

ANÁLISE DA APLICAÇÃO E DESENVOLVIMENTO DE TESTES CONCEITUAIS PARA A METODOLOGIA 4E'S EM CÁLCULO

Altieres Bomfim Ribeiro

Aluno de Graduação em Engenharia Química da Universidade de São Paulo. E-mail: altieres.ribeiro@usp.br.

Roberta Veloso Garcia

Professora Doutora da Escola de Engenharia de Lorena da Universidade de São Paulo. E-mail: robertagarcia@usp.br.

Estaner Claro Romão

Professor Associado da Escola de Engenharia de Lorena da Universidade de São Paulo. E-mail: estaner23@usp.br.

Resumo: A 4E's é uma metodologia ativa de aprendizagem que foi desenvolvida considerando a dificuldade de aprendizagem na disciplina de Cálculo e construída com a proposta de tornar o processo de aprendizagem do Cálculo mais ativo, de forma que o aluno possa ser o “construtor” do aprendizado, uma vez que irá trabalhar os conteúdos durante toda a aula. Parte fundamental da dinâmica da 4E's é pautada pela aplicação de Testes Conceituais durante as aulas. A aplicação de Testes Conceituais faz com que os alunos se mantenham ativos durante toda a aula, além de possibilitar ao professor ter noção do nível de entendimento da turma sobre o assunto de maneira ágil, podendo se adaptar de acordo com a circunstância. Aplicou-se a 4E's num primeiro momento em turmas de Cálculo II. A partir desta primeira aplicação, foi possível observar erros e acertos, que por sua vez corroboram para o aperfeiçoamento da metodologia. Esta obra discute a estruturação dos Testes Conceituais, material base necessário para aplicação da 4E's, considerando para tal, os resultados obtidos na primeira aplicação em turmas de Cálculo II.

Palavras chave: Metodologias Ativas, Cálculo, Testes Conceituais.

APPLICATION ANALYSIS AND DEVELOPMENT OF CONCEPTUAL TESTS FOR THE 4E'S METHODOLOGY IN CALCULUS

Abstract: 4E's is an active learning methodology that was developed considering the learning difficulty in the subject of Calculus and built with the proposal to make the learning process of Calculus more active, so that the student can be the “builder” of learning, since it will work the contents throughout the class. A fundamental part of 4E's dynamics is guided by the application of Conceptual Tests during classes. The application of Conceptual Tests makes students remain active throughout the class, in addition to enabling the teacher to get a sense of the level of understanding of the class on the subject in an agile way, being able to adapt according to the circumstance. It was applied to 4E's at first in Calculus II classes. From this first application, it was possible to observe errors and successes, which in turn corroborate for the improvement of

the methodology. This work discusses the structuring of Conceptual Tests, the basic material necessary for the application of 4E's, considering for this purpose, the results obtained in the first application in classes of Calculus II.

Keywords: Active Methodologies, Calculus, Conceptual Tests.

INTRODUÇÃO

A disciplina de Cálculo I é conhecida por ser um grande desafio para quem inicia uma graduação na área de exatas, ou mesmo aquelas que não são necessariamente desta área, mas que em algum momento do curso necessitam cursá-la. Na Escola de Engenharia de Lorena da Universidade de São Paulo (EEL-USP), além do alto índice de reprovação na disciplina ser algo comum, criou-se um estigma ao redor do Cálculo I, que é tido como o grande desafio que representa a separação entre o ensino básico e a graduação.

Identificando as principais dificuldades no contexto do ensino de Cálculo I, buscou-se na literatura possíveis caminhos para se construir uma solução. Um dos possíveis caminhos encontrados é através de Metodologias Ativas de Aprendizado, um dos temas que está amplamente em discussão na academia dentro do contexto de ensino do Cálculo. Buscando apresentar uma alternativa na melhoria do ensino de Cálculo I, apresenta-se aqui uma pesquisa que destaca três metodologias: *ThinkPairShare* (TPS); *PeerInstruction* (PI) e a *Problem Based Learning* (PBL). Afim de mapear as necessidades locais, inicialmente disponibilizou-se um questionário online para os alunos da EEL-USP no qual os alunos expressaram suas principais dificuldades e sugestões de melhoria para o ensino do Cálculo na universidade.

Unindo as principais necessidades no ensino de Cálculo com alguns mecanismos das principais metodologias ativas de aprendizagem, apresentamos a metodologia 4E's. O nome vem das quatro etapas que compõem a metodologia: Estimular, Explicar, Exercitar e Experienciar. A 4E's é uma proposta recente e precisa de muitos testes práticos para se aperfeiçoar, bem como uma estrutura para aplicação como materiais e exemplos para cada etapa. Dentre os materiais necessários para a aplicação da 4E's, destacam-se os Testes

Conceituais aplicados na Etapa 2. Neste trabalho discute-se o processo de desenvolvimento e aprimoramento destes Testes Conceituais.

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral possui altos índices de reprovação, e este não é um problema atual. Barufi (1999) destaca em sua pesquisa que entre os anos de 1990 e 1995, os índices de reprovação da disciplina na escola politécnica da Universidade de São Paulo (USP) chegaram até 79%. Rezende (2003) nos mostra uma situação parecida na Universidade Federal Fluminense, no qual os índices de reprovação variaram entre 45% e 95% nos anos de 1996 a 2000. Recentemente, nos anos de 2016 e 2017 no campus Cuité da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), os índices de reprovação por nota atingiram até 63,3% (NASCIMENTO et. al, 2018).

Dentro deste contexto, este trabalho busca discutir métodos que tornem o ensino da disciplina de Cálculo mais significativo para o aluno e, conseqüentemente, diminuam as taxas de reprovações a partir da evolução na aprendizagem dos alunos nesta disciplina.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Como já citado anteriormente, a 4E's é uma composição de metodologias ativas de aprendizagem: TPS (ThinkPairShare), PI (PeerInstruction) e PBL (ProblemBased Learning). Para entender como a 4E's funciona, faz-se necessário entender as metodologias que a compõem.

ThinkPairShare (TPS)

Como explicado por Reis (2017), a TPS nasceu de uma situação comum na sala de aula, na qual ao terminar de explicar uma fração do conteúdo, o professor faz uma pergunta para sala. Neste momento, os alunos olham confusos uns para os outros e o silêncio se impõe na classe, algumas vezes até, este silêncio é interrompido por murmúrios de alguns alunos comentando

uns com os outros, mas ainda assim, nenhum deles se sente à vontade de responder a questão colocada.

De maneira sucinta, a proposta da TPS é que, para haver uma interação, os alunos precisam de tempo para pensar na pergunta e também para discutir com um colega. Através dessa discussão o aluno pode confirmar com o colega se ambos entenderam sobre o que a pergunta se trata de fato, expõem suas perspectivas, ouçam perspectivas diferentes das suas e, nesse processo, possam amadurecer o seu raciocínio, para que enfim possam compartilhar com a classe.

PeerInstruction (PI)

API resume-se na seguinte dinâmica: Após fazer uma explicação sobre uma certa parcela do conteúdo que se pretende tratar em aula, o professor aplica um Teste Conceitual (TC) sobre este mesmo assunto. Normalmente trata-se de uma pergunta de múltipla escolha que possui complexidade suficiente para que os alunos cheguem em uma resposta em poucos minutos (de 3 a 5 minutos). O TC é aplicado em alguma plataforma online, por exemplo os formulários Google, de maneira que a medida que os alunos respondem o TC, o professor tem acesso de maneira instantânea as respostas dos alunos, e assim possa verificar rapidamente qual foi a parcela de acertos e erros. Se a porcentagem de acerto for menor que 30%, o professor deve revisar todo conteúdo novamente e aplicar um TC correspondente ao mesmo tema. Se a taxa de acerto for superior a 70%, o professor faz uma revisão desta vez bem mais breve e focada nos erros que a menor parcela da classe cometeu.

Dependendo de como o professor interpretar o nível de entendimento dos alunos neste momento, pode-se passar para um próximo tópico da aula ou aplicar um segundo TC relacionado ao mesmo tema. No entanto, se a taxa de acertos se encontrar entre 30% e 70%, os alunos devem se juntar em duplas para discutir o problema em questão, para só então responder novamente. Esta faixa de acerto é onde acontece o maior ganho da PI, pois os alunos vão trocar experiências e visões sobre um problema desafiador, para só então votar novamente e ouvir os comentários do professor com relação a interpretação do problema.

Após a discussão dos pares de alunos, o professor dependendo do nível de acerto pode revisar rapidamente e passar para um próximo tópico, ou aplicar um segundo TC do mesmo assunto, ou ainda fazer uma revisão mais rigorosa do conteúdo explicado e aplicar novamente um TC relacionado a este conteúdo, passando para o próximo tópico quando julgar que o nível de entendimento da classe foi satisfatório (pelo menos, acima de 70%) (MÜLLER, 2013).

Problem Based Learning (PBL)

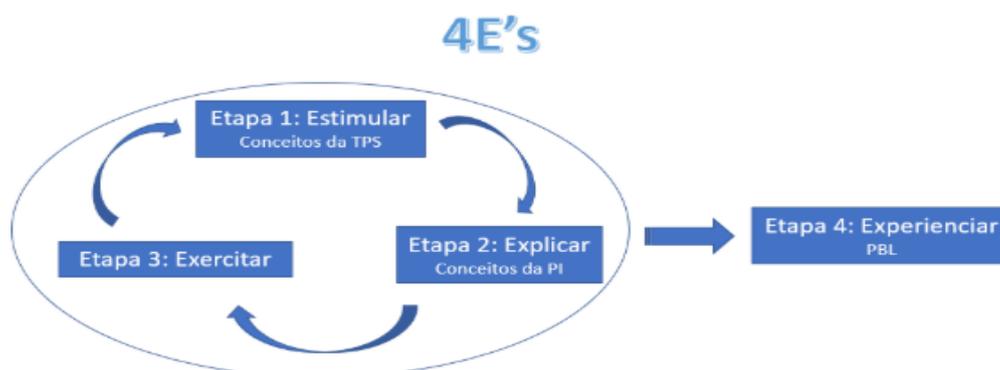
Das três metodologias aqui citadas, a PBL é provavelmente a mais recorrente quando se trata de metodologias ativas de aprendizagem. Destacando-se por um forte caráter interdisciplinar, a presença de *softskills* como trabalho em grupo e liderança, a PBL se caracteriza acima de tudo por propor conexões entre o conteúdo tratado em sala de aula e situações vividas por um profissional da profissão pretendida pelos alunos. A PBL é uma metodologia que consiste basicamente em dispor os alunos em equipes e desafiá-los com uma situação problema, normalmente algo que envolva a futura profissão daqueles estudantes. Para resolver essa situação problema, os alunos deverão aplicar conceitos aprendidos em sala de aula, desta forma pondo-os em prática. Esta dinâmica permite que a PBL aproxime a teoria e a prática, bem como torna o aprendizado mais próximo da profissão. Os alunos são responsáveis pelo processo de pesquisa para entender os pormenores da situação problema proposta. O professor tem papel de auxiliar os alunos a tecer conexões entre o que foi tratado em sala de aula, com o que foi descoberto pela pesquisa dos estudantes (RIBEIRO, 2008).

A Metodologia 4E's

Para explicar a 4E's será utilizado como exemplo a ementa de Cálculo I exigida na EEL, em que o conteúdo está dividido em três grandes blocos: Funções, Limites e Derivadas. Cada um desses blocos está subdividido em tópicos. Esta subdivisão faz-se importante, pois as três primeiras etapas da 4E's serão aplicadas para cada um dos tópicos até que se encerre um bloco

inteiro e, só então a Etapa 4 pode ser aplicada, consolidando todo este bloco de conhecimento. A Figura 1 ilustra o ciclo de etapas que compõem a 4E's.

Figura 1. Metodologia 4E's.



Fonte: Traduzido de: Ribeiro et al. (2019).

Durante as aulas é desejável que os alunos estejam dispostos em duplas para que possam discutir entre si sobre o tópico abordado. As duplas devem ser trocadas todas as aulas, de maneira com que cada aluno forme dupla com vários outros durante o semestre, tendo assim contato com diversas perspectivas diferentes de entendimento do conteúdo (RIBEIRO et. al, 2019). A seguir são apresentadas as quatro etapas que estruturam a 4Es.

Etapa 1 - Estimular

A Etapa 1 tem o objetivo de estimular o aluno, deixa-lo curioso e atento com relação ao que está sendo apresentado. Seguindo o princípio da TPS, neste momento um questionamento é colocado para os alunos, dando tempo para que eles reflitam sobre a questão e discutam com seus pares. A questão levantada pelo professor deve envolver algum fenômeno real em que os conceitos que serão abordados na aula se apliquem, evitando que para a resposta sejam necessários cálculos sofisticados ou qualquer outro aspecto muito técnico. Não se espera neste momento resultados numéricos e sim levantamento de possíveis respostas.

Etapa 2 - Explicar

O professor, neste momento, deverá focar em explicar os conceitos e mostrar alguns exemplos simples afim de facilitar o entendimento dos alunos. Nesta etapa, os alunos não assistirão somente a aula, pelo contrário, elestrarão o conteúdo que está sendo abordado por meio dos Testes Conceituais (TCs) presentes na *Peer Instructions*.

Com uma dinâmica parecida com o que acontece na PI, a cada conteúdo explicado o professor propõe um TC em alguma plataforma online. Neste momento, as duplas de alunos têm em torno de 3 minutos para chegar em um consenso e votar em uma alternativa que julgarem correta. O professor terá acesso instantaneamente aos resultados da turma, podendo tomar sua decisão de maneira similar a PI: Se menos de 30% dos alunos acertarem, o professor deverá propor uma revisão mais rigorosa do tópico e aplicar um TC diferente, mas do mesmo assunto; Se houver mais de 70% de acertos, o professor poderá fazer uma revisão dirigida ao raciocínio exigido no TC e pontuar os principais erros de acordo com a estatística de erro da turma; Se a taxa de acerto ficar entre 30% e 70%, aplica-se uma revisão relacionada aos principais erros, abrindo a discussão para a sala caso alguns dos alunos queiram pontuar algo. Após a revisão, aplica-se um segundo TC do mesmo assunto, passando para o próximo tópico da explicação após obter uma taxa de acerto superior a 70%. Outra característica desta dinâmica é que, por meio da repetição de exercícios em algumas ocasiões, até mesmo o aluno que não está atentopoderá compreender o conteúdo, já que irá fazer mais de um exercício do mesmo assunto em um curto intervalo de tempo.

Ao terminar a explicação do tópico e a aplicação dos TCs, faz-se necessário retomar com os alunos o questionamento proposto na Etapa 1. Agora que os alunos entendem o conceito, é possível analisar a situação anteriormente proposta, levando em conta o conhecimento adquirido. É interessante frisar os pontos da teoria que explicam o fenômeno anteriormente comentado, além de relembrar as respostas de alguns alunos, afim de relacionar o conteúdo com o raciocínio proposto pelos estudantes.

Etapa 3 – Exercitar

Com o entendimento da teoria, é hora de exercitá-la. É interessante poupar a Etapa 2 de exercícios ou exemplos muito complexos, e colocá-los neste momento da aula, resolvendo-os junto com os alunos. Esta etapa também deve ser utilizada para resolver exercícios com nível similar ao dos exigidos nas avaliações.

Etapa 4 – Experienciar

Após terminar todo um bloco de conteúdos da disciplina, há a opção de propor um problema baseado em uma situação real, que envolva todos os conceitos vistos até o momento, afim de fazer com que os alunos experienciem esta situação e utilizem os novos conhecimentos para construir uma solução, assim como é sugerido no PBL. Para isso, os alunos se reunirão em equipes e receberão um problema, que pode ser baseado na sua profissão futura ou algum outro tema que possa ser interessante, desde que se trate de uma situação real ou que se aproxime ao máximo da realidade dos alunos (RIBEIRO et. al, 2019).

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Dado os altos índices de reprovação na disciplina de Cálculo I, decidiu-se investigar como este problema se manifesta na EEL-USP. Para tal, desenvolveu-se um questionário direcionado aos alunos, com o objetivo de identificar suas impressões e críticas sobre a disciplina. A seguir, pesquisou-se na literatura métodos para lidar com este problema, e foi constatado que as metodologias ativas de aprendizagem poderiam ser uma alternativa eficiente. Após estudar as principais metodologias, foi desenvolvido uma combinação entre elas com o intuito de suprir as necessidades levantadas pelos alunos no questionário, esta é a 4E's. No segundo semestre de 2019 a 4E's foi aplicada em turmas de Cálculo II no intuito de identificar as mudanças na dinâmica da aula. Neste momento ficou claro que um dos fatores que mais

influenciaram nessa mudança de dinâmica, é a aplicação de Testes Conceituais na Etapa 2. Buscou-se então, a partir do que foi aprendido nesta primeira experiência, aprimorar o desenvolvimento destes TCs, afim de aumentar a eficiência da 4E's.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Antes de apresentar algumas propostas de Testes Conceituais e como eles podem ser criados, serão mostrados os resultados de uma aplicação destes testes em duas turmas da disciplina de Cálculo II no segundo semestre de 2019. Esta aplicação tem o intuito de ilustrar as mudanças na dinâmica da aula e os principais resultados observados com relação ao comportamento dos alunos e, por isso, somente as etapas 1, 2 e 3 da 4E's serão abordadas neste trabalho.

Aplicação de TCs em Cálculo II

Os TCs são abordados na Etapa 2 da metodologia 4E's e tem como principal objetivo trabalhar os principais conceitos abordados durante a aula, de forma a fornecer ao professor um feedback rápido do nível de entendimento dos alunos sobre o assunto. Neste trabalho serão apresentados os resultados da aplicação destes testes em dois tópicos específicos do conteúdo sobre Funções Reais de Variáveis Reais, são eles: Derivada Direcional e Vetor Gradiente.

A aula sobre Derivadas Direcionais e Vetor Gradiente foi iniciada com a Etapa 1 da 4E's. Nesta ocasião, os alunos foram expostos a uma pergunta que envolvia situações que poderiam ser explicadas pelos conceitos que estes estavam prestes a aprender. Por exemplo, na aula sobre Derivadas Direcionais perguntou-se: Como poderemos saber como a temperatura varia quando percorremos trajetórias diferentes sobre uma determinada região do país? Na aula sobre Vetor Gradiente foi levantada a questão: Em qual direção um esquiador sobre uma montanha deverá apontar seu esqui para que ele obtenha a maior velocidade? (Adaptado de

Anton, 2007b). Notou-se neste momento que a participação dos alunos foi mais intensa que o normal. Toda vez que a professora colocava um questionamento para a classe, era perceptível a mudança de comportamento dos alunos, que viravam para seu colega de dupla e começavam a discutir. O volume de conversa aumentou na sala indicando a discussão entre os pares, este que de fato é um fator relevante pois na grande maioria das aulas da EEL (não só de Cálculo, mas de todas as disciplinas) a ausência de participação em sala de aula é preponderante.

Sendo assim, esta proposta fundamenta-se na ideia de que, uma vez que uma situação real é mostrada para os alunos, estes terão sua própria lógica (fora do âmbito do Cálculo) para explicar tal fenômeno. Esta lógica intrínseca e empírica, deve ter seu espaço neste momento da aula, para que após esta etapa, os alunos entendam os conceitos e possam olhar para a situação novamente com outros olhos, fazendo com que a perspectiva do Cálculo componha ou até mesmo confronte a perspectiva do estudante sobre aquela mesma situação, criando-se assim a conexão entre o novo conhecimento e os conhecimentos já previamente estabelecidos.

Após este primeiro momento tem início a Etapa 2 da 4E's, sendo composta pelos Testes Conceituais baseados, principalmente, nos principais erros cometidos pelos alunos nos tópicos abordados. Um exemplo disso é que para calcular uma derivada direcional, o vetor que fornece a direção a esta derivada deve ser unitário. Este é um detalhe que muitas vezes é esquecido pelos alunos, e que foi abordado no seguinte TC:

TC1: Obter a derivada direcional de $f(x, y) = x^3 - 4x^2y + y^2$ no ponto $(0, -1)$ na direção e sentido do vetor $\mathbf{u} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$.

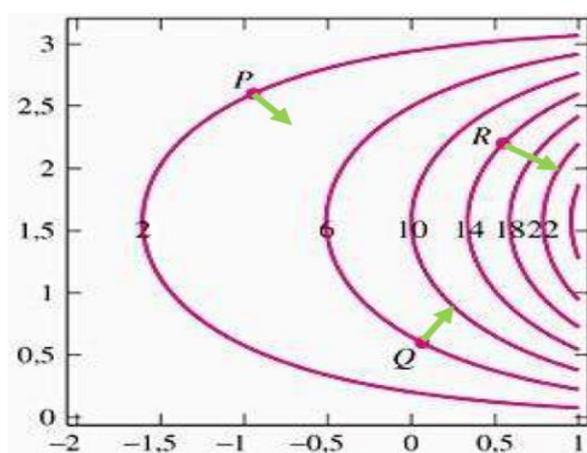
- a) -10 b) -8 c) 3 **d) -1,6** e) 0

Nesta questão a alternativa correta é destacada em vermelho, entretanto caso o aluno não deixe o vetor indicado na forma unitária, este chegará na resposta -8 (alternativa b). Esta é uma estratégia essencial para a aplicação de TCs, antever possíveis erros de maneira que o professor possa saber qual erro foi cometido a partir da resposta escolhida pelos alunos, e desta focalizar uma revisão em um aspecto específico.

Outra estratégia utilizada, foi utilizar de elementos gráficos para verificar se os alunos tinham compreendido o conceito explicado. Com relação ao conteúdo de Vetor Gradiente foi apresentado o seguinte TC:

TC2: Considere os vetores gradientes nos pontos P, Q e R (vetores fora de escala na Figura 2). Em quais dos pontos os vetores gradientes de f tem magnitude máxima? E mínima?

Figura 2. Interpretação do Vetor Gradiente.



Fonte: Adaptado de Anton (2007b, pg. 966).

a) P tem magnitude máxima e Q tem magnitude mínima

b) R tem magnitude máxima e P tem magnitude mínima

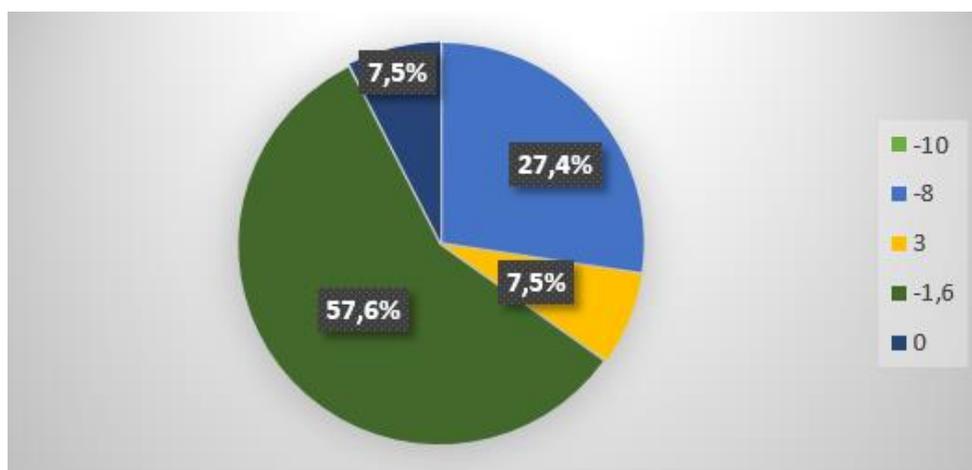
c) Q tem magnitude máxima e R tem magnitude mínima

d) R tem magnitude máxima e Q tem magnitude mínima

Para se chegar na resposta certa, o aluno deve levar em consideração um aspecto comentado durante a aula, sobre a densidade das curvas de nível. Uma vez que se tem uma concentração de curvas de nível em uma dada região do gráfico, isto nos indica que a função muda de valor mais abruptamente nesta região. Levando-se também em conta que o Vetor Gradiente aponta para a região de maior crescimento da função, pode-se concluir que o vetor que cruza uma região com maior densidade de curvas de nível, possui também a maior magnitude, e o raciocínio inverso se aplica ao vetor de menor magnitude. Quanto a taxa de

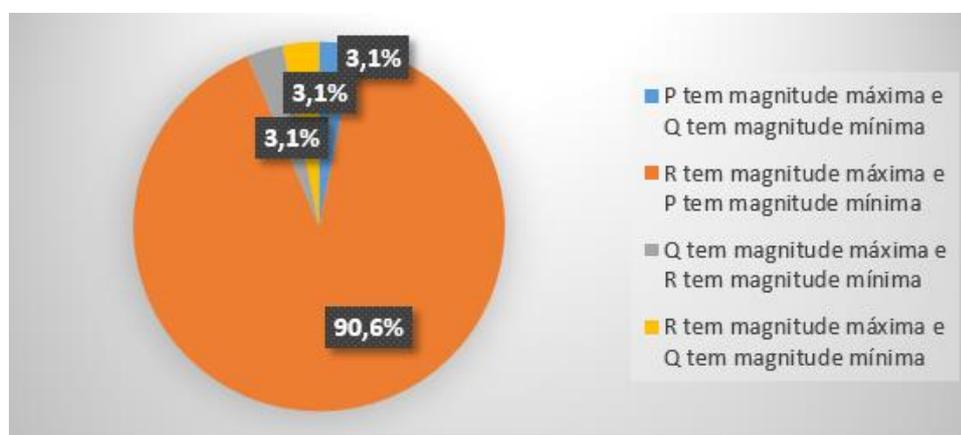
acerto dos alunos com relação aos testes aplicados, as Figuras 3 e 4 mostram disparidades nas estatísticas das turmas nos TCs1 e 2, respectivamente.

Figura 3. Estatística das respostas do TC1.



Fonte: Dos autores.

Figura 4. Estatística das respostas do TC2.



Fonte: Dos autores.

É importante destacar que os testes devem ser elaborados para serem respondidos em no máximo 3 minutos. Dos resultados mostrados nas Figuras 3 e 4 pode-se perceber uma maior facilidade dos alunos para responder questões de caráter gráfico e visual. De acordo com a Figura 3 e a proposta da 4E's, um segundo TC do mesmo assunto deveria ter sido aplicado após o TC1, visto que a taxa de acerto foi menor que 70%.

O papel dos TCs nesta etapa é ser um fator que adiante as dúvidas que, em geral, surge somente quando o aluno faz os exercícios dias após a aula. Desta forma, como a teoria é explicada e praticada em etapas, acredita-se ser mais fácil para aluno que acabou de aprender sobre determinado conteúdo colocá-lo em prática, o que nos faz ter resultados como o do TC2. Por outro lado, em casos como o mostrado no TC1 em que há a necessidade de normalizar o vetor antes de calcular a derivada direcional, pode ser que os alunos só consigam visualizar a relevância real deste fator ao colocá-lo em prática, ainda que o professor comente durante a aula. A importância de aplicar o TC é mostrada nos resultados da Figura 4.

Acredita-se que ao tratar dos conceitos de maneira gradual e ativa, ou seja, cada conceito é explicado e imediatamente posto em prática, possa melhorar o desempenho dos alunos em situações em queos conceitos precisem ser aplicados de maneira conjunta, como em uma lista de exercícios ou até mesmo em uma avaliação. Por conta deste fator, acredita-se que não seja benéfico aplicar um TC seguido de outro. Além de poder influenciar negativamente na compreensão dos conceitos por parte dos alunos, pode ser que ao se aplicar mais de um TC em um mesmo intervalo da explicação, estes possam estar em faixas de acertos distintas, prejudicando assim a tomada de decisão do professor dentro da dinâmica da metodologia.

Propostas de TCs para Cálculo I

Os Testes Conceituais são estruturas fundamentais na Etapa 2 da 4E's. Levando-se em conta o que foi observado na aplicação dos TCs na disciplina de Cálculo II, e entendendo a sua importância durante as aulas, são apresentados a seguir propostas de TCs para a disciplina de Cálculo I com o intuito de auxiliar os docentes na criação dos mesmos.

Os testes aqui expostos foram desenvolvidos para a aplicação nos conteúdos de Taxas Relacionadas e Problemas de Otimização, ambos relacionados a funções reais de umavariável real.

Para o caso das Taxas relacionadas, percebe-se que boa parte da dificuldade dos alunos se manifesta na etapa de organizar e estruturar o raciocínio com relação ao exercício. Como explicitado anteriormente, o objetivo é que através dos TCs o aluno possa treinar cada conceito necessário para montar este raciocínio, de maneira isolada num primeiro momento, para que ao se deparar com um exercício do assunto, fique mais fácil não só a visualização destes conceitos, mas também como estes interagem entre si no contexto de um exercício específico.

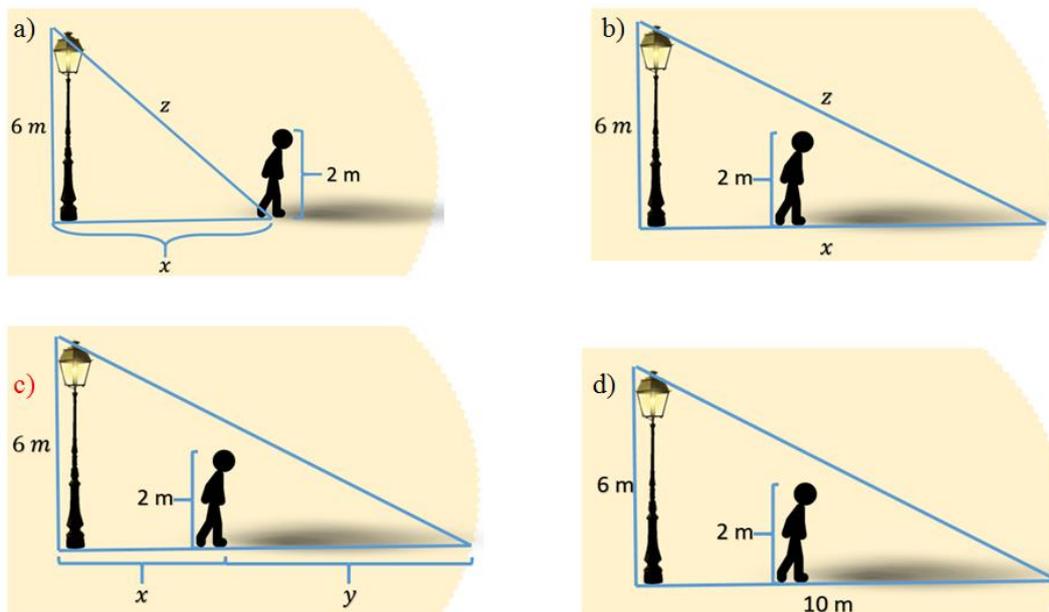
Partindo deste raciocínio, utilizou-se como base um roteiro apresentado por Stewart (2013) denominado “*Estratégia de Solução de Problemas*”. Neste roteiro, descreve-se como solucionar problemas sobre Taxas Relacionadas em sete passos. A partir deste roteiro, foram elaborados alguns TCs que trabalhassem cada um dos passos individualmente.

A seguir alguns dos TCs desenvolvidos para a disciplina de Cálculo I estão apresentados com o intuito de auxiliar os docentes na elaboração de outros testes para o conteúdo que desejar. Para isso, a apresentação está estruturada da seguinte forma: (i) inicialmente é apresentado um exercício da bibliografia que o professor deseja trabalhar, (ii) o TC é apresentado de forma a trabalhar conceitos necessários para a estruturação do problema e, (iii) comentários sobre o TC é apresentado de forma a elucidar os aspectos que se deseja trabalhar. As alternativas corretas nos TCs são destacadas em vermelho.

Exercício retirado da literatura (STEWART, 2013, pg. 224).

Uma luz de rua é colocada no topo de um poste de 6 metros de altura. Um homem com 2 m de altura anda, afastando-se do poste com velocidade de 1,5m/s ao longo de uma trajetória reta. Com que velocidade se move a ponta de sua sombra quando ele está a 10m do poste?

TC 03. Dado o problema apresentado, qual dos diagramas a seguir é o **mais adequado** para representar a situação descrita pelo enunciado?

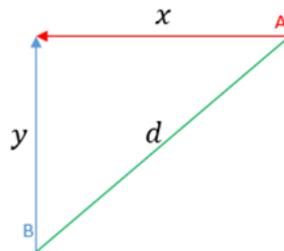


Comentários sobre a proposta do TC: Repare que os TCs desenvolvidos para Taxas Relacionadas utilizam como base um enunciado de um exercício e fazem uma pergunta relacionada a algum aspecto específico do exercício. No caso do TC3, o enunciado do exercício pede a velocidade com a qual a ponta da sombra se move quando o homem está a 10 metros de distância do poste. Para responder esta pergunta o aluno precisa saber, entre outros conceitos, como se monta um diagrama coerente com o problema. Então, o papel do aluno neste caso é, a partir do enunciado dado, identificar qual dos diagramas propostos faz mais sentido no contexto em questão. Ao invés de se preocupar com o problema como um todo, o foco do aluno neste momento é direcionado especificamente a uma parcela do conteúdo necessário para se resolver o exercício.

Um outro tipo de TC composto para este mesmo conteúdo da disciplina, busca como principal objetivo treinar o aluno para identificar no enunciado do problema, quais grandezas dependem do tempo e quais não dependem. De fato, esta é uma habilidade muito necessária para se resolver problemas de Taxas Relacionadas, e que pode ser treinada através de questões com Verdadeiro (V) ou Falso (F), como o Teste Conceitual mostrado a seguir:

Exercício retirado da literatura (STEWART, 2013, pg. 222).

O carro A está se movimentando para o oeste a 90 km/h e o carro B está se movimentando para o norte a 100 km/h. Ambos vão em direção à intersecção de duas estradas. A que taxa os carros se aproximam um do outro quando o carro A está a 60 m e o carro B está a 80 m da intersecção?



TC 04. A partir do enunciado apresentado e de seu respectivo diagrama de representação, responda com verdadeiro (V) ou falso (F) as seguintes afirmações a respeito da dependência das variáveis em relação ao tempo t .

(F) Como x representa a distância de 60m do carro A até a intersecção das estradas, e y representa a distância de 80m do carro B até a mesma intersecção, a única variável dependente do tempo é a variável d .

(V) Se o carro A estivesse parado e somente o carro B se movesse, teríamos x como uma constante (não dependente do tempo), mas y seria variável (depende do tempo). Desta forma, a variável d seria dependente do tempo, já que basta apenas um dos carros se mover para que a distância entre eles mude conforme o tempo.

(F) x e y são variáveis que dizem respeito somente a direção e sentido em que os carros estão se movendo. Desta maneira, a única variável que depende do tempo é a variável d , já que ela muda conforme os carros se aproximam um do outro.

(V) x e y são variáveis que descrevem a variação da distância que cada carro está da intersecção das estradas em relação ao tempo, portanto x e y são dependentes do tempo. Conforme os catetos mudam de tamanho, a hipotenusa deste triângulo retângulo também muda, portanto, d também está em função do tempo.

(V) Se ambos os carros tivessem parados, x , y e d seriam constantes (não dependentes do tempo).

Comentários sobre a proposta do TC: Aqui atua novamente a estratégia de trabalhar um conceito de cada vez, afim de compor uma gama de conceitos necessários para se resolver um tipo de problema. Neste caso, trata-se da identificação de variáveis (em relação ao tempo) e constantes num problema de Taxas Relacionadas. Acredita-se que, através destes tipos de Testes, os alunos possam identificar padrões nos exercícios e treiná-los individualmente, para que ao se deparar com um exercício real, seja mais fácil identificar cada um destes padrões.

Para o caso do conteúdo de Otimização adotou-se uma estratégia semelhante, utilizando desta vez como base um roteiro para resolução de problemas de otimização, chamado “*Procedimentos para Resolver Problemas de Máximos e Mínimos em Aplicações*”, apresentado em Anton (2007a).

Exercício retirado da literatura (STEWART, 2013, 294).

Um fazendeiro tem 1200 m de cerca e quer cercar um campo retangular que está na margem de um rio reto. Ele não precisa de cerca ao longo do rio. Quais são as dimensões do campo que tem maior área?

TC 05.

Dado o problema apresentado, como expressar a área somente em função da variável x ?

a) $A(x) = x(1200 - 2x)$

b) $A(x) = x(1200 - x)$

c) $A(x) = x(600 - x)$

d) $A(x) = 2x(1200 - x)$

Comentários sobre a proposta do TC: O objetivo deste TC é que ao traduzir a área do retângulo para um contexto específico, o aluno pressuponha que esta é uma etapa necessária para a resolução do enunciado no qual o TC se baseia. Isto soa de fato muito simples e até óbvio na perspectiva de quem domina exercícios de Otimização, mas é importante lembrar que no

caso de quem está entrando em contato com este conteúdo pela primeira vez, frequentemente é difícil perceber por onde começar.

A lacuna que um TC como este pretende preencher é justamente esta, dando noção de por qual caminho aluno deve iniciar o processo de solução do problema. O aluno que se depara com este TC, provavelmente vai sentir uma primeira dúvida ao olhar o enunciado do problema, mas em um segundo momento, vai se concentrar no que está sendo perguntado pelo TC. Ao perceber que é um exercício de alternativa, o aluno vai automaticamente assimilar que em alguma delas está a resposta certa. Imaginando que neste caso, o aluno que entra em contato com o TC não saberia como resolver o exercício no qual este TC é baseado, supõe-se que o aluno irá analisar as alternativas, e procurar alguma lógica dentre as informações dadas no enunciado e alguma das alternativas.

Este TC foi desenvolvido para ser resolvido justamente desta forma, pois ao tentar encaixar as informações do enunciado em alguma das alternativas, é possível perceber que por ser um cercado retangular, a área é definida por $A = x \cdot y$ (x =altura e y =largura), no qual x é diferente de y . Outra informação a ser levada em consideração é que não é necessário cerca o longo do rio, o que nos leva a supor que haverá 2 lados iguais (no caso expressos como x); e um outro lado do retângulo, que por sua vez possui o comprimento igual ao perímetro total menos os dois lados iguais, nos levando assim para a alternativa "a". Já se o aluno não levar em consideração a informação de que ao longo do rio a cerca não é necessária, este irá chegar até a resposta "c".

A proposta aqui é que, ao tentar relacionar as informações dadas com as alternativas dispostas, o aluno descubra neste processo a relevância de tal relação para a resolução do enunciado do TC. Além disso, há uma alternativa que evidencia um erro comum, já esperadopara este tipo de exercício, na intenção de tornar o diagnóstico do professor mais preciso ao olhar as estatísticas do teste.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Há alguns anos pesquisadores e docentes buscam por novas estratégias de ensino no sentido de intensificar a aprendizagem, tornando-a significativa e eficiente. Com relação a disciplina de Cálculo, oferecida em cursos de graduação nas áreas de exatas, engenharias e afins, observa-se uma alta taxa de reprovações, aspecto este evidenciado em universidades do país inteiro. A metodologia 4E's foi construída com a proposta de tornar o processo de aprendizagem do Cálculo mais ativo de forma que o aluno possa ser o “construtor” do aprendizado, uma vez que irá trabalhar os conteúdos durante toda a aula.

Na aplicação realizada na disciplina de Cálculo II na EEL/USP, a participação dos alunos em aula foi mais intensa com a aplicação da 4E's. A presença de um colega de turma do lado fez com que muitas das duplas entrassem em discussão sobre alguns dos aspectos expostos durante a aula. Este tipo de comportamento caracteriza uma postura menos passiva dos alunos perante seu aprendizado. A aplicação de Testes Conceituais por sua vez, faz com que os alunos se mantenham ativos durante toda a aula, além de possibilitar ao professor ter noção do nível de entendimento da turma sobre o assunto de maneira ágil, podendo se adaptar de acordo com a circunstância. Além disso, ao propor discussões sobre aspectos da realidade em aula, e tornando esta uma discussão mais desprendida dos conceitos teóricos, os alunos podem se expressar de maneira mais livre. Esta liberdade se faz fundamental para construir a ideia de que o Cálculo não é algo que se aplica apenas ao contexto da graduação, ou que é somente um desafio que deve ser superado para que o aluno possa dar continuidade ao curso. Espera-se que o aluno, ao final do curso, possa relacionar o que foi aprendido com problemas relacionados ao mundo real ou mesmo a outras disciplinas.

REFERÊNCIAS

- ANTON, H. Cálculo, Volume I, 8ª ed. Bookman, Porto Alegre, 2007a, cap. 3 e 5.
- ANTON, H. Cálculo, Volume II, 10ª ed. Bookman, Porto Alegre, 2014b, cap. 14.
- BARUFI, M. C. B. A Construção/ Negociação de Significados no Curso Universitário Inicial de Cálculo Diferencial e Integral. USP, Faculdade de Educação, São Paulo, 1999, p. 170-171.
- MÜLLER, M. G. Metodologias interativas de ensino na formação de professores de Física: Um estudo de caso com o *PeerInstruction*. UFRGS, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em ensino de Física, Porto Alegre, 2013, p. 17-26.
- REZENDE, W. M. O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. USP, Faculdade de Educação, São Paulo, 2003, p. 468.
- NASCIMENTO, K. S.; FONSECA, R. F.; DANTAS, J. S. C.; SOUSA, D. F. M. Análise do índice de reprovação e evasão na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral da UFCG – Cuité. UFCG, Cuité, 2018, p. 7-16.
- PAULA, L. C. de. Análise das Dificuldades apresentadas por discentes, das engenharias, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. COBENGE, Rio Grande do Norte, 2016.
- REIS, A. F. M. V. dos. Uma experiência com ThinkPairShare no Ensino Fundamental I. USP, Revista Práxis, v. 9, n. 17, Lorena, 2017, p. 55-67.
- RIBEIRO, L. R. de C. Aprendizagem baseada em problemas (PBL) na educação em Engenharia, Revista de Ensino de Engenharia, v. 27, n. 2, São Carlos, 2008, p.23 – 32.
- RIBEIRO, A. B.; GARCIA, R. V e ROMÃO, E. C., An attempt to bring Calculation Closer to Student Reality through Active methodologies: 4E's, International Journal on Studies in Education , v. 1, n.1, p. 39-50 . EEL-USP, Lorena, 2019.
- STEWART, J. Cálculo, Volume I, 7ª ed. Trilha, São Paulo, 2013, cap. 3 e 4.