}_π à \bar{R}_δ , elle serait vécue (à raison) comme une théorisation depuis la TAD du rapport « empirique » de la profession à l'objet o – ce qui revient à relativiser pour une part ce rapport comme l'un des rapports possibles à o . La difficulté vient du fait que le rapport de la profession à cet objet est vécu comme convenable et parfois conçu comme le seul possible. La théorisation comporte toujours une part de relativisation : « le rapport de la profession » devient « le rapport *de la profession* », à un instant t dans les conditions C sous les contraintes K , conditions et contraintes qui forment une écologie que l'on peut chercher à modifier pour y ménager une économie¹⁴ différente de l'enseignement.

Le processus d'étude de l'objet o tel qu'il est conçu et mis en œuvre dans le déploiement des systèmes didactiques S_δ , S_π et $S_{ét}$ ne favorise pas la dialectique *in absentia* / *in praesentia* (Chevallard 2013b, 2020) et comporte le risque de produire un rapport clivé à o . La discussion menée dans la section précédente illustre ainsi le fait que des étudiants capables de mettre en œuvre des praxéologies produites par la TAD (notamment des praxéologies d'analyse et de conception d'organisations mathématiques) ne le font pas s'ils sont confrontés à un problème qu'ils n'identifient pas comme directement relié à la didactique (et ce, même dans le cadre d'une évaluation portant sur un enseignement de didactique). On peut supposer que la formulation des questions (« Indiquez *comment vous modifieriez* la synthèse du manuel présentée plus haut », nous soulignons) conduit à renvoyer l'élève professeur à son quotidien de professeur stagiaire en responsabilité et vient alors convoquer un équipement praxéologique distinct de celui produit au sein de S_δ et sans doute plus proche de celui élaboré dans S_π et $S_{ét}$.

Un autre lieu où pourrait se négocier un travail, outillé avec la TAD, sur l'objet o , *in praesentia*, serait celui des visites du tuteur INSPE : deux fois par an, les formateurs de l'INSPE viennent observer les élèves professeurs dans leur classe, ce qui donne lieu à une discussion avec l'élève professeur et son tuteur en établissement lors d'un entretien qui suit immédiatement la séance observée, et à un rapport écrit qui vient rendre compte de l'observation de la séance et des remarques et conseils qui ont pu être élaborés lors de l'entretien. La première de ces

¹⁴ Si l'écologie d'un objet peut être définie comme l'ensemble des conditions actuelles pesant sur la vie de cet objet, dont certaines, les contraintes, apparaissent (à un moment donné et dans certaines positions institutionnelles) comme *non modifiables*, alors l'économie de cet objet repose sur le remaniement ou la création des conditions tenues pour modifiables – dans le cadre fixé par les contraintes tenues pour non modifiables.

visites ne donne pas lieu à une notation et pourrait être le lieu d'un moment de formation fondé sur la TAD. Outre le fait que les formateurs impliqués dans les visites peuvent être des membres de Y_{π} comme de Y_{δ} , et donc que l'appui sur la TAD ne va pas de soi, une autre contrainte est particulièrement défavorable pour la mise au travail de la TAD *in praesentia* de o . Pour mettre en évidence cette contrainte, on fera un détour par l'INSPE de l'Université d'Aix-Marseille, où un dispositif différent, les travaux dirigés (TD) délocalisés (Assude et al., 2016) se substitue depuis 2014 au dispositif des visites. La dénomination *TD délocalisés* renvoie à l'idée de faire réaliser un *moment de travail* d'un équipement praxéologique constitué dans le cadre de la formation à l'INSPE. Plutôt que deux visites réalisées par un formateur dans la classe d'un élève professeur en présence de son tuteur en établissement, les TD délocalisés consistent en la réalisation d'une seule visite dans la classe de chaque élève professeur, mais le formateur INSPE et le tuteur du professeur visité ne sont pas seuls : ils sont accompagnés de deux autres élèves professeurs et de leurs tuteurs, soit un total de six personnes venant en observer une septième. L'observation de la séance est immédiatement suivie d'une heure d'analyse et d'évaluation collectives de la séance. Nous n'évoquerons pas ici les limites de ce dispositif (lourd à organiser et limitant le nombre de visites dont peut bénéficier chaque élève professeur), mais plutôt les conditions qu'il crée pour une intégration de la TAD dans l'équipement praxéologique de la profession de professeur.

Les remarques que nous avons faites à propos de la formation à l'INSPE-TOP valent *mutatis mutandis* pour la formation à l'INSPE d'Aix Marseille¹⁵, à ceci près que la dialectique *in absentia / in praesentia* peut se trouver facilitée dans le dispositif des TD délocalisés : lors d'une telle séance, qui a lieu trois fois dans l'année, se constitue un nouveau système didactique $S_{TD}(X_{TD} = \{x_0, x_1, x_2\}, Y_{TD} = \{y_{0,tut-ét}, y_{1,tut-ét}, y_{2,tut-ét}, y_{INSPE}\},$ séance observée) qui s'emploie à étudier la séance observée l'heure précédente. Notons que le dispositif du TD délocalisé affiche d'emblée la fonction didactique qu'il doit permettre de réaliser : un moment de travail d'organisations praxéologiques produites en formation à l'INSPE, c'est-à-dire *in absentia* de o . Il est donc parfaitement légitime, pour tous les participants au TD, que ces praxéologies (notamment des praxéologies *d'analyse didactique et d'évaluation de séances*), produites par

¹⁵ Remarquons que nous raisonnons toutes choses égales par ailleurs : nous supposons que l'intervenant y_{INSPE} est formé à la TAD et a l'habitude d'utiliser la TAD dans le cadre de son travail de formation. C'est loin d'être toujours le cas, ce qui constitue bien sûr une contrainte supplémentaire à la diffusion de praxéologies professionnelles produites par la TAD au sein de la profession de professeur.

la TAD dans le cadre de la formation, soient mises en œuvre, *travaillées*, lors du TD. En outre, la technique consistant à lancer le travail du système en invitant les trois étudiants à analyser la séance permet de légitimer scientifiquement l'usage de praxéologies produites par la TAD. En effet, l'identification de certains phénomènes didactiques (réalisation défailante de certains moments de l'étude, ou repérage – lors de l'institutionnalisation – d'un souci dans l'organisation des praxéologies mathématiques étudiées dans la séance, par exemple) et le rattachement à une problématique didactique plutôt que pédagogique permet souvent de mettre en évidence le caractère fonctionnel des outils produits par la TAD. Par ailleurs, il s'agit principalement d'un moment de travail des praxéologies d'analyse didactique, et non d'un moment d'évaluation des praxéologies (toujours produites en formation à l'INSPE) de conception et de réalisation de séances : le moment de travail porte sur des praxéologies d'analyse et d'évaluation de séance, ce qui ne revient pas à *réaliser* au premier chef une évaluation de la séance – comme c'est le cas dans le dispositif des visites à l'INSPE-TOP – l'évaluation ayant lieu dans ce cas « à blanc », sans donner lieu par exemple à une note. Cela permet, d'une part de rendre acceptable par x_0 l'analyse et l'évaluation de sa séance par les autres participants au TD et par lui-même (il contribue à la mise en œuvre des praxéologies d'analyse et d'évaluation, il participe pleinement au moment de travail et il arrive que l'élève professeur produise des éléments d'analyse et d'évaluation *de sa propre séance* particulièrement pertinents), et, d'autre part, de favoriser l'occupation par $y_{0,tut-ét}$ d'une position qui ne soit pas celle de tuteur (qui peut comporter, selon le rapport à cette position qui domine dans la profession, la nécessité de « défendre » l'élève professeur) mais celle d'*aide à l'étude*, c'est-à-dire d'un membre de Y_{TD} comme les autres, dont la position doit l'amener à faciliter l'étude de la séance observée, et non à l'empêcher en « défendant » avant tout les choix de x_0 .

Par contraste, lors des visites organisées à l'INSPE-TOP, se constituent des systèmes didactiques du type $S_{\text{visite}}(X_{\text{visite}} = \{x_0\}, Y_{\text{visite}} = \{y_{\text{INSPE}}, y_{0,tut-ét}\}, \text{séance observée})$ dont les fonctions ne sont pas les mêmes : la situation d'étude conduit généralement à la réalisation d'un *moment d'évaluation* de la maîtrise des praxéologies *de conception et de réalisation de séances* et secondairement à un moment de travail de ces praxéologies. De plus, le système didactique ainsi constitué est éphémère, car les deux visites ne sont pas assurées par le même formateur de l'INSPE. La plupart du temps, comme pour les TD délocalisés, le tuteur $y_{0,tut-ét}$ a aidé l'élève professeur à concevoir la séance, ou pour le moins a pu valider avant la séance les choix réalisés

par celui-ci. Mais dans le cas de ce type de système didactique, il en vient assez naturellement à occuper une position défensive double : défense du travail de l'élève professeur, défense de son travail de formateur « de terrain » qu'il peut croire mis en danger par l'évaluation de la séance observée et le travail mené à son propos, l'enjeu de l'étude tel que le perçoit $y_{0,tut-ét}$ pouvant être l'ensemble des praxéologies professionnelles construites ou développées dans le cadre de $S_{ét} = S(x_0, y_{0,tut-ét}, o)$. Un système didactique tel que S_{visite} favorise la coexistence de deux rapports distincts à l'objet o , le rapport de la profession et le rapport fondé sur la TAD, mais gêne l'émergence de leur articulation, condition favorisant l'étude de o *in praesentia* avec les outils fournis par la TAD et construits en formation à l'INSPE.

Insistons-y, la différence se marque notamment du fait des enjeux didactiques différents que portent les deux dispositifs : dans le cas des TD délocalisés, il s'agit de réaliser un *moment de travail et d'évaluation* de praxéologies didactiques d'analyse et d'évaluation de séances, praxéologies qui sont mises en œuvre collectivement par $[X_{TD}, Y_{TD}]$ à trois reprises ; dans le cas des visites, il s'agit de réaliser un *moment d'évaluation et de travail* des praxéologies de conception et de réalisation de séances, praxéologies mises en œuvre individuellement par x_0 , ou, dans certains cas, par $[x_0, y_{0,tut-ét}]$. Dans ce dernier cas, l'épisode du moment d'évaluation de ces praxéologies conduit de fait à évaluer le travail produit par $[x_0, y_{0,tut-ét}]$, ce qui peut conduire à des difficultés et contribuer à asseoir l'idée que les formateurs de l'INSPE sont en position de surplomb par rapport aux formateurs « de terrain » – et à nourrir en retour le ressentiment du terrain contre la didactique perçue comme une production de chercheurs hors-sol.

CONCLUSION : QUELQUES CONTRAINTES QUI S'OPPOSENT À UNE DIFFUSION ADÉQUATE DE LA TAD DANS LA PROFESSION

Il ne s'agit pas ici de nier l'existence de contraintes nombreuses qui entravent la diffusion de la science didactique en général, et de la TAD en particulier, dans la société et spécialement dans la profession de professeur, mais d'affirmer que l'effet de l'une de ces contraintes est en réalité modifiable. L'organisation d'une formation est, dans le cadre de la contractualisation des universités avec l'État français, l'objet d'une négociation renouvelée périodiquement. Néanmoins, certaines structurations (notamment la répartition de la formation

en enseignements de didactique, de mathématiques, « professionnalisants », etc.) finissent par faire perdre de vue les fonctions didactiques qu'elles étaient censées assumer initialement : ainsi de la mise en œuvre d'une dialectique de la présence *in absentia* et de l'absence *in praesentia* qui, perdue de vue, conduit à l'instauration d'une dichotomie entre une formation à *o* ($o = \ll \text{Enseignement des mathématiques dans le secondaire} \gg$) perçue comme « théorique » (parce qu'*in absentia* de *o*) et qui s'appuie sur un rapport de référence \bar{R}_o qui diffère notablement du rapport de la profession à *o*, et une formation à *o* « de terrain » (et donc, ou parce que, *in praesentia* de *o*) qui s'emploie à diffuser un rapport à *o* conforme à un rapport de référence \bar{R}_π qui, pour une large part, se résume au rapport actuellement dominant, dans la profession, à *o*. Cette dernière formation, « de terrain », est donc fonctionnellement condamnée à *reproduire* indéfiniment un rapport à *o* qui, pour être répandu, n'en est pas moins problématique. La diffusion d'un rapport tel que \bar{R}_o dans la profession ne peut se faire dans le seul cadre de la formation *in vitro*, à l'Université : la mise en œuvre « sur le terrain », par des élèves professeurs, de praxéologies fondées sur la TAD se heurtera toujours, au moins ponctuellement, à l'indifférence courtoise ou à l'hostilité caractérisée d'une profession qui, n'étant pas formée à observer des phénomènes didactiques que la TAD met au jour, n'a pas les moyens d'apprécier un rapport à *o* qui ne serait pas conforme, pour l'essentiel, à \bar{R}_π .

Car, si la formation des élèves professeurs x passe par l'évaluation renouvelée du degré de conformité de $R(x, o)$ à un rapport de référence \bar{R} , et si la diversité des rapports de référence \bar{R} est problématique, il faut interroger les raisons de cette diversité lorsqu'elle crée une tension forte au sein d'une même formation. La TAD postule que toute *praxis* s'accompagne d'un *logos*, parfois évanescent, qui vient la justifier, la rendre intelligible, voire même la produire : le fait de *choisir* de mesurer le degré de conformité du rapport $R(x_0, o)$ à un rapport de référence \bar{R} ou à un autre doit se fonder sur un *logos* qu'il convient d'explicitier. Les modalités même de validation de ce choix diffèrent selon les assujettissements institutionnels des formateurs : un intervenant formé à la TAD dispose d'outils qui lui permettent de comprendre, voire d'établir que le rapport \bar{R}_o découle en un certain sens de praxéologies produites par la TAD (Artaud 2007) ; un formateur issu de la profession de professeur, et qui vit cet assujettissement, même passé, comme définitoire de son rapport à *o*, a toutes les chances d'accorder à \bar{R}_π un statut de référence principalement (sans exclure des facteurs secondaires comme l'existence d'un *logos* produit notamment par l'employeur et qui contribue à rendre ce rapport compatible à certains

objectifs : « rendre l'élève actif » ou le « motiver », favoriser la « montée en compétences », etc.) parce que ce rapport à *o* existe et fonctionne (tant bien que mal). Autrement dit, le rapport \bar{R}_π a pour lui d'exister, même s'il n'est déductible d'aucune théorie, si ce n'est celle, très empirique et fortement hétéronome par sa dépendance aux modes pédagogiques et institutionnelles, que porte en elle la profession. La déductibilité de \bar{R}_δ d'une théorie didactique n'est pas suffisante, aux yeux de la profession, pour le préférer à un rapport \bar{R}_π qui, lui, existe et est observable quotidiennement.

La péjoration de la formation à la TAD *in praesentia* de *o* ne fait qu'accroître cette difficulté puisque la profession, alors incarnée dans la personne des tuteurs en établissement, ne rencontre généralement la TAD que dans le contexte très ponctuel de visites. Lors de ces visites se réalise essentiellement un *moment d'évaluation* portant sur des praxéologies de conception et de réalisation de séance qui sont le cœur de métier de professeur et où les praxéologies du tuteur en établissement, relevant de \bar{R}_π , sont parfois remises en question de manière frontale. Le dispositif des TD délocalisés offre la possibilité de donner à voir la TAD *au travail, in praesentia*, mais à travers la réalisation de types de tâches d'analyse qui, sans être absents de \bar{R}_π , ne sont pas identifiés comme des types de tâches centraux et pour lesquels l'équipement praxéologique est plutôt réduit. La réalisation d'un *moment de travail* de praxéologies produites par la TAD, mais relatives à des types de tâches moins définitoires, dans \bar{R}_π , de l'identité professionnelle des professeurs, ajoutée au changement de rôle du tuteur permis par l'existence du groupe $[X_{TD}, Y_{TD}]$, rend plus aisée, et plus fonctionnelle, la rencontre entre la profession et la TAD. La mise en évidence de l'*existence* de praxéologies d'analyse, d'évaluation et de développement de séances, produites par la TAD, et qui peuvent résoudre partiellement certaines difficultés de la profession (ou tout au moins les rendre intelligibles), peut contribuer à rendre le rapport \bar{R}_δ légitime et en faciliter la diffusion, parfois même permettre que certains professeurs développent des rapports à *o* plus conformes à \bar{R}_δ qu'à \bar{R}_π .

Notre propos n'est pas de défendre tel ou tel dispositif à l'exclusion de tout autre, mais plutôt de renouveler l'invitation à chercher, derrière les dispositifs, les fonctions didactiques qu'ils en sont venus à jouer, celles qu'ils ont jouées par le passé et enfin celles qu'ils pourraient jouer moyennant des modifications réalistes des conditions existantes. L'analyse didactique, informée par la TAD, permet d'insister sur la nécessité de produire un rapport à la TAD en la

mettant au travail, non seulement *in absentia*, mais bien *in praesentia* de l'objet *o* qui est au centre de toute formation de professeurs de mathématiques.

RÉFÉRENCES

ARTAUD, M. Introduction à l'approche écologique du didactique. L'écologie des organisations mathématiques et didactiques. Dans M. Bailleul, C. Comiti, J.-L. Dorier, J.-B. Lagrange, B. Parzysz, M.-H. Salin (Éds), **Actes de la IX^e école d'été de didactique des mathématiques**, p. 101-139. Caen : ARDM et IUFM, 1998.

ARTAUD, M. La TAD comme théorie pour la formation des professeurs. Structures et fonctions. Dans L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, F. J. Garcia (Éds), **Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)**, p. 241-259. Jaén, Espagne : Publicaciones de la Universidad de Jaén, 2007.

ARTAUD, M. Les moments de l'étude : un point d'arrêt de la diffusion ? Dans M. Bosch et al. (Éds), **Un panorama de la TAD**, p. 141-162. Barcelone, Espagne : CRM, 2011.

ARTAUD, M. Des liens entre l'organisation de savoir et l'organisation de l'étude dans l'analyse praxéologique. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, n. 4, p. 248-264, 2019. <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i4p248-264>

ARTAUD, M. ; CIRADE, G. La TAD comme milieu pour l'étude de l'activité des institutions didactiques. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, v. 11, n. 1, p. 388-411, 2021.

ASSUDE, T. ; ARIBERT, B. ; BERROUILLER, C. ; BOURGADE, J.-P. ; CANIVENC, B. ; EYSSERIC, P. ; ISAMBARD, K ; LAPÉBIE, J.-P. ; MILLON-FAURÉ, K. ; SAADA, K. ; STROCK, J.-M. **Conception, analyse et développement d'ingénieries de formation face à des nouveaux défis sociétaux (CADIF)**, 2016. <https://hal-amu.archives-ouvertes.fr/hal-01609137/>

BARQUERO, B. ; BOSCH, M. ; GASCÓN, J. The ecological dimension in the teaching of mathematical modelling at university. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 33, n. 3, p. 307-338, 2013.

BOSCH, M. L'écologie des parcours d'étude et de recherche au secondaire. Dans G. Gueudet, G. Aldon, J. Douaire, J. Trgalova (Éds), **Apprendre, enseigner, se former en mathématiques : quels effets des ressources**, p. 19-23. INRP : Lyon, 2010.

BOSCH, M. ; CHEVALLARD, Y. ; GARCÍA, F. J. ; MONAGHAN, J. (Éds). **Working with the Anthropological Theory of the Didactic in Mathematics Education: A Comprehensive Casebook**. Routledge, 2019.

BOURDIEU, P. Sur les rapports entre la sociologie et l'histoire en Allemagne et en France. **Actes de la recherche en sciences sociales**, v. 106-107, p. 108-122, 1995.

BOURDIEU, P. **Science de la science et réflexivité**. Paris : Raisons d'agir, 2001.

BOURGADE, J.-P. Expérimentation et déduction : une technique dialectique au cœur du travail mathématique. **Petit x**, v. 112, p. 5-34, 2020.

CHEVALLARD, Y. Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège. **Petit x**, v. 5, p. 51-94, 1985.

CHEVALLARD, Y. Les savoirs enseignés et leurs formes scolaires de transmission : un point de vue didactique. **Skholê**, v. 7, p. 45-64, 1997a.

CHEVALLARD, Y. Familiale et problématique, la figure du professeur. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 17, p. 17-54, 1997b.

CHEVALLARD, Y. Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. Dans S. Maury, M. Caillot (Éds), **Rapport au savoir et didactiques**, p. 81-104. Fabert, 2003.

CHEVALLARD, Y. Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. Dans L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, F. Javier Garcia (Éds), **Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica**, p. 705-746. Jaén, Espagne : Universidad de Jaén, 2007.

CHEVALLARD, Y. La didactique, dites-vous ? **Éducation et didactique**, v. 4, n. 1, p. 139-148, 2010.

CHEVALLARD, Y. Des programmes, oui. Mais pour quoi faire ? Vers une réforme fondamentale de l'enseignement. Dans **Conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et au collège**, Lyon, 2012.

CHEVALLARD, Y. Enseñar matemáticas en la sociedad de mañana: Alegato a favor de un contraparadigma emergente. **REDIMAT-Journal of Research in Mathematics Education**, v. 2, n. 2, p. 161-182, 2013a.

CHEVALLARD, Y. **Journal du séminaire TAD/IDD 2012-2013, séance 4**. 2013b.
<http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tad-idd-2012-2013-4.pdf>

CHEVALLARD, Y. **Humble séminaire 2019-2020, Séance 2**. 2020.
http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/HS_2019-2020_-_1_a_5.pdf

CHEVALLARD, Y. ; CIRADE, G. Organisation et techniques de formation des enseignants de mathématiques. Dans C.-M. Chiocca, I. Laurençot-Sorgius (Éds), **De l'intégration des**

technologies aux dispositifs de formation de futurs enseignants [CD-ROM]. Toulouse : ENFA, 2007. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=145

CHEVALLARD, Y. ; CIRADE, G. Pour une formation professionnelle d'université. Éléments d'une problématique de rupture. **Recherche et formation**, v. 60, p. 51-62, 2009.

CIRADE, G. **Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM**. Les mathématiques comme problème professionnel. Thèse de doctorat – Université Aix-Marseille I, Marseille, 2006. <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00120709>

CIRADE, G. Infrastructures didactiques pour la formation des professeurs : le cas de l'étude de praxéologies d'enseignement. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, n. 4, p. 338-356, 2019. <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i4p338-356>

CIRADE, G. ; CRUMIÈRE, A. The study of teachers' mathematical and didactic praxeologies as a tool for teacher education. Dans M. Bosch, Y. Chevallard, F. J. García, J. Monaghan (Éds), **Working with the Anthropological Theory of the Didactic in Mathematics Education: A Comprehensive Casebook**, p. 159-168. Routledge, 2019.

INSTITUT DE STATISTIQUE DE L'UNESCO (ISU). **Recueil de données mondiales sur l'éducation 2011** : statistiques comparées sur l'éducation dans le monde. Montréal : ISU, 2011.

LADAGE, C. **Étude sur l'écologie et l'économie des praxéologies de la recherche d'information sur Internet** : une contribution à la didactique de l'enquête codisciplinaire. Thèse de doctorat – Université Aix-Marseille 1, Marseille, 2008.

WOZNIAK, F. Des professeurs des écoles face à un problème de modélisation : une question d'équipement praxéologique. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 32, n. 1, p. 7-55, 2012.