

RENCONTRER LA TAD. DEUX TÉMOIGNAGES

Costanza Alfieri

Affiliation: Université Roma Tre. Mail : costanzalfieri@gmail.com

Clara Errico

Affiliation: Université Roma Tre. Mail : clara.errico@inventati.org

Yves Chevallard

Affiliation: Université d'Aix-Marseille. Mail : y.chevallard@free.fr

Résumé : La diffusion actuelle dans différents pays du monde de la théorie anthropologique du didactique (TAD) va de pair avec le développement de l'enseignement et de l'apprentissage de cette théorie et révèle du même coup tant les difficultés didactiques que ceux-ci rencontrent que les voies propices à leur réussite. Cette étude, qui entend contribuer à la didactique de la TAD, propose pour l'essentiel les témoignages clés de deux de ses trois auteurs à propos de leur rencontre personnelle avec la TAD. Ces témoignages didactiques fournissent alors matière à une analyse de certaines des conditions et contraintes qui peuvent régir une telle rencontre. L'une des conclusions auxquelles conduit cette analyse est l'importance des assujettissements antérieurs, qui peuvent engendrer des obstacles ou avoir au contraire une fonction facilitatrice, et le rôle clé que jouent les premières connaissances acquises (ici, en matière de TAD) pour acquérir de nouvelles connaissances, dans un processus de déconstruction et de reconstruction continué des rapports de « l'étudiant » à l'objet étudié.

Mots-clés : Didactique de la TAD, Témoignages didactiques, Assujettissements antérieurs, Rapport à l'objet étudié.

MEETING THE ATD. TWO TESTIMONIALS

Abstract: The current dissemination in various countries of the world of the anthropological theory of the didactic (ATD) goes hand in hand with the development of the teaching and learning of this theory and at the same time reveals both the didactic difficulties that they encounter and the paths conducive to their success. This study, which intends to contribute to the didactics of the ATD, essentially offers key testimonials from two of its three authors about their personal encounter with the ATD. These didactic testimonies then provide material for an analysis of some of the conditions and constraints that may govern such an encounter. One of the conclusions to which this analysis leads is the importance of previous subjections, which can create obstacles or on the contrary have a facilitating function, and the key role played by the first knowledge acquired (here, about the ATD) in acquiring new knowledge, in a process of continuous deconstruction and reconstruction of the student's relation to the object under study.

Keywords: Didactics of the ATD, Didactic testimonies, Previous subjections, Relation to the object of study.

INTRODUCTION

Le développement et la diffusion subséquente de la théorie anthropologique du didactique (TAD) sont la source de situations de découverte et d'apprentissage qui méritent d'être étudiées et, tout d'abord, qui doivent être documentées. Ce qui suit est une contribution à ce programme de recherche, qui concerne le didacticien aussi bien comme chercheur que comme enseignant de didactique. La question génératrice à l'origine de ce travail peut se formuler ainsi : « Comment, dans quelles conditions et sous quelles contraintes, peut-on rencontrer et apprendre la TAD aujourd'hui dans les différents pays du monde ? »

La présente contribution à ce programme de recherche est constituée d'abord des témoignages de deux des trois auteurs de cette étude, Costanza Alfieri et Clara Errico, recueillis au cours d'entretiens avec le troisième auteur, Yves Chevallard, qui commente ensuite ces témoignages à la lumière de la TAD.

TÉMOIGNAGE 1 : COSTANZA ALFIERI

Notice biographique

Costanza Alfieri est née à Rome en mars 1993. En 2014-2015, elle est étudiante à la *Queen Mary University* de Londres dans le cadre du programme *Erasmus*¹. En 2015, elle obtient brillamment une licence de mathématiques à l'université La Sapienza de Rome. Toujours dans le cadre d'*Erasmus*, elle passe l'année 2017-2018 à l'Université d'Aix-Marseille, où elle effectue la première année du master 2 de mathématiques en didactique des mathématiques². En 2018-2019, toujours à Marseille, elle effectue la deuxième année de ce master 2 et obtient ainsi un diplôme de master de mathématiques en didactique des mathématiques avec un mémoire dirigé par Michèle Artaud intitulé *Diriger l'étude dans le cadre du paradigme du questionnement du monde. Une étude de cas sur l'optimisation des grandeurs*. La même année, elle obtient un diplôme de master en mathématiques à l'*Università degli studi Roma Tre* de Rome, son mémoire de master, dirigé par Andrea Bruno, étant intitulé *The anthropological theory of the didactic: Focus on teaching functions*. Elle

¹ L'acronyme *Erasmus* signifie *EuRopean Action Scheme for the Mobility of University Students*.

² Cette deuxième année « administrative » du master se déroule en fait en deux ans.

présentera certains de ses résultats dans le cadre de l'*Intensive research programme* tenu en juin-juillet 2019 au *Centre de recerca matemàtica* de Barcelone, intitulé « Advances in the anthropological theory of the didactic and their consequences in curricula and in teacher education »³. L'entretien ci-après, fruit d'un dialogue entre Costanza Alfieri (CA) et Yves Chevallard (YC), a été enregistré le 6 août 2020.

Entretien

YC. À la rentrée 2017, tu viens à Marseille pour t'inscrire en master de didactique des mathématiques. Comment ça se fait ?

CA. Je ne suis pas venue à Marseille pour m'inscrire dans ce master, mais comme étudiante Erasmus. Et je voulais suivre un cours de didactique parce que ça m'intéressait, et aussi parce que j'étais saturée par les cours de mathématiques que j'avais suivis. Je n'étais pas satisfaite par mes études. J'ai donc demandé à la coordinatrice Erasmus de m'inscrire à des cours de didactique. Mais ces cours étaient dans le département de sciences de l'éducation alors que, moi, j'étais en mathématiques : il y avait donc des difficultés du point de vue administratif pour m'inscrire à ces cours. Et puis un jour elle m'a dit qu'il y avait ce master de mathématiques avec un parcours de didactique des mathématiques. J'ai accepté de m'y inscrire, ce qui m'a permis de compléter le plan d'études que je devais envoyer à l'université *Roma Tre* – en Italie, chaque université a ses règles.

YC. Si tu n'avais pas fait ce choix, « faire un Erasmus » cela aurait consisté en quoi ?

CA. À choisir des cours dans le département de mathématiques, en satisfaisant certaines contraintes, comme par exemple faire 12 ECTS en géométrie, 6 ECTS en algèbre, etc.⁴ En Italie, j'avais suivi des cours de didactique des mathématiques et je voulais donc continuer à Marseille, à condition de pouvoir obtenir les ECTS que *Roma Tre* me demandait.

YC. Donc tu vas suivre les cours du mercredi après-midi au centre Saint-Charles de l'université d'Aix-Marseille. Le premier cours était fait par Yves Matheron⁵ ?

CA. C'est ça.

³ Voir à l'adresse <http://www.atd-tad.org/1/>.

⁴Le sigle *ECTS* signifie *European Credit Transfer and Accumulation System*. Une expression du type « *n* ECTS », employée communément comme le fait ici Costanza, signifie « *n* crédits ECTS ». Voir COMMUNAUTÉ EUROPÉENNE, 2009.

⁵Yves Matheron, professeur à l'Institut français de l'éducation (IFÉ), était l'une des chevilles ouvrières du master marseillais en didactique des mathématiques.

YC. Au départ, tu ne connais personne dans le collectif des étudiants et des enseignants ?

CA. Je ne connaissais personne. Et je ne comprenais rien !

YC. Il peut y avoir deux raisons pour lesquelles tu ne comprenais rien. Premièrement, c'est peut-être parce que tu ne connaissais pas encore assez bien le français ; deuxièmement, parce que tu ne connaissais pas la TAD...

CA. Les deux !

YC. Le français, tu avais commencé à essayer de le parler quand ? En arrivant à Marseille ?

CA. Non, je l'avais un peu étudié avant, au collège, sauf que le collège en Italie, ça dure trois ans. Et puis j'avais étudié le français pendant un mois à Paris, quelques années avant d'arriver à Marseille, mais j'avais presque tout oublié. À Marseille, j'ai suivi le cours de français offert par l'université, mais les cours de master ont commencé tout de suite.

YC. Donc au début tu ne comprends pas.

CA. Oui. Moi j'avais en tête l'idée que la didactique des mathématiques, c'était comme de la pédagogie. Et donc il y avait des aspects pédagogiques de l'enseignement qui nous était donné qui m'apparaissaient un peu bizarre. Par exemple, en Italie, on fait une pause après une heure de cours, au secondaire comme à l'université. Et pour moi, qu'on ne fasse pas de pause, c'était un peu étonnant ! Je me disais : voilà des gens qui enseignent de la didactique des mathématiques et qui ne savent même pas qu'il faut faire une pause, parce que sinon, on n'arrive plus à se concentrer. Là, on faisait une pause au bout de trois heures ! Et c'est la même personne qui parlait pendant six heures⁶. Donc au niveau de l'organisation pédagogique, j'étais surprise. Apprendre de la « pédagogie » de cette manière, franchement, c'était inhabituel – et très fatigant – pour moi !

YC. Je comprends. Je ne dis pas que c'est bien. Mais en TAD on regarde les conditions et les contraintes. Croire qu'il y a des conditions et des contraintes qui sont des normes absolues, qu'il faut absolument respecter, c'est, précisément, une illusion pédagogique ! Le fait que c'est la même personne qui parle trois heures, plus trois autres heures, cela semble lié à d'autres contraintes ; ce n'est pas nécessairement justifié du seul point de vue pédagogique. Ça peut être un obstacle au travail du groupe, justement.

⁶ Les cours, d'une durée de six heures, étaient bloqués le mercredi après-midi pour permettre notamment aux étudiants par ailleurs professeurs de mathématiques d'y assister.

Personnellement j'ai travaillé dans le cadre d'un atelier avec des élèves de collège et nous avons des séances de deux heures, sans pause, alors que les séances de classe sont en principe de 55 minutes. Est-ce que les élèves l'ont supporté ? Oui, ils l'ont supporté parfaitement ! Parce que tout dépend, bien sûr, de ce que tu fais pendant ces deux heures : si le contenu se renouvelle assez, s'il n'est pas aussi dense qu'il peut l'être dans un cours magistral, c'est tout à fait possible. Mais revenons à toi. Tu trouves que tout cela ne va pas, parce que tu as en tête les normes pédagogiques que tu as connues, les normes pédagogiques dont on t'a dit qu'elles étaient les bonnes...

CA. Voilà, c'est ça. Au début c'est ça qui me faisait prendre de la distance. Je me disais : moi je ne vais pas apprendre ça, parce que j'avais en tête l'idée de la pédagogie active, les formules magiques pour résoudre les problèmes de l'enseignement des mathématiques, etc.

YC. Oui, oui. D'accord.

CA. Mais j'étais obligée de le faire, parce que, sinon, j'allais rater mon année. Jusqu'au moment où j'ai lu un article⁷ pour essayer de comprendre un peu mieux ce qu'il se passait, parce que je ne comprenais vraiment pas trop à l'oral, et il y avait quand même des aspects que j'avais captés et qui m'intéressaient. Je me suis mise à lire et je me suis beaucoup reconnue dans l'idée de relativité des savoirs, et du fait que l'on évalue toujours d'un certain point de vue institutionnel – on évalue la conformité du rapport au savoir à...

YC. Tu peux m'en dire un peu plus ?

CA. Pour moi, ça me permettait de comprendre tout ce qu'a été mon parcours universitaire : j'ai beaucoup bougé et je me suis rendue compte que les mathématiques, ce n'étaient pas les mêmes partout ! Les gens te disent : les mathématiques, c'est les mêmes dans tous les pays. Et puis, quand tu changes de pays, ton université te dit : non, tu ne peux pas suivre ce cours-là parce que ce n'est pas le même que celui que, nous, on fait à Rome ! En fait, la réalité, c'est qu'il est faux que les mathématiques soient les mêmes partout ; et j'ai eu le plus grand mal à faire approuver par les professeurs de La Sapienza (et de Roma Tre, qui étaient plus ouverts) le plan d'études que je pouvais leur proposer ! Mais je me suis dit : ce que racontent mes professeurs à Marseille est intéressant ; il me faut y prêter plus d'attention. Dès lors – mais c'était vraiment très tard dans l'année, c'était en mars je crois ! – je me suis mise à

⁷ Il s'agissait de l'article *Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique*. Voir CHEVALLARD, 2007.

travailler plus. Et puis il y avait un aspect important : les étudiants de ma promotion étaient très sympathiques et très coopératifs. On faisait des séances de travail à Avignon...

YC. Je t'arrête. C'était quoi ces séances à Avignon ?

CA. On était trois au début : moi, Emmanuelle et Didier. Après nous ont rejoint Delphine et Juliette⁸. On se réunissait chez Emmanuelle parce qu'elle avait une grande maison. Et on faisait le travail que les enseignants nous avaient donné à faire, on revoyait les séances passées et on préparait les examens... Je n'ai jamais raté les séances d'Avignon, vraiment ! C'était très important pour moi, parce que c'était l'occasion de poser des questions sur tous les doutes que j'avais. Je faisais le trajet Marseille-Avignon et retour en voiture avec Didier, donc je pouvais lui poser beaucoup de questions.

YC. Très bien, très bien !

CA. C'est ça aussi qui m'a beaucoup aidée. Delphine me passait ses notes, Emmanuelle me passait les enregistrements du cours. J'ai tout le temps travaillé en équipe !

YC. Ce que tu racontes, ton histoire, c'est très intéressant ! Si on en vient à la TAD elle-même, il y a ce premier point sur la relativité institutionnelle des savoirs, qui correspondait à ton expérience personnelle. Pour ce qui est des mathématiques, à l'époque tu étais allée à Londres...

CA. C'est ça. Et aussi, à Rome, j'avais changé d'université : j'avais quitté *La Sapienza* pour aller à *Roma Tre*. Donc, Marseille, c'était ma quatrième université !

YC. Et la Colombie ?

CA. C'était entre Londres et Roma Tre.

YC. Tu faisais quoi là-bas ?

CA. J'enseignais l'anglais dans un institut qui allait de la maternelle au lycée.

YC. Revenons donc à Marseille et à la TAD.

CA. Oui. Il y a un point que j'ai vraiment compris plus tard, celui de la production des techniques – le fait par exemple que, au lycée, on enseigne beaucoup les techniques et qu'on enseigne peu le *logos*, au moins en Italie, alors que, à l'université, c'est l'inverse ! Ça c'était vrai au moins dans l'université italienne, mais dans l'université anglaise c'était différent, c'était presque l'inverse : il y avait peu de *logos* et la connaissance de ce *logos* n'était pas

⁸ Emmanuelle, Didier, Delphine et Juliette étaient des étudiants du même master, qui, par ailleurs, étaient professeurs de mathématiques dans l'enseignement secondaire.

vraiment évaluée. À l'examen, il fallait être très rapide, c'était la maîtrise de la technique qu'on évaluait. Alors qu'en Italie, c'est très, très rare qu'ils t'enseignent des techniques.

YC. À l'université, tu veux dire.

CA. Oui. Je me rappelle que, avec les autres étudiants, à l'université, lorsque les profs faisaient un exercice, qu'ils montraient la mise en jeu d'une technique, pour nous c'était très, très précieux. On avait très peu d'exemples à notre disposition. Il faut savoir que, en Italie, si le prof a fait un exercice en cours ou a donné à faire un exercice à la maison, à l'examen tu es sûre d'avoir un exercice nettement différent ! Et ça, ça m'a gêné pour étudier en France, parce que, à cause de ça, je laissais de côté les exercices faits en cours, en me disant que je n'aurais jamais ça à l'examen. À cause de mes habitudes « italiennes », j'essayais de faire le plus d'exercices différents possibles pour connaître le plus de techniques possibles et avoir davantage de chances de réussir l'examen.

YC. C'est une question de pédagogie. À l'examen, tu peux avoir à affronter un problème d'un type nouveau (par rapport à ce qui a été vu dans l'enseignement donné). Mais tu peux avoir aussi l'inverse. J'ai moi-même utilisé ce schéma pédagogique à l'occasion d'un examen qu'on m'avait demandé de concevoir pour sélectionner des candidats à une formation de professeurs du primaire – qu'on appelait alors, en France, des « instituteurs ». J'ai créé une liste de, je crois, 80 exercices. Cette liste devait être publiée, il me semble, deux mois avant l'examen, et l'examen consistait à résoudre trois exercices sur cinq proposés aux candidats, ces exercices ayant été tirés au sort dans la liste, *sans aucun changement*. Bien sûr, d'aucuns pouvaient croire qu'il s'agissait là d'un faux examen parce qu'il suffirait aux candidats de mémoriser à l'avance les solutions des 80 exercices sans même les « comprendre ». Mais en fait un simple coup d'œil sur ces exercices montrait que cela n'était pas possible : pour être capable de « faire » ces exercices, il fallait les « comprendre » en profondeur. Je te dis ça pour te dire plus généralement que, en TAD, on va être critique vis-à-vis de tout système de normes pédagogiques. Tout système de normes pédagogiques va créer des conditions et imposer des contraintes qu'il faut d'abord analyser. Par exemple, dans les pédagogies dites modernes, on n'aime pas le cours magistral, la *lecture*, comme on dit en anglais, l'exposé « frontal » fait par le professeur. Tout n'est pas si simple. C'est un problème d'écologie didactique. Le cours magistral, certes, ne permet pas certaines choses. Mais inversement, il y a des choses qui ne peuvent guère se réaliser – étant donné un certain ensemble de conditions et de contraintes – que par le moyen d'un cours magistral. Le cours magistral va ainsi

permettre de présenter calmement, dans le détail, une organisation de pensée, ce que tu ne fais pas en faisant juste une activité sur un coin de table. Au fond, pour le dire de manière grossière, toute organisation pédagogique a ses avantages et ses inconvénients.

CA. Moi, par exemple, j'ai toujours trouvé les cours magistraux très fatigants !

YC. Oui, bien sûr. C'est normal. Il y a longtemps, à l'université, en France et sans doute ailleurs, il y avait un contrat pédagogique qui prévoyait que, à une heure de cours magistral donné par un professeur d'université, devait correspondre une dizaine d'heures d'étude (personnelle, éventuellement aidée) de la part de l'étudiant sur la matière présentée dans l'heure de cours magistral. Il n'y avait pas le postulat que tu devais comprendre et intégrer « en temps réel » ce qu'apportait le professeur. Le cours magistral, c'était une présentation, *a presentation* comme on dit en anglais. Le professeur présente aux étudiants une matière qu'ils devront alors étudier. Moi, je n'aimerais pas qu'on me demande : « Qu'avez-vous retenu de ce cours magistral auquel vous venez d'assister ? » Je répondrai : « Cela, vous n'avez pas à le savoir. Ce que j'aurai fait avec la matière présentée dans ce cours, vous le verrez à l'examen ! » Vous n'avez pas à m'interroger tout de suite. Il faut tout un temps...

CA. Mais c'est ça qu'ils attendent dans un cours magistral !

YC. « Ils », c'est qui ? Les étudiants ?

CA. Non, les professeurs. Ils te posent des questions juste après. Ils demandent s'il y a des questions... Alors que c'est vraiment difficile d'avoir des questions à poser alors qu'on t'a fait un cours magistral hyper-dense à toute vitesse...

YC. Pour moi, c'est pareil lorsque je vais au cinéma. Je n'aime pas qu'on me demande ce que je pense du film au sortir de la salle. Laissez-moi le temps de...

CA. ... de réfléchir.

YC. Voilà, d'y penser un peu, de rêver autour de ce que j'ai vu, etc. Bon, mais revenons à toi. Il y avait cette pédagogie un peu brutale qui t'a arrêtée, mais il y avait aussi le contenu de la TAD. Simplifions. Qu'est-ce qui, dans la TAD, t'a plu, qu'est-ce qui a suscité ton intérêt – ça, tu en as déjà un peu parlé – et qu'est-ce qui, au début au moins, t'a déplu, t'a rebutée ?

CA. Je ne sais pas trop... J'ai été convaincue à partir du moment où j'ai lu le texte *Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique*. En revanche, je ne sais pas trop te dire ce qui m'a déplu parce que je n'avais pas une vision d'ensemble de la TAD. Et puis

j'ai compris après coup que les cours que je suivais n'étaient pas tous de la TAD. Donc je ne saurais pas te dire ce qui me déplaisait. Mais un jour j'ai eu comme une épiphanie, une révélation. J'ai lu l'article l'après-midi, il y avait beaucoup de choses qui m'ont convaincue tout de suite, parce que c'étaient des choses qui me parlaient beaucoup. Mais à partir de là, je n'arrivais pas bien à voir ce que j'avais fait jusqu'à présent – si c'était de la TSD⁹ ou d'autres choses ou si c'était de la TAD. C'était vraiment confus pour moi.

YC. Là, on est à la fin de la première année¹⁰ du master 2 ?

CA. Oui, la fin de la première année, oui. Par exemple, je ne comprenais pas comment ce qui nous était présenté sur les « problèmes d'apprentissage » trouvait sa place dans la TAD. Je ne savais pas si c'était des aspects de la TAD que je ne connaissais pas encore, ou si c'était des choses qui étaient traitées à la lumière de la TAD, ou autre chose encore... Pour moi, ce n'était pas la TAD qui était claire à ce moment-là, mais c'était cet article qui expliquait des choses de la TAD. Évidemment. Ça ne pouvait pas se passer différemment, je crois.

YC. Oui, d'accord. On peut passer à la deuxième année de ce master 2 ?

CA. Oui... Peut-être une chose qui, non pas ne me plaisait pas, mais que je ne comprenais pas, c'était le fait de différencier organisation mathématique et organisation didactique.

YC. Oui.

CA. C'était quelque chose qui me posait des problèmes. Dégager l'organisation mathématique d'une séance, c'était quelque chose qui ne me plaisait pas parce que je ne comprenais pas trop comment le faire.

YC. Oui. Donc c'était un problème de technique, en fait.

CA. Oui, c'est ça, de technique – une technique enseignée au début de l'année alors que, moi, au début de l'année, j'étais un peu ailleurs.

YC. Oui, bien sûr... Donc, à la fin de la première année, il y a les vacances d'été, tu rentres à Rome.

CA. Oui, je rentre à Rome parce que je devais terminer le master italien et m'occuper des aspects administratifs du programme Erasmus. En même temps, j'ai répondu à l'appel à

⁹La Théorie des Situations Didactiques, créée et développée par Guy Brousseau et dont la TAD est issue.

¹⁰ Cette deuxième année du master marseillais de mathématiques consacrée à la didactique des mathématiques se passe en fait en deux ans.

candidatures de la région du Latium (*Lazio*) pour obtenir une bourse. Dès que j'ai compris que la TAD m'intéressait, j'ai compris que je devais rester à Marseille pour terminer le master, tout en étant payée. J'en ai discuté avec Yves Matheron, qui m'a mise en contact avec l'IREM¹¹. Avec Clara¹², on a donc demandé à l'IREM si on pouvait travailler dans le cadre des stages Hippocampe¹³. En même temps, je pouvais faire le master, et faire le mémoire avec Michèle Artaud.

YC. Je t'arrête parce que, jusqu'ici, tu ne m'avais pas parlé de Michèle...

CA. Si tu veux, pour moi, ce que disait Michèle, c'était beaucoup plus compliqué que les autres... C'est avec elle qu'on a commencé à dégager des organisations mathématiques et à parler des moments de l'étude. Je me rappelle une chose qui m'avait fortement convaincue de la TAD : quand j'ai découvert les moments de l'étude, je me suis souvenue que, en étudiant les mathématiques, il me manquait toujours un « moment » pour pouvoir cibler tout ce que j'avais étudié ; et les moments de l'étude, pour moi, ç'a été très significatif.

YC. Donc, Michèle...

CA. Michèle, tout au début, je n'appréciais pas trop le contenu de ses cours parce que, en vérité, je ne comprenais pas grand-chose... Mais, en revanche, elle prenait beaucoup de temps pour m'expliquer les choses. Quand il y avait une chose que je ne comprenais pas ou dont je n'étais pas convaincue, elle expliquait d'une façon que j'appréciais beaucoup. Elle explique lentement, elle cherche à comprendre la question que tu lui poses, elle cherche à y répondre. Pour quelqu'un qui maîtrise une théorie, il n'est sans doute pas facile de se mettre à la place de quelqu'un qui ne sait rien. Michèle, elle, comprend les difficultés des autres, je crois. C'est pour ça que j'ai eu envie de faire mon mémoire avec elle. Ça, c'était à la fin de la première année du master 2.

YC. D'accord. Donc après tu as travaillé avec Michèle sur ton mémoire ; enfin, avec Michèle et Emmanuelle.

CA. Oui, pendant l'été, j'ai commencé à travailler sur mon mémoire. Ce que je faisais à Marseille, je m'en suis servi en partie pour mon mémoire en Italie.

¹¹ Le sigle IREM signifie « institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques ». Il y a un IREM dans chaque académie, c'est-à-dire dans chacune des circonscriptions administratives en lesquelles le ministère de l'Éducation nationale et le ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche découpent le territoire français.

¹² Clara et Costanza s'étaient connues lorsqu'elles étaient l'une et l'autre étudiantes à La Sapienza.

¹³ Sur les stages Hippocampe, voir IREM D'AIX-MARSEILLE, 2019.

YC. Dans ton mémoire, la question mathématique centrale est celle de déterminer le volume maximal d'une boîte parallélépipédique sous une certaine contrainte. C'est Michèle qui te l'a proposée ?

CA. Oui. Et c'est Michèle qui m'a proposé aussi l'organisation mathématique qu'elle avait dégagée avec Guilaine Menotti. Donc je suis rentrée à Marseille, j'ai vu Michèle et elle m'a dit ce qu'on allait faire. Mais j'étais un peu perdue, parce que je pensais... Je pensais qu'on allait concevoir un PER¹⁴, qu'on allait le tester, et qu'on allait le « défendre » en tant que PER. Ça m'a pris beaucoup de temps pour comprendre que ce n'était pas le cas. Ça m'a pris jusqu'en novembre, quand on a fait la première séance en classe. Je n'en ai jamais discuté avec elle mais je pense que la professeure avait un peu la même idée que moi sur le PER. Parce que, le premier jour, elle n'a pas vraiment suivi tout ce qu'on avait prévu, elle est venue me voir et elle m'a dit : « J'ai tout raté ! Ton mémoire, c'est fini ! C'est nul ce que j'ai fait... » Et moi j'ai pensé, eh oui, t'as raison ! Mais après on a discuté avec Michèle. Michèle nous a expliqué que ce n'était pas le cas. Qu'on ne cherchait pas à faire un PER « parfait », qu'on devrait « défendre » en tant que PER à diffuser auprès des professeurs. Mais qu'on allait chercher quelles étaient les conditions et contraintes associées à ce PER dans le cadre du paradigme de questionnement du monde.

YC. Très bien ! Après cette séance, que la professeure estimait ratée, et toi aussi, et après discussion avec Michèle, tu as changé ta problématique sur les PER...

CA. Oui. Mais, de toute façon, je n'arrivais pas à bien cibler le fait qu'on regardait ce que fait le professeur dans cette écologie-là.

YC. Oui, d'accord. Mais c'est un problème ouvert du point de vue de la recherche : que peut faire le professeur ?...

CA. Je savais ce qu'on n'allait pas faire, mais je ne savais pas trop ce qu'on allait faire.

YC. Je te l'ai déjà dit, mais en relisant la transcription de séances en classe figurant dans ton mémoire, j'ai trouvé que la professeure se débrouillait fort bien !

CA. Oui, moi aussi.

YC. C'est riche, il y a beaucoup de choses à analyser... Bon, ensuite, tu as préparé ton mémoire...

¹⁴ Le sigle PER signifie « Parcours d'étude et de recherche ».

CA. ... italien.

YC. Bon, j'ai une question concernant le stage de formation de professeurs que Clara et toi avez conçu et réalisé en Italie, en 2019-2020...

CA. ... à Roma Tre.

YC. Oui. Là vous avez dû considérer la TAD d'une manière beaucoup plus globale. C'était un effort considérable, je pense. Ce n'était pas simple. C'est vrai ce que je dis ?

CA. Oui, c'est vrai. On l'a vue au niveau global, c'est vrai, mais surtout au niveau pratique. Parce que quand on est rentrées en Italie, Clara et moi, on est allées dans des lycées pour y montrer la mise en œuvre du paradigme du questionnement du monde...

YC. Je voudrais que tu m'en dises plus sur votre intervention dans des lycées...

CA. C'était dans le cadre de notre stage, qui prenait place dans un programme du département de mathématiques et physique de Roma Tre intitulé *Liceo matematico*¹⁵. En gros, il s'agissait de faire des cours de mathématiques extracurriculaires dans les lycées. En principe les enseignants de l'université devaient faire des cours extracurriculaires aux enseignants du lycée, pour que ceux-ci, à leur tour, puissent faire des cours extracurriculaires à leurs élèves. Mais à Roma Tre ça n'était pas organisé comme ça, pour des raisons que j'ignore – ils n'avaient pas d'enseignants disponibles pour ça peut-être. Donc ils nous ont envoyé moi et Clara dans un lycée pour faire ces cours extracurriculaires. Nous étions trois, en fait. Le troisième était Matteo, qui était un mathématicien « classique ». Étant donné que Clara et moi étions assez libres, nous avons voulu faire un cours motivé par une question, et non faire un exposé, disons, magistral. La chose n'était pas simple, d'abord parce que nous n'avions pas beaucoup de temps pour pouvoir dégager une organisation mathématique qui soit appropriée, car on ne connaissait pas la classe, on ne savait pas trop ce qu'ils avaient déjà fait. En outre, on ne voyait les élèves que pendant trois semaines, à raison de deux heures par semaine. Et aussi, ce que nous devions faire portait sur des mathématiques que nous ne connaissions pas trop bien, non pas toujours mathématiquement, mais du point de vue de, disons, l'activité de la classe... Par exemple, on faisait le calcul binaire. Moi, je n'avais jamais étudié ça, ni au lycée, ni à l'université. Apprendre ça, ce n'était pas compliqué. Mais par exemple les raisons d'être me demeuraient obscures.

YC. Qui avait décidé de choisir ce thème ?

¹⁵ Voir LICEO MATEMATICO, 2020.

CA. Je ne m'en souviens plus. Je crois que c'était Matteo. Pourquoi ? Parce que, après, il faisait construire une calculatrice à eau¹⁶. On se servait de pailles (comme on en utilise pour boire) : ça faisait comme un passage de courant. On a cherché à organiser tout l'enseignement en dégagant l'organisation mathématique et l'organisation didactique. Et ça nous a beaucoup aidés pour comprendre ce qu'il ne fallait pas faire ! Par exemple, moi, j'étais sûre qu'il ne fallait pas faire la calculatrice à eau, parce que je me posais la question de ce que cela apportait par rapport à l'organisation mathématique que nous avions dégagée. Pour s'amuser, ça va. Mais il me semblait que ça n'ajoutait rien. Donc tout ça nous aidait pour voir ce qu'il ne fallait pas faire ! Au niveau de l'organisation didactique, pourtant, on n'avait pas beaucoup d'instruments pour comprendre ce qu'il fallait faire.

YC. Je voudrais faire une remarque. Si je veux construire une machine « binaire » (ça passe, ça ne passe pas), je peux être amené à enquêter sur la numération binaire, jusqu'à un certain point. Là, ça peut avoir du sens. Mais si la machine à eau – par exemple – apparaît au mieux comme une application d'un ensemble de connaissances préalables, c'est évidemment autre chose.

CA. C'est ça que nous avons soulevé comme problème. On n'avait pas suffisamment de temps pour pouvoir enquêter sur le fonctionnement d'une calculatrice à eau – on avait trois séances de deux heures. Et puis, ce n'est pas simple de construire une calculatrice à eau, ça nous prenait une séance entière. Je crois que ce n'était pas faisable en trois séances. Le problème avec la TAD, ce n'était pas que la TAD ne nous guidait pas dans les choses à faire, mais qu'elle ne nous guidait pas assez rapidement étant donné le peu de temps dont nous disposions. On devait obligatoirement aller en cours et on avait des contraintes sur le temps auprès des élèves.

YC. Oui, bien sûr... Mais Matteo, lui, n'intervenait pas ?

CA. Si, on se partageait le temps. Parfois nous faisions le cours, parfois c'était lui. Il venait toujours en cours, parce qu'il ne nous faisait pas vraiment confiance !

YC. Ouais... Laissons cela de côté. Autre question : avec Clara, tu t'entendais bien ?

CA. Oui. Je ne sais pas si elle a le même avis mais oui.

YC. Ça me paraît évident. Tout ça, c'est quand vous rentrez à Rome, au premier trimestre de l'année 2019-2020, que vous faites ça.

¹⁶ Voir PAPANAGIOTOU, 2014 ; TABERLET *et al.*, 2018.

CA. Et on fait aussi le stage Hippocampe.

YC. C'était pareil qu'à Marseille ?

CA. Oui, avec la seule différence qu'on n'avait pas la cantine ! Quelqu'un nous apportait de la pizza... À part ça, c'était vraiment pareil. Il y avait Matteo qui choisissait la plupart des thèmes de stage et qui nous disait : « Mais c'est simple, c'est super simple ! Je vais vous envoyer des documents. Il faut les laisser chercher tout seuls, il ne faut pas que vous fassiez trop de choses ! » Il nous envoyait des documents au dernier moment.

YC. Lui, il était quoi à l'université ?

CA. Il était chercheur postdoctoral (*assegnista di ricerca*). C'est un poste pour une année, justifié par le fait de faire de l'enseignement – pour lui, en l'espèce, c'était le *Liceo matematico*, Hippocampe...

YC. Et sa spécialité en mathématiques, c'était quoi ?

CA. Logique. Comme toi.

YC. Oui. C'est pour ça qu'il a fait la calculatrice à eau.

CA. Oui, sans doute.

YC. Le *Liceo matematico* et Hippocampe, pour Clara et toi, c'était un peu alimentaire.

CA. Voilà. Mais, disons, ce qui nous intéressait surtout, c'était de pouvoir faire un stage Hippocampe « bien », c'est-à-dire dégager une organisation mathématique, une organisation didactique, puis enregistrer les séances avec les élèves et faire une analyse de tout ça. Mais on ne l'a jamais fait, parce qu'on avait les contraintes qu'imposait Matteo. Avec lui, ce n'était pas impossible, mais c'était un peu compliqué parce qu'on devait se battre chaque fois pour chaque chose. Si on faisait une réunion de plus d'une heure sur un thème Hippocampe qu'on devait faire, il nous disait qu'on lui faisait perdre du temps. Il ne nous laissait pas beaucoup de liberté sur les choses à faire ! Et quand il est parti pour faire un postdoc à Paris, eh bien, on n'a plus fait de stage Hippocampe parce que le coronavirus est arrivé.

YC. Il est frappant de constater la différence de rapport au didactique entre des didacticiennes – toi et Clara – et un mathématicien non didacticien. Mais tu m'as dit que tu devais me reparler de ton mémoire.

CA. Oui, mais je voudrais d'abord ajouter quelque chose à propos de la TAD. Au début, on a eu des problèmes avec le *Liceo matematico* et Hippocampe parce que c'était la première fois qu'on utilisait la TAD au niveau professionnel, en tant que « professeures », pas

en tant que chercheuses. Évidemment on devait changer nos praxéologies ! Et puis on avait les contraintes imposées par Matteo ainsi que des contraintes de temps. Ça s'est passé beaucoup mieux quand on a fait la formation de professeurs du secondaire parce qu'on avait davantage de temps et qu'on savait à l'avance ce qu'on allait faire. Et puis j'ai trouvé plus facile de dégager une organisation didactique relative aux praxéologies à enseigner dans ce cadre que de le faire pour une organisation mathématique – pas vraiment la dégager peut-être mais au moins m'interroger à son sujet.

YC. Dans la formation pour les professeurs, vous étiez libres, il n'y avait personne...

CA. Il n'y avait personne. Il n'y avait que Clara, moi et toi !

YC. Oui, oui, oui... Donc vous aviez plus de liberté.

CA. On avait une liberté totale ! Sauf le fait de le faire à distance – ça, c'était une vraie contrainte.

YC. Là, en fait, ce que vous enseignez, c'est de la TAD.

CA. Oui.

YC. Donc l'organisation qui correspondrait à l'organisation mathématique, c'était une organisation « de didactique » – pas une « organisation didactique ».

CA. Une organisation de didactique, tu as raison.

YC. Mais là je voudrais faire deux remarques. La première chose, c'est une image que j'ai souvent employée à propos de la différence entre organisation mathématique et organisation didactique, c'est que, comme quand on construit une maison, il y a autour de la maison des échafaudages. L'organisation mathématique, c'est la maison en cours de construction. Et les échafaudages, c'est l'organisation didactique. L'organisation didactique permet de construire la maison ; mais après, elle disparaît ! Elle laisse place à une maison. Il y a ainsi une espèce de transmutation : on passe d'une organisation didactique à une organisation mathématique. Ça, c'est un premier point. Le deuxième point, c'est que, toute la formation que vous avez reçue – je ne parle pas de vous en particulier, mais des étudiants qui font des maths en général – vous a assujetties au fait suivant : on étudie les mathématiques mais on n'a pas la liberté de les (re)créer. Il y a une certaine illégitimité à construire une organisation mathématique quand on est étudiant. C'est le professeur qui le fait, c'est l'institution, l'université, etc. Il se crée ainsi un habitus qui va rester, qu'il faut déconstruire, ce qui prend du temps ! Bien sûr tu vas vérifier que ton organisation mathématique, elle est solide, elle ne va pas s'effondrer, elle ne comporte pas d'incohérences, de lacunes, voire de

contradictions. De la même façon, vous, on vous avait enseigné la TAD, mais là vous avez dû construire une organisation « de didactique » relative à la TAD. Vous avez dû vous autoriser à faire ça ! Pour cela, il faut toujours accomplir un acte un peu transgressif. Vous n'étiez pas des « maîtres » et vous avez dû assumer de le devenir, si peu que ce soit. Vous avez dû assumer d'apparaître comme ayant une parole « autorisée » sur le sujet. Donc ça, évidemment, c'était un succès pour vous. C'est peut-être d'abord ça que j'exprime quand je dis que j'ai aimé ce que vous avez fait. Bien sûr, il y a sans doute des retouches à apporter ; mais le fait que vous ayez fait ça, que vous vous soyez autorisées à faire ça, cela veut dire que vous avez franchi une étape dans votre rapport à la TAD.

CA. Oui. Oui... Mais je ne crois pas que nous sommes parvenues à dégager une organisation « de didactique » satisfaisante. Parce que je crois qu'on a enseigné beaucoup de *logos* et pas beaucoup de techniques. Je crois que c'était dû aussi à une contrainte de temps, liée au fait que nous avions seulement quatre séances. C'est vrai qu'on aurait pu peut-être faire d'autres choix dans l'emploi de ce temps. Mais on ne pouvait pas faire un cours d'un an, comme il faudrait le faire. Nous nous sommes donné nos propres contraintes : nous n'avions pas une liberté totale, évidemment !

YC. Tu as tout à fait raison, me semble-t-il. Le temps dont on dispose pour intervenir auprès d'un groupe donné est structurant du point de vue pédagogique. Ça va influencer sur le contenu de l'enseignement, en privilégiant souvent le *logos* par rapport à la technique en général – comme tu l'as bien vu. C'est plus facile de parler que de faire et surtout que de faire faire !

CA. Ben oui...

YC. On ne va pas analyser ici ce qu'il s'est passé dans cette formation – ça, il faudrait pouvoir le faire !

CA. Oui !

YC. Je remarque simplement que, comme toujours, les participants apportaient avec eux leurs assujettissements. Par exemple, ils peuvent être assujettis à l'idée que tout, en ce qui concerne l'éducation, peut se dire avec des discours vagues, spontanés, que cela suffit pour une matière elle-même floue. Ils vont alors se heurter, avec la TAD, à une théorie avec des concepts qui se veulent rigoureusement définis, lorsque cela est possible, avec des énoncés contrôlés, voire avec un certain degré de formalisation. Clara me disait qu'elle avait trouvé l'enseignement de la TAD qu'elle avait reçu un peu « sectaire ». Pour prendre un exemple

extrême, si je fais un cours d'arithmétique et si un participant énonce que $2 + 2 = 6$, que je le reprends en disant, non, $2 + 2$, cela fait 4 et non 6, il pourra penser que je suis « sectaire », que j'impose mon « opinion », etc., sans comprendre que ce n'est pas moi mais la théorie arithmétique utilisée qui énonce que $2 + 2 = 4$.

CA. Pour Clara, je pense que ce n'est pas ça qu'elle voulait dire. Il n'y a pas que telle théorie de l'arithmétique qui aboutit à la conclusion que $2 + 2 = 4$; il y a d'autres théories de l'arithmétique. Je pense que Clara voulait dire que tout se passait un peu comme s'il n'existait que la TAD...

YC. Oui, très bien ! Mais quand tu étudies la TAD, tu étudies la TAD et non pas une autre théorie. La question à examiner est : que dit telle théorie arithmétique déterminée de la somme $2 + 2$? Que peut dire la TAD à propos de tel phénomène ? Et (donc) aussi, c'est vrai : Que peut dire la TAD à propos de ce que dit telle autre théorie à propos de tel phénomène ? En gros, il ne faut pas mélanger les théories. Ce qu'on peut faire quand on étudie la TAD, c'est modéliser, avec la TAD, telle théorisation autre. « Modéliser », ça veut dire : essayer de l'expliquer, de la comprendre, et d'ailleurs aussi de la critiquer, d'en montrer les points forts et les points faibles, etc. Cela dit, j'ai une question : qu'est-ce que le fait de concevoir et de réaliser la formation pour les professeurs t'a appris, quelles difficultés ça t'a fait rencontrer ?

CA. Qu'est-ce que ça m'a appris de nouveau ? Ben déjà la notion de milieu de l'étude, que j'ai ignorée pendant deux ans, et que j'ai redécouverte ! Puis j'ai découvert que la TAD, telle que je l'avais apprise, elle s'était pour moi beaucoup routinisée, comme si elle allait de soi ! Je ne pensais pas que ça irait aussi vite. J'en avais un peu perdu les raisons d'être. Je savais qu'il fallait faire comme ça, que c'était la bonne manière de faire, mais pour des raisons que j'avais un peu perdues dans cette démarche. Ça m'a appris ça, que le savoir se routinise. Tu perds les raisons d'être. C'est peut-être un fait anthropologique.

YC. Oui, oui, ça l'est ! Et souvent, ce qui va se passer, c'est que tu as construit des praxéologies avec un certain *logos*, qui est contrôlé, travaillé, et ce *logos* s'évanouit quelque peu et, comme les humains ont toujours besoin d'explications, d'autres explications – de plus « bas niveau » souvent – vont émerger. C'est très intéressant, ça !

CA. La deuxième chose que ça m'a appris vraiment, c'est que la pratique, la *praxis*, ce n'est pas accessoire, c'est beaucoup plus compliqué que le *logos*. C'est-à-dire que, enseigner une pratique, et même avoir une pratique, c'est difficile ! Nous par exemple nous avons

cherché à faire faire des choses ; mais nous, déjà, nous avons beaucoup de difficulté à faire ces choses !

YC. Je me sens coupable à propos des questions que je vous avais proposées comme exemple de ce que vous pourriez proposer aux participants : dans mon esprit, ces questions – je crois qu’il y en avait quatre, cinq peut-être –, c’était des exemples pour vous, il n’était pas question de les proposer toutes ensemble aux participants ! Mais je ne me suis aperçu de l’ambiguïté de mes suggestions qu’après-coup ! Je me considère donc coupable à cet égard.

CA. Et nous, nous avons fait l’erreur classique qui consiste à ne pas faire à l’avance, pour nous, le travail permettant de répondre à ces questions ! On a lu les questions, on les a considérées rapidement, et cela nous a paru suffisant !

YC. Oui, d’ailleurs tu te souviens, je pense, que nous avons passé ensuite un long moment à travailler ensemble pour répondre à l’une de ces questions seulement ! Par contraste, ce que tu décris, c’est l’expression de l’illusion professorale – je devrais dire : de l’illusion magistrale – par excellence : « Ça, je sais le faire, etc. »

CA. On est complètement tombées dans le piège !

YC. Oui, bien sûr, parce que cette illusion est dans la culture commune. Les élèves croient que, par définition en quelque sorte, le professeur sait. Qu’il sait résoudre l’exercice. Et le professeur croit que c’est bien là la réalité des choses ! Bon, un dernier point : revenons à ce que tu voulais dire sur le mémoire.

CA. Oui. Je voulais dire que je n’ai rien compris de ce qui s’est passé dans mon travail de mémoire jusqu’à... jusqu’à Barcelone, disons¹⁷. Ça, c’était un point négatif pour moi, parce que je ne savais pas si j’étais une « mauvaise élève », si je devais poser plus de questions, ou quoi. Mais je n’arrivais vraiment pas à comprendre ce que j’étais en train de faire. Je me suis sentie un peu passive.

YC. Oui, je comprends. Il y a des choses à faire qui sont un peu imposées, une espèce de technique à la fois de description de l’objet et d’analyse de l’objet, et tu étais un peu prisonnière de cette chose-là.

CA. Voilà.

¹⁷ Durant quatre semaines, Costanza avait, rappelons-le, participé avec Michèle Artaud au programme de recherche intensif intitulé *Advances in the Anthropological Theory of the Didactic and their consequences in curriculum and in teacher education* tenu au Centre de Recerca Matemàtica de Bellaterra (Barcelone).

YC. Tu étais un peu dominée par ce que tu avais à faire... Intellectuellement, hélas, c'est très classique ! Cela dit, à Barcelone, qu'est-ce qui t'a aidée à avoir une vision un peu de loin, une vision nouvelle de ce que tu avais fait ?

CA. En pratique, c'est le fait que tu m'as posé la question « Qu'est-ce que tu es en train de faire pour ton mémoire ? ».

YC. Oui.

CA. Là je me suis interrogée parce que j'étais seulement capable de décrire ce que j'avais mis en place. Pas d'expliquer à quoi je voulais arriver, ou même ce que j'étais en train de regarder...

YC. D'accord, d'accord !

CA. Et puis ce qui a beaucoup clarifié les choses pour moi, c'est que j'ai commencé à faire l'analyse du moment technologico-théorique avec Michèle. On l'a fait ensemble, on a regardé ensemble les séances, et là j'ai commencé un peu plus à comprendre.

YC. Oui. Je voudrais souligner un point qui peut choquer, parce que les gens l'entendent en général au sens moral. Quand on veut apprendre quelque chose, il y a un effort à faire ! Ça peut choquer, je le répète, parce qu'on peut entendre ce qui est ici un constat comme une prescription morale. Or c'est là simplement une réalité anthropologique. Apprendre la TAD, ou la TSD, ça demande qu'on s'y mette et qu'on travaille beaucoup. Parce que c'est compliqué. Ça n'est pas la faiblesse de celui ou celle qui veut apprendre qui explique d'abord cette difficulté, mais c'est la difficulté même de la théorie à étudier ! Dans aucune matière humaine on ne peut faire l'économie d'un tel effort. Je pourrais donner bien des exemples de ce phénomène anthropologique. Je vais simplement prendre l'exemple de la diffusion de la TAD, en particulier en France. Il est un obstacle à sa diffusion qui n'est nullement spécifique de la TAD : même si un collègue est professeur d'université, si on le suppose brillant et d'une vive intelligence, pour qu'il en vienne à connaître un tant soit peu la TAD, il devra l'étudier, il lui faudra consacrer à cette étude du temps et bien des efforts. Il lui faudra, comme tu l'as fait toi-même, poser des questions, revenir sur des questions qui vous arrêtent. Et ces efforts doivent souvent prendre des formes très variées.

CA. À propos de l'apprentissage des langues étrangères, par exemple, il y a la légende que, si tu vas dans un pays, tu vas apprendre de manière spontanée la langue du pays. Or moi,

quand je suis allée en Australie¹⁸, par exemple, je ne me suis pas trop mise à étudier vraiment la langue, j'étudiais plutôt les matières que j'avais à étudier ; et quand je suis rentrée en Italie, je me suis rendu compte que je n'avais pas progressé en anglais autant que je l'espérais. Cela a complètement changé quand je suis arrivée à Marseille. Après un temps, les gens m'ont dit : « Mais comment tu as fait pour apprendre si bien le français en seulement deux ans ? » En fait, moi, dès que je suis arrivée, je me suis mise à suivre des cours de français, j'ai étudié la grammaire tous les jours, j'ai écouté la radio en français, je regardais des films en français. Au début, je ne comprenais rien, j'ai vu tout un tas de films en français dont je ne sais pas de quoi ils parlent !

YC. C'est bien ça qu'il faut faire ! Quand je parle avec toi, j'ai le sentiment de parler avec une vraie didacticienne : les faits didactiques que tu as vécus, ils existent pour toi, tu les as repérés, considérés, analysés. Faire ça, c'est très important du point de vue de sa vie didactique personnelle ; et aussi, bien sûr, de la vie didactique d'une société ! Malheureusement, le niveau moyen de conscience didactique dans nos sociétés est historiquement bas. Ce devrait être l'un des objectifs de la diffusion de la didactique que d'élever ce niveau...

CA. Bien sûr !

YC. Merci encore, Costanza !

TÉMOIGNAGE 2 : CLARA ERRICO

Notice biographique

Clara Errico est née à Rome en janvier 1991. Après avoir obtenu une licence de mathématiques à l'université La Sapienza de Rome, elle passe l'année 2013 à Paris (où elle apprend le français) au sein de l'université Paris VI, dans le cadre du programme Erasmus. Toujours dans ce cadre, elle poursuit ses études à Lisbonne durant l'année 2015-2016 (*Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa*) ainsi qu'en 2017 (*Instituto de Educação da Universidade de Lisboa*). En 2018, elle obtient un diplôme de master en mathématiques (parcours : didactique des mathématiques) à La Sapienza. En 2018 et 2019, elle est à

¹⁸ Dans le cadre de ses études secondaires, Costanza avait séjourné en Australie de juillet à décembre 2010.

Marseille, où elle obtiendra de même un master de mathématiques en didactique des mathématiques. C'est au cours de ce séjour et dans le cadre des enseignements qu'elle suit en vue d'obtenir ce master qu'elle rencontre la TAD. L'entretien ci-après, qui constitue en fait un dialogue entre Clara Errico (CE) et Yves Chevallard (YC), a été enregistré le 5 août 2020.

Entretien

YC. Tu as connu la TAD en venant à Marseille ?

CE. En fait, Costanza m'en avait parlé avant. J'avais déjà essayé de venir à Marseille mais ça n'avait pas marché. J'avais vu qu'à Marseille il y avait un master 2 en didactique des mathématiques¹⁹. Ça m'intéressait mais je ne savais pas vraiment ce que c'était. Là, en 2018, je venais d'obtenir mon master à Rome. Avec Costanza, on s'engage dans un projet de la région du Latium qui s'appelle *Torno subito* et qui repose sur des fonds européens, je crois. Je me suis souvenue de Marseille. Or il se trouve que Costanza venait de passer un an à Marseille, en 2017-2018, comme étudiante Erasmus et elle en avait profité pour effectuer la première des deux années sur lesquelles se déroule « l'année » administrative du master 2 en didactique des mathématiques.

YC. Quand tu es arrivée en France, tu ne parlais pas le français, je crois.

CE. J'avais fait un Erasmus à Paris...

YC. Donc tu avais appris le français à Paris.

CE. En deux mois je suis arrivée à comprendre un petit peu. En tout je suis restée six mois.

YC. C'est en 2013 que tu es à Paris... Qu'est-ce que tu fais à Paris alors ?

CE. Pas grand-chose ! J'apprends le français le mieux que je peux...

YC. Oui. Tu es inscrite où ?

CE. À Jussieu, Paris VI.

YC. Qu'est-ce que tu fais ?

CE. J'ai un peu honte de raconter...

YC. Il n'y a pas de honte à avoir !

CE. Ce n'est pas une vraie honte, je me pardonne aussi...

¹⁹ Rappelons que cette deuxième année se passe en fait en deux ans.

YC. Tu n'as pas beaucoup travaillé, c'est ça que tu veux dire.

CE. Je venais de faire ma licence, j'en avais un peu assez de travailler... Je n'étais pas du tout convaincue que je voulais continuer un parcours universitaire. J'avais choisi un curriculum au hasard en mettant tout dedans – analyse, géométrie, etc. À Paris, j'avais bien un copain italien, mais c'était impossible de trouver des ami·e·s...

YC. Après Paris tu es rentrée à Rome.

CE. Oui, j'ai commencé à suivre des cours, mais je n'étais pas encore convaincue. Je voulais presque aller faire autre chose. Et puis j'ai découvert la didactique...

YC. Où as-tu découvert la didactique ? Je ne parle pas de la TAD.

CE. Il y avait eu une présentation du parcours de didactique du master de mathématiques à La Sapienza. Mais ce n'était pas très bien organisé, ce n'est pas comme ici [à Marseille]. Il y avait quatre professeurs en didactique, dont ma future directrice de mémoire Nicoletta Lanciano, mais chacun faisait son enseignement plus ou moins indépendamment.

YC. Ce que tu décris pour La Sapienza se produit en vérité dans beaucoup d'endroits. Il n'y a pas de cadre théorique partagé et donc chacun fait à sa façon. À La Sapienza tu vas obtenir un master de mathématiques en mars 2018 sur un sujet de didactique²⁰. Et puis tu viens à Marseille pour y passer l'année 2018-2019.

CE. Oui, au départ, mon but, c'était de faire un stage, ce n'était pas du tout de m'inscrire en master 2 de mathématiques, dans le parcours de didactique des mathématiques. J'avais envie d'appliquer un peu ce que j'avais appris – parce que j'avais pas mal étudié par moi-même pour faire mon mémoire à Rome. C'est pour cela que j'avais contacté l'IREM²¹.

YC. Mais comment connaissais-tu l'IREM, les stages Hippocampe, tout ça ?

CE. J'avais trouvé ça sur Internet. Le master 2 de Marseille est en partenariat avec l'IREM. Costanza m'en avait parlé. Elle m'a aussi initiée un peu à la TAD. Elle était assez contente. Elle m'a envoyé un texte de toi pour que je comprenne.

YC. Les cours du master 2 commençaient en septembre ?

CE. Oui, mais j'ai manqué quelques cours, je pense. Moi je suis arrivée fin septembre. J'avais découvert l'existence de ce master 2 sur Internet, comme l'IREM, mais je n'étais pas

²⁰ Le mémoire de master de Clara était intitulé *Difficoltà e stimoli per l'apprendimento: progetto sperimentale sul concetto di angolo in una primaria portoghese*.

²¹ Le sigle IREM signifie « institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques ». Il y a un IREM dans chaque académie, c'est-à-dire dans chacune des circonscriptions administratives du ministère de l'Éducation nationale et du ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche.

vraiment intéressée puisque j'avais déjà un master 2. Et puis Costanza m'a incitée à suivre les cours, ce que j'ai fait sans même être inscrite. Et un jour la secrétaire m'appelle et me dit : « Je sais que vous suivez les cours, vous devez vous inscrire ! » Yves Matheron a très gentiment accepté de me suivre.

YC. Là, les cours que tu suis, ce sont ceux d'Yves Matheron...

CE. Oui, et aussi de Michèle Artaud, de Teresa Assude, de Pierre Arnoux. Et puis les cours d'anglais.

YC. Bon, à ce moment-là, tu as en tête, à propos d'enseignement et d'apprentissage, des idées qui se sont accumulées au fil des années – en tant qu'élève, étudiante, etc. Qu'est-ce qu'il y a pour toi de différent dans ce qu'on te raconte ?

CE. Maintenant ou à l'époque ? Parce que, pour moi, mon rapport à la TAD a beaucoup évolué depuis.

YC. À l'époque. Au début, donc.

CE. Oui. J'avais travaillé pour mon mémoire en Italie, mais je manquais de support théorique, disons. Et donc j'étais complètement perdue, j'ai passé vraiment beaucoup de temps à lire et à écrire.

YC. Mais ce que tu lisais, c'était quoi ? Des productions italiennes ? Des françaises aussi ?

CE. Oui, j'avais des textes de toi, mais je n'ai pas approfondi leur lecture parce que je n'étais pas convaincue qu'il fallait creuser aussi profond. C'était compliqué quand même d'y entrer. J'ai aussi lu des textes de Gérard Vergnaud, de Raymond Duval...

YC. Et parmi les Italiens ?

CE. Il y avait Bruno D'Amore, qui cite beaucoup Duval. Sinon j'avais lu des Anglais aussi, des Américains, et des textes portugais...

YC. Comment se fait-il que tu parles portugais ?

CE. Je suis restée deux ans au Portugal, la première année, en 2015-2016, comme étudiante Erasmus, la seconde, en 2017, à l'*Instituto de Educação*, où j'ai eu des contacts épistolaires avec João Pedro Mendes da Ponte, alors directeur de cet institut.

YC. Le Portugal, ça t'a intéressé ?

CE. Ah oui ! J'avais gagné une bourse pour faire le mémoire à l'étranger. Après je suis rentrée à Rome, où j'ai travaillé sur mon mémoire.

YC. Bon, très bien. Mais revenons à Marseille, au centre Saint-Charles²². Tu y arrives en septembre 2018...

CE. J'étais venu pour aller à l'IREM. Mais j'avais peu de choses à y faire.

YC. Il n'y avait personne à l'IREM, parmi tes interlocuteurs, qui fasse vraiment de la didactique.

CE. Oui, je m'en suis rendu compte plus tard.

YC. Je résume. À l'IREM, tu es en face de gens qui sont, disons, pas très structurants du point de vue de la connaissance de la didactique. Donc, en partie sous l'influence de Costanza, tu vas aller aux mercredis après-midi de Saint-Charles, avec Yves Matheron, Michèle Artaud, etc.

CE. Oui, c'est ça.

YC. Mais là, quelle est ton impression ? Tu avais été un peu rebutée, à Rome, quand tu as pris contact avec des textes relevant de la TAD. Et là, est-ce que ça va mieux ou est-ce que c'est toujours compliqué, très compliqué ?

CE. En fait au début je n'avais pas saisi ce qu'il y avait derrière ce qui nous était présenté. Et puis, comme je venais d'étudier beaucoup pour mon mémoire de master, je me sentais « savante ». Je n'étais pas très convaincue, mais je suis allée quand même suivre les cours. Quand j'ai décidé de m'inscrire, je me suis mise à jouer le jeu, j'ai décidé d'essayer de comprendre, de faire confiance à ces gens-là...

YC. Il y avait une bonne ambiance dans le groupe des étudiants.

CE. Oui, mais moi j'étais un peu extérieure parce que je n'avais pas fait la première année du master 2. Il y avait beaucoup de mots spécifiques, bien définis, et il fallait vraiment faire très attention. Au départ, ça me semblait être des détails. Les étudiants posaient des questions surtout pour mieux cerner le vocabulaire...

YC. Et l'usage de symboles, ça te paraissait aussi inutile ?

CE. L'usage des symboles, j'avoue que j'ai compris leur utilité... peut-être cette année seulement ! Par exemple j'avais du mal avec le schéma herbartien.

YC. Est-ce qu'il y a un moment où tu t'es dit : « C'est intéressant, ce truc-là » ?

CE. Oui. D'abord je pensais que, derrière les définitions, il n'y avait peut-être pas d'autres choses. Le moment où j'ai compris, c'est quand j'ai lu un texte de toi qu'Yves

²² Clara et Costanza avaient présenté un projet dans le cadre d'un programme de la région du Latium intitulé *Torno subito* financé par des fonds européens.

Matheron m'avait conseillé pour mon mémoire : *Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques*²³. Ça m'avait assez plu, ce texte. J'ai mis du temps pour le lire mais j'ai aimé. À la fin tu parlais de questionnement... Ça se voyait que ce n'était pas neutre, il y avait des idées partisanses, une certaine manière de concevoir l'enseignement...

YC. Dans la TAD ?

CE. Oui. À ce moment-là, c'était un peu caché, ça apparaissait hyper-neutre : on classait les choses...

YC. Oui. Mais je voudrais neutraliser ce qui peut paraître « partisan ». La TAD est d'abord un moyen de modéliser le didactique, toute forme de didactique. Par exemple, la notion d'enquête est, dans le cadre de la TAD, un concept, et non une idée normative qui désignerait ce qu'il serait bon de faire. Il y a la modélisation, et il y a l'adhésion à un modèle déterminé : ce sont deux choses différentes. Il y a, plus généralement, le choix d'un modèle, quand on doit agir comme formatrice, comme enseignante, etc. Mais le choix d'un modèle déterminé n'est pas forcément l'adhésion passionnée à ce modèle. Ce choix dépend toujours des conditions et de contraintes prévalentes. La modélisation du didactique par la TAD doit permettre d'avoir beaucoup de choix possibles, d'avoir un modèle avec beaucoup de paramètres qui te permette de « penser » d'autres formes d'enseignement. Par exemple, l'idée, qui est exprimée dans le schéma herbartien développé, que, pour enquêter sur une question Q , la classe va aller s'enquérir des réponses R^\diamond produites par diverses institutions, cette idée est complètement exclue des formes traditionnelles d'enseignement secondaire. Dans l'enseignement supérieur, c'est un peu différent : lorsqu'il rédige son mémoire de master, l'étudiant est censé aller voir ce que d'autres chercheurs ont établi. Mais dans l'enseignement secondaire, il n'y a pas ou presque pas de R^\diamond . Le R^\heartsuit , ce sera souvent celui que le professeur apporte, que les élèves devront apprendre. La TAD permet ainsi de modéliser des choses très différentes. Maintenant on peut penser, comme je le pense, que pour apprendre, il faut enquêter. De cela nous avons beaucoup de témoignages, par exemple celui de ces élèves ou étudiants qui enquêtent par leurs propres moyens sur ce que raconte le professeur, qui est une réponse R^\diamond parmi d'autres, mais que l'on va étudier, bien sûr, en particulier si la réussite à l'examen est fondée sur la bonne connaissance de cette réponse R^\diamond apportée par le professeur et présentée comme la réponse R^\heartsuit adoptée par la classe. Donc il s'agit toujours d'avoir

²³ Voir CHEVALLARD, 2003.

beaucoup d'ouverture... L'adjectif *anthropologique* qui figure dans l'expression « théorie *anthropologique* du didactique » a été choisi il y a longtemps mais il peut signifier des choses un peu différentes en réalité, et en particulier le fait de regarder la réalité dans sa diversité, par exemple jusques et y compris des opinions d'institutions ou de personnes qui te paraissent stupides ou fausses. Parce qu'il faut étudier pourquoi elles existent et si elles sont des obstacles dès lors que l'on veut diffuser une autre réponse. Par exemple si, en tant qu'enseignante, tu diffuses une réponse qui est en contradiction avec une autre réponse familière aux élèves, tu dois pouvoir le savoir. C'est pour ça que j'ai introduit ce que je note \hat{w} , cette « instance de référence » qui, en fait, peut-être n'importe qui, même si c'est un « imbécile » – en TAD, on se préoccupe des « imbéciles » aussi ! En vérité, il ne s'agit pas d'« imbéciles », bien sûr, mais d'*opinions* (qui semblent) « imbéciles ». Quand on dit qu'on s'en préoccupe, cela signifie qu'on veut leur donner une place, et non les valider.

CE. Oui, il faut quand même les prendre en compte, les décrire...

YC. Oui, les sociétés humaines nous paraissent souvent bizarres, par exemple en matière de relations entre les hommes et les femmes. Il en va de même du fonctionnement des classes, qu'elles soient italiennes ou françaises.

CE. Oui, ça c'est évident. Je ne voulais pas dire que ce n'était pas neutre. Je sais que l'ambition de cette théorie, c'est vraiment de considérer tous les cas possibles...

YC. Moi je dirais un peu plus. Je dirais « modéliser », c'est-à-dire se donner les moyens de produire des connaissances sur la réalité objet du modèle.

CE. ... Oui. Mais je pense que, même si on veut être neutre, on ne l'est pas complètement.

YC. Oui. D'une manière générale, la plupart des chercheurs cherchent à augmenter le bonheur du monde, et pas le malheur du monde ! Je suppose qu'il est rarissime qu'un chercheur se dise : « Je vais faire des recherches pour trouver comment on peut faire pour que les élèves souffrent beaucoup plus, qu'ils apprennent beaucoup moins, que les professeurs soient malheureux, les parents aussi... » Non, mais dans mon modèle je voudrais pouvoir dire que, quand certains paramètres auront certaines valeurs, les élèves apprendront moins, ou plus, les parents seront plus malheureux, ou plus heureux.

CE. Les chercheurs pensent peut-être à faire le bonheur de l'humanité mais ils sont parfois à l'origine de technologies complètement inutiles... À mon sens, un chercheur, ce

n'est pas neutre, il a quand même le choix de ce qu'il vise. Le questionnement du monde, c'est un paradigme nouveau pour changer l'école.

YC. Il y a plusieurs choses. On veut changer l'école, éventuellement, en la situant dans le paradigme du questionnement du monde, mais il y a aussi le fait que, selon moi au moins, l'ancien paradigme est en train de mourir. Donc, il y a un premier niveau : on veut changer l'école, mais ce n'est pas encore de la recherche, c'est du militantisme. Deuxième niveau : si on considère que ce qui existe encore est en train de mourir, alors on va étudier ce qui pourrait bien surgir pour le remplacer.

CE. Pas forcément. Au lieu d'étudier comme tu le fais le paradigme du questionnement du monde, tu aurais pu décider d'étudier ce qui pourrait faire que l'ancien paradigme, celui de la visite des œuvres, survive.

YC. Bien sûr, c'est même une question de recherche très pertinente. Ce sont des questions d'écologie didactique. En vérité, il y a un troisième niveau : on s'efforce de construire un modèle – une théorie – qui permette de « comprendre » et l'ancien et le nouveau paradigme, d'explorer les chemins par lesquels les sociétés peuvent passer de l'un à l'autre, qu'est-ce qui peut se créer, qu'est-ce qui peut se perdre, etc. Dans la TAD, il y a une volonté de modéliser tout ce qui a trait aux apprentissages, tout ce qui a trait au didactique. Mais revenons à toi, à l'année 2018-2019.

CE. C'est en lisant le texte sur l'approche anthropologique du rapport au savoir que j'ai compris quel était le but de la TAD, à quelle question elle répondait.

YC. C'est l'article qu'Yves Matheron t'avait conseillé.

CE. Oui, pour commencer mon travail de mémoire. Ça n'avait pas à voir avec mon sujet de mémoire en particulier, mais il fallait que je démarre dans la compréhension de la TAD. Et donc, à partir de là, ç'a été vraiment... hyperrapide. Au début, c'était vraiment des questions naïves, il n'y avait rien d'anthropologique là-dedans. Mais je suis quand même restée critique pendant pas mal de temps parce qu'il y a des aspects qui me paraissaient exagérément formels...

YC. Attends, il y a deux choses peut-être. Tu as déjà dit des choses comme ça. Quand c'est formel – et c'est volontairement formel, c'est formalisé –, tu as une réaction qui, semble-t-il, comporte deux composantes : d'une part, tu dis avoir du mal à comprendre de quoi on parle ; mais aussi, d'autre part, tu dis : « J'aime pas », tu n'aimes pas que la théorie soit...

CE. C'est plutôt la deuxième, même si... Enfin, j'étais un peu en conflit avec moi-même. Mais le fait de faire de la didactique, ça m'avait de plus en plus éloignée du parcours mathématique, que j'avais commencé à détester parce que... Je me souviens de l'angoisse avant la soutenance de mon master à La Sapienza, parce que j'étais devant des mathématiciens et je me sentais hyper-jugée. Il y a un sentiment évident, me semble-t-il, de supériorité des mathématiciens, sceptiques devant des didacticiens... Cela dit, ma soutenance s'est très bien passée, le jury s'est montré ouvert, ce que je craignais ne s'est pas produit. Peut-être que les choses commencent à changer.

YC. Il y a là quand même une idée frappante. Tu dis au fond que tu étais un peu désabusée par les mathématiques telles que tu les avais connues à l'université et donc tu étais un peu dégoûtée des choses formelles. Et là tu tombes sur une théorie didactique qui est volontairement très formelle dans son expression. Et donc ça, ça te rebute un peu.

CE. D'un côté, ça me rebutait, et puis, d'un autre côté, j'appréciais que ce soit une théorie structurée. Parce que j'avais vraiment vécu le fait d'être une semi-chercheuse sans avoir de repères du tout, de structures... J'ai été surtout intéressée par cette idée d'une ouverture anthropologique, même si le point de vue psychologique existe quand même.

YC. Quand tu allais soutenir ton mémoire de master à Marseille, donc pendant l'été 2019, tu étais entrée dans un certain nombre de notions de la TAD, de problématiques de...

CE. Oui, tout à fait !

YC. Si tu avais à citer quelque chose qui t'avait « plu », disons, qui t'avait intéressée, qui t'avait attirée, tu citerais quoi ?

CE. Sans doute le paradigme du questionnement du monde. Le fait qu'il faut partir de questions. C'est difficile à faire, parce qu'on n'est pas habitués à ça. Ça m'a vraiment aidée parce que je suis une personne qui se pose beaucoup de questions. Ça a structuré ma recherche aussi. Et puis il y a aussi la séparation entre ce qu'on doit enseigner, quelles organisations praxéologiques, et la façon de l'enseigner. C'est simple et évident mais le fait de le dire et de poser clairement la question, ça nous a aidées, moi et Costanza, pour organiser et réaliser (en ligne) un stage de formation à la TAD de professeurs de mathématiques en Italie. On connaissait la différence mais on ne la pratiquait pas, on ne l'appliquait pas.

YC. Vous ne la formalisiez pas, je dirai. Non ?

CE. Non, on l'avait assez étudié pour pouvoir l'énoncer. Mais on n'arrivait pas à l'intégrer dans notre pratique. On avait le *logos* mais pas encore bien la *praxis*

correspondante. Le fait d'y croire, vraiment, ça nous a quand même pas mal aidées à revenir au point de départ, à se demander le but à viser dans un enseignement, les raisons d'être, tout ça.

YC. Là-dessus, tu as eu des désaccords avec Costanza ?

CE. Oui, mais souvent c'était sur la signification, l'interprétation des choses, par exemple sur la notion de milieu...

YC. Oui, c'est compliqué. Par exemple, ce qui est un milieu pour une instance – au sens de la dialectique des médias et des milieux – peut ne pas l'être pour telle autre instance. Il y a des choses qui fonctionnent comme un milieu pour des personnes de quinze ans et qui ne fonctionnent pas comme un milieu pour des élèves de sept ans.

CE. Ce qui est difficile aussi, c'est l'ambiguïté entre le milieu de l'étude (dans le schéma herbartien) et la fonction de milieu ou de média.

YC. Oui, c'est un peu malheureux, c'est une ambiguïté terminologique qui est là depuis le début. Guy Brousseau parlait de milieu *adidactique*, ce qui est... Bon, « adidactique », c'est peut-être pas suffisamment général. Le milieu didactique c'est l'ensemble des outils que l'on compte utiliser – et que, en général, on regarde comme des milieux adidactiques ! C'est-à-dire que, même une réponse R^\diamond que tu trouves chez un auteur, sur Internet, elle est peut-être fautive, mais elle est un milieu parce que – supposons-le du moins – il est indubitable que cet auteur a dit ça. Il ne l'a pas fait pour te faire plaisir ou pour te contrarier. Il y a donc un usage de ces notions qui est assez subtil.

CE. Ça vient de Brousseau le fait qu'un objet a une fonction de milieu ?

YC. Oui. Alors évidemment l'adjectif « adidactique », moi je l'ai utilisé, mais... ça ne me satisfait pas bien aujourd'hui. C'est une critique un peu anthropologique : cela revient à ne se référer qu'à la classe où il y a des élèves qui doivent apprendre. Mais la fonction anthropologique de milieu, disons, est beaucoup plus large, c'est-à-dire que tu vas t'appuyer dessus pour faire tout un tas de choses dans la vie ordinaire. Un petit enfant regarde en général un adulte auquel il a affaire (un parent, un professeur, etc.) comme bienveillant, qui l'aide s'il est en difficulté. Mais s'il tombe dans la piscine, la piscine ne va pas l'aider... Elle ne le connaît pas. Elle n'est pas simplement « adidactique ». Elle n'a pas de réaction spécifique vis-à-vis de l'enfant. Quand de jeunes enfants manipulent un certain matériel, ce n'est pas forcément un milieu pour eux. Un milieu, c'est un système qui acquiert une objectivité de « comportement » pour une personne ou, plus généralement, pour une instance.

Dans certaines cultures anciennes, les plantes ou les animaux pouvaient être regardés un peu comme des êtres humains, qui ont des intentions, qui prennent des décisions, qui font des choses – des choses favorables ou défavorables aux humains. Quand une personne tire les cartes, si cette personne « y croit » – ce qui n'est pas toujours le cas, semble-t-il –, elle considère que le système des cartes est un milieu, qu'elle va « faire parler », pour révéler l'avenir. Nous sommes toujours un peu travaillés par la tentation de faire parler les milieux, surtout des milieux ayant des « comportements » aléatoires, à propos de choses sur lesquelles, en fait, ils ne disent rien. C'est là un phénomène fréquent, pas seulement dans les pratiques divinatoires.

CE. Il faudrait peut-être changer de terme... Je n'arrive pas trop à intégrer ce que tu viens de dire. Ça concerne la fonction de milieu. Mais le même objet peut avoir une fonction de milieu ou de média.

YC. Tu vas faire « parler » le milieu, donc tu vas le transformer en un média, qui va énoncer quelque chose. Tu vas lui faire assumer une fonction de média. Mais le message qu'il énonce, en tant que média, est indépendant de toi ; il est indépendant de ce que tu voudrais entendre comme message. Lorsque le professeur dit que 2 plus 2 égale 4, c'est là le message d'un média. Mais est-ce que le professeur fonctionne à cet égard comme un milieu ? Peut-être que oui, peut-être que non. Les élèves, en règle générale, pensent que oui. Et même, à partir d'un certain âge, le professeur est, pour l'élève, davantage un milieu que ne le sont les parents : les enfants se mettent à contester certains messages des parents. Un milieu, il faut le faire parler : la réponse du milieu, c'est au fond l'état du milieu quand on « l'interroge » en le perturbant. Mais revenons à notre dialogue : aujourd'hui, comment tu vois les choses ? Comment tu vois notamment les difficultés que tu as pu éprouver dans l'abord de la TAD ?

CE. Bon, je fais davantage confiance à cette théorie en ce sens que je sais qu'elle contient des réponses aux critiques que je peux avoir à son encontre. Plusieurs fois, j'ai été sceptique et puis j'ai trouvé des réponses qui m'ont convaincue. Par exemple si je ne comprends pas trop telle chose, si je me demande quel est son intérêt, j'imagine que cet intérêt existe. Tout cela passe un peu par la confiance. Naturellement, il y a des choses à améliorer, à éclaircir... Ce que je trouve dommage, c'est que ça reste un peu « sectaire ». Par exemple en Italie la TAD n'est pas du tout connue, alors qu'on est très proches.

YC. Oui, en fait longtemps l'apport « français », ç'a été la théorie des situations didactiques de Guy Brousseau (TSD). Or la TSD, comme d'ailleurs la TAD, c'est une théorie

difficile, tu n'y entres pas comme ça ! Beaucoup de gens qui avaient le désir de faire de la didactique des mathématiques n'ont pas étudié la TSD, non plus que la TAD aujourd'hui, parce que cela exigerait de leur part un investissement important (en temps déjà). Donc ils vont faire autre chose dont ils pensent que ça pourra leur apporter une reconnaissance, des bénéfices de natures diverses, et cela de façon beaucoup plus rapide. Ils vont notamment emprunter à des domaines connus, ayant un certain prestige culturel, derrière lesquels ils vont s'abriter – je pense entre autres à la linguistique ou à certains développements que l'on peut absorber en quelques dizaines d'heures. Ce n'est pas le cas pour la TSD ou pour la TAD.

CE. Pourquoi ce ne serait pas possible ? Il y a sans doute des efforts de diffusion à faire...

YC. Nous faisons des efforts de diffusion. Mais il n'en reste pas moins qu'il faut *étudier*. Par exemple, quelqu'un qui lirait le texte de mon séminaire de cette année – c'est deux cents pages, souvent dures à lire – pourrait apprendre beaucoup de choses. Mais qui le fait ? Il y a une difficulté de nature didactique : comment s'initie-t-on à une théorie qui est assez vaste, assez complexe ? Même si elle est très cohérente et assez formalisée, il n'en reste pas moins qu'il faut travailler beaucoup. Ça, c'est un problème, un problème que je ne sais pas résoudre actuellement, même si je tente par tous les moyens de le résoudre. Il y a là une réalité anthropologique, que certaines idéologies pédagogiques ont voulu gommer : pour apprendre, il faut s'investir fortement dans l'étude de ce que l'on souhaite apprendre. Je connais des gens qui m'ont côtoyé pendant trente ans, et qui ne m'étaient pas hostiles, au contraire, mais qui n'ont jamais rien appris de la TAD parce qu'ils n'ont jamais fait l'effort persistant qui eût été nécessaire. Ce n'est pas là une critique : c'est un simple fait, sans jugement moral.

CE. Oui, c'est un fait. Ils n'étaient pas assez motivés... Il y a mille choses. Moi par exemple je n'ai pas trop creusé parce que j'étais occupée par beaucoup de choses, la formation des professeurs, par exemple. Donc je n'ai pas trop cherché à comprendre parfois.

YC. Si nos sociétés relevaient d'une civilisation dans laquelle il est clair qu'on n'apprend pas sans des efforts spécifiques et continus, il en irait autrement en matière d'apprentissage. Il ne s'agit nullement là de « morale », mais d'une exigence *technique*. Les apprentissages « instantanés », au sens où l'on parle de « café instantané » (*instant coffee*), ça n'existe pas : l'*instant learning* n'existe pas !

CE. Oui c'est vrai, mais par exemple Costanza et moi nous avons organisé et mené à bien une formation pour les professeurs du secondaire, ce qui était un cours de vulgarisation sans doute... mais je pense que ça n'a pas été mauvais.

YC. J'ai beaucoup apprécié ce que vous avez fait ! Et même, de mon point de vue, c'est presque miraculeux de vous avoir vu faire ce que vous avez fait. J'étais très content, ça m'a beaucoup plu !

CE. Moi, je veux dire que la TAD, ça m'a convaincue finalement... J'ai mis un peu de temps pour comprendre ça. Mais j'avoue que, après cette année-là, qui était quand même intense, j'ai pas mal bossé par rapport à mes habitudes ! Maintenant, je suis convaincue que je ne peux pas éliminer ça de ma vie, comme j'ai pu le faire d'autres théories que j'ai étudiées autrefois.

YC. Merci, Clara !

Clara Errico : réflexions après coup

Quand tu m'as demandé quels sont les concepts de la TAD qui m'ont frappée, intriguée le plus, je t'ai répondu surtout du point de vue de l'enseignement des mathématiques et moins du point de vue de ma vie en général. Je t'avais dit que le paradigme du questionnement du monde a donné ordre et dignité à des conceptions qui en partie étaient déjà en moi, grâce en particulier à la collaboration avec mon ex-directrice Nicoletta Lanciano, qui conçoit toujours ses cours universitaires comme des enquêtes sur une question génératrice. J'ai parlé aussi de la distinction entre organisations mathématiques et organisations didactiques, dont j'ai pu voir l'intérêt et l'importance surtout dans ces cas où des instances souhaitent enseigner les mathématiques ou les sciences « de manière différente/nouvelle/active/etc. », comme par exemple l'association *The Science Zone*²⁴ pour laquelle nous avons fait une mini-formation en TAD en décembre 2019. Mais si je dois dire ce que j'ai le plus intégré de la TAD dans ma vie actuelle, c'est le concept de praxéologie. Cela signifie pour moi l'effort systématique de construire des praxéologies « entières », ou au moins de savoir me faire un plan d'étude pour le faire, si cela demande beaucoup de temps et d'étude. Je pense que j'ai toujours eu une certaine tendance à chercher le *logos* de mes *praxis*

²⁴ Voir THE SCIENCE ZONE, 2019.

ou de celles des autres, mais je le faisais sûrement de manière moins consciente et avec un moindre sentiment de légitimité (parce que l'on pourrait croire déranger ou être indiscret quand on demande le pourquoi aux autres, et d'ailleurs cela dérange vraiment parfois) que depuis que j'ai pu m'approprier le concept de praxéologie. Mais surtout ça a clarifié ma vision de ce qui maintenant me paraît une évidence mais ne l'était pas du tout jusqu'à il y a quelques mois : en nombre de domaines, il y a carrément amputation sociale soit de la *praxis* soit du *logos*. Je m'en suis rendu compte surtout en me posant en début de confinement la question « Comment faire pousser des légumes ? ». Je n'avais au départ que des éléments de réponse préfabriqués et non vérifiés. La question a été passionnante à étudier, tant du point de vue organoleptique que du point de vue didactique. En interrogeant des personnes qui faisaient déjà un potager, j'ai rapidement compris que, pour certains, il y avait un déni presque complet du didactique. Aux questions « Comment dois-je semer les tomates ? », « Comment récupère-t-on ses graines ? », on me répondait « Ben, tu vas là et tu sèmes dans la terre ! » ou « Tu ouvres le fruit et tu prends les graines ! », comme s'il n'y avait rien d'autre à savoir (par exemple, pour avoir la graine de la courgette, il faut attendre qu'elle ait mûri sur la plante en devenant une espèce de courge dure, chose qui étonne grandement toutes les personnes étrangères à ce métier). D'autres personnes donnaient des techniques très précises mais dépourvues de tout *logos* et d'autres encore embrayaient sur un cours de botanique hyper-générique, très intéressant sûrement mais dont j'arrivais difficilement à tirer les manières de faire les plus appropriées dans les conditions spécifiques de mon activité. Bref, je pense que ma première expérience de potager aurait été bien moins satisfaisante et instructive si je n'avais pas eu une approche me permettant de chercher les bonnes questions à poser, de déconstruire et de vérifier les réponses rencontrées sans me contenter de praxéologies amputées. Et cela peut, je pense, s'étendre à toute les autres petites recherches et études personnelles que j'ai pu conduire ces derniers temps. J'ajoute enfin que, quant aux mathématiques, j'avoue avoir parfois encore du mal à intégrer complètement la même approche. J'ai plus de mal par exemple à trouver des vraies questions en mathématiques, ou suscitant une réponse mathématique, qu'on pourrait être motivé à étudier. Je ne sais jamais trop si une question donnée est « assez intéressante » pour être étudiée par exemple par des élèves, ou pas.

COMMENTAIRES : À LA LUMIÈRE DE LA TAD

Les commentaires qui suivent, si brefs et partiels soient-ils, ont pour objet d'éclairer le lecteur quant au regard d'ensemble que l'on peut porter, du point de vue de la TAD, sur les entretiens précédents. Ces entretiens, ainsi que les réflexions qui les suivent, visent à explorer, si imparfaitement que ce soit, la formation – la « construction » – du rapport de Costanza et de Clara à un même objet, la TAD, ce qu'on peut noter, donc, $R(\text{CA}, \text{TAD})$ et $R(\text{CE}, \text{TAD})$. On pourrait étudier aussi bien la formation et l'évolution du rapport $R(x, o)$ d'une personne x à un objet o quelconque, qui pourrait être par exemple l'algèbre élémentaire, le calcul intégral ou la théorie du chaos.

Il s'agissait donc, a priori, de travailler sur un point des biographies *cognitives* de Costanza et Clara²⁵. Une biographie cognitive se construit toujours en interaction avec une biographie *didactique*, si du moins l'on donne à cette dernière épithète le sens étendu que lui assigne la TAD²⁶. De fait, la question génératrice à l'origine de chacun des deux entretiens peut se condenser ainsi : « Quand, et dans quelles circonstances, as-tu rencontré la TAD ? » Cette formulation soulève donc la question du *moment de la première rencontre* avec la TAD. On sait qu'un tel « moment » ne se réduit jamais à un unique intervalle temporel, ce que nous pouvons vérifier ici une fois encore !

D'une manière générale, ce qu'on nomme la « connaissance » d'un rapport $R(x, o)$ à un instant donné s'identifie toujours au rapport d'une certaine instance personnelle ou institutionnelle \hat{i} à ce rapport, soit à $R(\hat{i}, R(x, o))$, où \hat{i} est, bien sûr, variable. En fait la supposée connaissance de $R(x, o)$ peut s'identifier a priori au rapport de *n'importe quelle* instance \hat{i} à l'objet $R(x, o)$. Le chercheur en didactique ξ , quant à lui ou elle, construit son propre rapport $R(\xi, R(x, o))$ en interrogeant une pluralité de rapport $R(\hat{i}, R(x, o))$. Cette interrogation s'arrête lorsque le processus arrive à un point de saturation, l'interrogation par ξ de nouveaux rapports $R(\hat{i}, R(x, o))$ ne le conduisant plus à modifier son propre rapport $R(\xi, R(x, o))$. Mais cette interrogation pourra, bien entendu, être relancée lorsque du nouveau (pour ξ) surgira.

²⁵ En TAD, l'adjectif *cognitif* s'applique aux rapports (personnel ou institutionnel) à des objets et leur évolution.

²⁶ En TAD, l'adjectif *didactique* s'applique à tout système de conditions et contraintes regardé comme susceptible de modifier (restrictivement : d'une manière jugée favorable) les rapports d'instances données à des objets donnés.

Dans un tel processus, un postulat est essentiel : une instance \hat{i} , quelle qu'elle soit, ne saurait « voir » l'entièreté du rapport $R(x, o)$: seuls certains éléments de ce rapport sont spontanément *visibles* par \hat{i} , tandis que d'autres aspects lui resteront invisibles. Dans une classe dont x est un élève et où o est un objet d'étude, certains éléments de $R(x, o)$, visibles par certains camarades x', x'' , etc., de x restent invisibles au professeur y ; et réciproquement. De là que le chercheur ξ interroge une pluralité d'instances \hat{i} et même, souvent, *crée* des positions institutionnelles éphémères, propres à une recherche donnée, qu'il vient souvent occuper lui-même.

Ici, on l'a compris, ξ – à savoir l'auteur de ces lignes – interroge des rapports de la forme $R(x, R(x, o))$, soit le rapport de x à son rapport $R(x, o)$. Ce geste va contre une illusion institutionnelle fréquente, notamment dans les institutions d'enseignement, qui portera par exemple tel professeur y à faire comme si un tel rapport *n'existait pas* et ne saurait donc nous instruire sur le rapport $R(x, o)$ lui-même et son élaboration. En outre, ici toujours, ξ s'efforce seulement d'explorer cette partie de $R(x, R(x, o))$ qui consiste en ce que x peut lui *dire* de (la formation de) $R(x, o)$ au cours d'un dialogue avec ξ , c'est-à-dire dans un effort d'anamnèse, de ressouvenir qui tente de lever l'amnésie, l'oubli que le passage du temps installe en nous si vite²⁷. Sans doute, ce qui devient ainsi visible par ξ du rapport de x à $R(x, o)$, et donc de $R(x, o)$ lui-même, dépend-il non seulement de l'objet exploré mais encore de x , de ξ et de la relation dialogique qui s'établit passagèrement entre eux. Mais du moins peut-on y voir pointer certains éléments saillants, qui semblent transcender les circonstances toujours particulières de leur énonciation. C'est ce risque-là que nous prenons ici, en sachant fort bien qu'il n'est jamais, là-contre, de garantie absolue.

Le premier de ces faits saillants est peut-être celui-ci. La rencontre avec l'objet TAD, pour ce qui concerne Costanza et Clara, n'a été permise que par une succession d'événements parfois aléatoires liés à leurs pérégrinations estudiantines. Le problème clé de la didactique peut être énoncé naïvement ainsi : « Comment apprend-on, et dans quelles circonstances ? » Mais il est un problème plus mystérieux encore, qui se laisse dire en ces termes : « Comment *n'apprend-on pas*, et dans quelles circonstances ? » Plus concrètement : « Comment se fait-il que vous n'avez jamais entendu parler de ceci ou de cela ? » Costanza et Clara n'avaient, hier

²⁷ Je tiens à cet égard à remercier Costanza et Clara d'avoir accepté de se livrer à de tels efforts anamnétiques alors même que, très classiquement, leurs débuts en TAD moins de deux ans auparavant leur semblaient désormais très lointains.

encore, aucune chance de rencontrer la TAD en restant à Rome. Aucune non plus, hélas, en séjournant à Londres ou à Lisbonne. Finalement, pour l'une puis pour l'autre, il y eut Marseille, qui est forcément un choix second, culturellement s'entend : car qui ne voudrait plutôt être étudiant à Paris ? À Marseille, encore fallait-il dénicher l'institution idoine – le parcours en didactique des mathématiques du master de mathématiques. Nombre de lieux – à Marseille comme ailleurs – où l'on prétend avoir rapport à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ignorent, ce n'est rien de le dire, la TAD et même, plus largement, la didactique des mathématiques. En vérité, ils ignorent souvent toute théorisation de recherche en la matière, prétendant opérer à mains nues, sans autre secours que le génie mathématique qui, possiblement, les habitent. Le problème, c'est que les mathématiques comme « fait social total » ne sauraient se comprendre à l'aide *seulement* d'outils mathématiques, qu'il faut d'ailleurs choisir (ou, parfois, construire expressément) selon des critères spécifiques, qui correspondent très incomplètement à tel ou tel domaine, bien étudié, de l'univers mathématique.

Dans le cas qui nous occupe, le signifiant clé, celui qui va permettre l'accès à la TAD, précisément, c'est l'étiquette « didactique des mathématiques », ou plutôt « master en didactique des mathématiques »²⁸. Cette clé, au vrai, n'ouvre pas tout uniment sur la TAD. Car, faute qu'on le connaisse à l'avance – et comment le connaîtrait-on ? –, cet objet, au début, est mal identifiable, mêlé à d'autres dont longtemps on ne sait trop dire s'ils relèvent de la TAD ou non, s'ils sont compatibles avec elle ou sont a priori incompatibles, ou du moins sont regardés, par qui les enseigne comme sans affinité évidente avec elle. Il y a là, après l'impasse de l'objet *absent*, une source de souffrances cognitives indéniables et d'apparents aléas didactiques. La TAD, c'est alors un peu le furet de la chanson enfantine²⁹, qu'on a cru voir passer par ici, et qui, espère-t-on, repassera par là, avant de conclure sur une incertitude exaspérante : « Devinez s'il est ici... Le furet est bien caché... Pourras-tu le retrouver ? »

Il est frappant que, dans les deux cas suivis ici, l'événement décisif, le *kairos*, soit la rencontre avec un texte³⁰ provoquée par l'enseignant dans un certain contexte institutionnel – celui, au fond, d'un groupe d'études. Mais cette percée qui change le cours des choses ne résout pas tout. Car toujours le passé insiste. Chacun de nous est, si l'on peut dire, dans ses

²⁸ Officiellement, il s'agit du « Parcours didactique du Master Mathématiques et Applications » de l'université d'Aix-Marseille.

²⁹ Voir *IL COURT, IL COURT, LE FURET*, 2019.

³⁰ Qui n'est pas le même pour l'une et l'autre, on l'aura noté.

comportements, l'expression de son équipement praxéologique et cognitif, fruit lui-même de ses assujettissements institutionnels passés et présents : nous ne nous appartenons pas complètement et devons donc constamment lutter pour reconquérir notre liberté cognitive et praxéologique en cherchant à venir occuper des positions institutionnelles nouvelles, génératrices de contre-assujettissements supposés émancipateurs. Or ce travail de reconquête se heurte, bien entendu, aux assujettissements installés en nous parfois de longue date.

Un mot revient significativement dans le propos de Costanza et de Clara : le participe passé *convaincue*. J'étais (ou je n'étais pas) convaincue, notent-elles à plusieurs reprises. Cela appelle ici un commentaire *général*. Lorsqu'un professeur de mathématiques enseigne à ses élèves l'identité $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$, par exemple, un élève peut dire qu'il ne la comprend pas, ou peut se montrer indifférent ou rigolard à son endroit, peut douter de son intérêt, etc. Mais il est sans doute rarissime que l'un d'eux se dise « non convaincu » par l'exposé du professeur³¹. Cela s'explique essentiellement par deux conditions. D'une part, les élèves ont été, au fil de plusieurs années, accoutumés au « style » praxéologique des mathématiques enseignées, avec leur vocabulaire normé, leurs notations, leur formalisme, leurs démonstrations, leurs calculs algébriques, etc. D'autre part, ces élèves ne sont pas à l'avance assujettis à d'autres manières de regarder le calcul de l'expression $(a + b)^2$: ils ne sont pas familiers d'un résultat autre que celui qu'apporte le professeur. Il est pourtant facile d'imaginer une situation contraire. Supposons de jeunes personnes peu instruites (mathématiquement, en particulier) reprenant des études « générales » (et donc, notamment, des études mathématiques) et découvrant alors, étonnées, déroutées même, voire scandalisées, le style praxéologique des mathématiques que l'on prétend alors leur enseigner. Mais supposons-les en outre assujetties à un même métier qui les a habituées à utiliser, sans autre justification que l'autorité propre du métier, une égalité approchée, satisfaisante dans leur pratique usuelle, où $a = A$ est beaucoup plus grand que b ($A \gg b$), à savoir l'approximation $(A + b)^2 \approx A^2 + 2Ab$. (Ils obtiendront ainsi, par exemple $12,1^2 \approx 146,4$ au lieu de $12,1^2 = 146,41$.) Devant l'identité proposée, leur première réaction sera, tout à la fois, de décrier

³¹ Bien entendu, il y a des exceptions. Ainsi, dans sa biographie d'Alan Turing (1912-1954), Andrew Hodges cite-t-il un propos du jeune Alan (1912-1954) à son frère aîné John (1908-1983) concernant M. Blenkins, son professeur de mathématiques à l'école de Hazelhurst (où Alan séjourna entre 1922 et 1926), propos qui montre que M. Blenkins n'avait pas vraiment réussi à le « convaincre » (HODGES, 1983, p. 11) : « Mr Blenkins initiated his class into elementary algebra, and Alan reported to John, 'He gave a *quite false impression* of what is meant by x '. » Il est vrai que, dès cette époque, Alan était regardé par certains de ses professeurs comme *a genius*.

l'enseignement nouvellement reçu et de défendre leur métier en défendant l'égalité approchée susdite ! Telle est souvent notre attitude commune face à une réalité culturelle nouvelle pour nous, qui nous apparaît difficile à appréhender et nous semble pour cela bien inutilement compliquée et, qui plus est, pour ce qu'on en comprend d'abord, qui propose des réponses déconcertantes à des questions que nous pensions réglées depuis longtemps !

Quid alors de la TAD ? Tout nouveau venu à la TAD se heurte à des difficultés du type évoqué ici. Tout d'abord, la TAD est une théorie dont l'architecture conceptuelle se veut rigoureuse, méticuleuse même, et qui, pour cette raison, s'efforce notamment de définir minutieusement son objet – *le didactique* – tout en acceptant humblement les inévitables à-peu-près consubstantiels à tout effort de création scientifique. Ce mélange de hardiesse et d'imperfection peut dérouter qui a l'expérience de la science déjà faite, sûre de soi, mais ignore, par l'effet peut-être d'une certaine méséducation systémique, la science qui tente de se faire. En outre, on l'a vu, le travail théorique propre à la TAD use de formalismes d'allure logico-mathématique qui, aujourd'hui encore, peuvent intriguer même un lecteur frotté aux mathématiques ! Plus généralement, les exigences tout à la fois conceptuelles et formelles de la TAD peuvent apparaître à quelques-uns étonnantes dans le monde bigarré de l'éducation où prospère la croyance inanalysée que les questions d'éducation seraient toujours susceptibles de réponses simples, « naturelles », sans apprêt, à la portée de tous. Mais il y a plus, en vérité, que ce seul précepte non critiqué. Pour toute question Q , en effet, le « monde éducatif » regorge souvent – il en est même parfois saturé – de réponses R^\diamond à Q qui émanent d'une variété d'institutions, y compris de théories qui semblent n'avoir pas moins de titre que la TAD à être entendues. Que croire ?

Comment Costanza et Clara ont-elles déjoué ces embûches ? La réponse qu'apporte à cet égard leur témoignage est remarquable et précieuse. Elles ont *volens nolens* adopté le point de vue fondateur de toute science : une théorie scientifique est là *pour expliquer des phénomènes*³². Mais quels phénomènes ont-elles donc considéré en priorité ? Ceux qu'elles connaissaient alors le mieux : des phénomènes didactiques *personnellement vécus*, par exemple, pour l'une, ses études mathématiques examinées dans leur diversité institutionnelle, pour l'autre, à côté de ses études même, son apprentissage des travaux... potagers ! Autrement dit, loin de rester bien proprement à *l'extérieur* des phénomènes que la TAD peut

³² Sur ce point essentiel, voir RUSSO, 2020, en particulier chapitre 9 (pp. 143-155).

expliquer, elles s'y sont plongées en première personne pour trouver une explication *de leur propre vécu*. Très heureusement, cela a sans doute coupé court aux tergiversations spéculatives sans principe qui, souvent, nous retiennent sur le seuil de connaissances nouvelles.

Tout cela peut être généralisé pour fournir, à toute personne x qui, sinon, ferait indéfiniment antichambre sur le seuil de la TAD ou de quelque théorie \mathcal{T} , un principe technologique libérateur : x doit s'efforcer d'apporter réponse à la question $Q_{\mathcal{T}\wedge\Phi}$ relative à la manière d'user de la théorie \mathcal{T} pour expliquer des phénomènes Φ à ses yeux significatifs, voire *importants*, en recherchant pour cela, le cas échéant, l'aide d'une personne y supposée plus éclairée. Avec x , yet $Q_{\mathcal{T}\wedge\Phi}$, nous avons les composantes d'un système didactique, $S(x, y, Q_{\mathcal{T}\wedge\Phi})$, où la théorie \mathcal{T} , jusqu'alors peut-être un peu irréaliste pour x , sera effectivement engagée et mise à l'épreuve, concrètement, comme cadre et outil d'étude. Tel est bien, semble-t-il, le seul critère qui vaille.

POUR CONCLURE

Le programme de recherche auquel cette étude apporte une modeste contribution part d'un fait : il y a la TAD, et il y a des personnes et des institutions qui s'efforcent de l'apprendre et de l'enseigner. Comme il en va dans tout le continent didactique, c'est à bon droit que l'on peut vouloir développer alors une *didactique de la TAD*, afin de mieux comprendre ces efforts, ce qui réduit ou augmente leurs effets sur la relation à la TAD qu'ils façonnent, et, bien sûr, afin de pouvoir mieux outiller les efforts futurs.

Cette remarque s'applique, en vérité, à la « didactique de \mathcal{O} », quel que soit l'ensemble d'œuvres \mathcal{O} considéré – et il en va ainsi, bien entendu, lorsque \mathcal{O} est un ensemble d'objets mathématiques. De la contribution à la didactique de la TAD que nous concluons ici, un aspect nous semble mériter d'être mis en avant. Les didacticiens savent bien que le stéréotype du professeur y qui « sait » \mathcal{O} et de l'élève x qui n'en sait rien travestit la réalité didactique. Du point de vue de la TAD, pour chaque œuvre $\sigma \in \mathcal{O}$, x et y ont un rapport à σ . Souvent, certes, on a, au départ, $R(x, \sigma) = \emptyset$, tandis que $R(y, \sigma) \neq \emptyset$. Mais, à chaque instant, pour que x apprenne un peu mieux l'œuvre σ , pour que son rapport à elle, tel qu'il est en train de se construire, se rapproche du rapport « idéal » visé, x doit s'appuyer, *volens nolens*, et quand

bien même il s'agirait de le déconstruire partiellement, sur son rapport actuel $R(x, \sigma)$. De la même façon, pour que y aide x à apprendre σ , il doit s'appuyer sur son rapport actuel $R(y, \sigma)$, qu'il doit ne jamais cesser de remanier autant qu'il est utile : on n'a jamais fini d'apprendre une œuvre « donnée », qui n'est jamais donnée que partiellement ! Pour apprendre des mathématiques, ainsi, l'outil pionnier, ce sont des mathématiques, qu'on n'a jamais fini d'apprendre, dès lors que changent les conditions et contraintes de leur usage. De la même façon, pour apprendre de la TAD, l'outil récurrent, c'est la TAD elle-même. Qui étudie la TAD(ou toute œuvre σ qu'on voudra) ne part jamais de rien : il en a entendu parler, il a même des idées là-dessus, fussent-elles « fausses ». L'enseignant y lui-même a des idées et des façons de faire qu'il doit constamment observer, afin de pouvoir les retoucher, les corriger, les approfondir et en augmenter l'idoneité didactique. Tel est, croyons-nous, plus qu'en d'autres domaines, l'un des échos que renvoie aujourd'hui toute contribution à la didactique de la TAD, parce que, contre l'évidence trompeuse d'œuvres trop anciennement créées et enseignées, il est clair que rien n'y est encore tout à fait coulé dans le marbre et qu'il nous faut donc constamment être dans un état d'alerte praxéologique.

RÉFÉRENCES

CHEVALLARD, Y. Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. In : MAURY, S & CAILLOT, M. (Org.). **Rapport au savoir et didactiques**, Paris : Fabert, 2003, p. 81-104. Disponible à : http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=62

CHEVALLARD, Y. Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. In : RUIZ-HIGUERAS, L. ESTEPA, A. & JAVIER GARCÍA, F. (Org.). **Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica**. Universidad de Jaén, 2007. p. 705-746. Disponible à : http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=134

COMMUNAUTÉ EUROPÉENNE. **Guide d'utilisation ECTS**. Luxembourg : Office des publications officielles des Communautés européennes, 2009. Disponible à : http://www.agence-erasmus.fr/docs/guide_fr.pdf.

ERASMUS. In : WIKIPÉDIA L'encyclopédie libre, 2020. Disponible à : <https://fr.wikipedia.org/wiki/Erasmus>

HODGES, A. **Alan Turing The Enigma of Intelligence**. Londres : Unwin Hyman, 1983.

IL COURT, IL COURT, LE FURET. In : WIKIPÉDIA L'encyclopédie libre, 2019. Disponible à : https://fr.wikipedia.org/wiki/Il_court,_il_court,_le_furet

IREM D'AIX-MARSEILLE. **Stages Hippocampe à l'IREM d'Aix-Marseille, 2019**. Disponible à : <https://hippocampe.irem.univ-mrs.fr/>

LICEOMATEMATICO. **Benvenuto su Liceo Matematico. Scopri in cosa consiste**, 2020. Disponible à <https://www.liceomatematico.it/>

PAPAPANAGIOTOU, E. **3-bit Hydro-pneumatic Adder**, 25 avr. 2014. 1 vidéo (12 min). Disponible à <https://www.youtube.com/watch?v=6qP9HfUOCN4&app=desktop>

RUSSO, L. **Notre culture scientifique. Le monde antique en héritage**. Paris : Les Belles Lettres, 2020.

TABERLET, N.; MARSAL, Q. ; FERRAND, J. ; PLIHON, N. Hydraulic logic gates: building a digital water computer. **European Journal of Physics**, v. 39, n. 2, 2018. Disponible à : https://www.researchgate.net/publication/320838391_Hydraulic_logic_gates_Building_a_digital_water_computer

THE SCIENCE ZONE. **Chi siamo**, 2019. Disponible à : <https://thesciencezoneblog.wordpress.com/info/>